

赵城城,张乐坚,梁海河,等,2021.北京山区和平原地区夏季雨滴谱特征分析[J].气象,47(7):830-842. Zhao C C,Zhang L J, Liang H H, et al,2021. Microphysical characteristics of the raindrop size distribution between mountain and plain areas over Beijing in summer[J]. Meteor Mon,47(7):830-842(in Chinese).

北京山区和平原地区夏季雨滴谱特征分析*

赵城城¹ 张乐坚² 梁海河² 李 林³ 柳云雷⁴

1 山东省潍坊市气象局,潍坊 261011

2 中国气象局气象探测中心,北京 100081

3 北京市气象探测中心,北京 100089

4 辽宁省大连市气象局,大连 116001

提 要: 山区和平原地区降水的雨滴谱特征由于下垫面等因素的影响有时存在较大的差别,分析两者的差异有助于深入理解降雨的微物理特征以及对提高不同下垫面雷达定量估测降水的准确性起到重要作用。利用 2017—2018 年北京地区夏季雨滴谱站和自动站资料,选取延庆站和大兴站分别代表北京山区和平原地区,通过降水分类方法研究了两站不同降水类型雨滴谱分布的特征。研究结果表明,北京地区夏季雨强($R \leq 5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$)的降水频次较多(山区和平原站均为 86.0%),但对整体雨量贡献较小(山区站为 33.0%,平原站为 29.0%);而 $R > 5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 的降水频次较少,却对整体雨量贡献较大。较为深入的研究表明,对流云降水比层状云降水具有更大的质量平均直径(D_m)、标准化参数 $\lg N_w$ 和分布谱宽。两站相比,延庆站(山区站)不同降水类型的 $D_m(\lg N_w)$ 均大于(小于)大兴站(平原站),表明北京山区滴谱粒径偏大、数浓度偏低。与国外经典对流滴谱相比,山区(平原)更倾向于大陆性(海洋性)对流滴谱。对 D_m-R 关系、 $\lg N_w-R$ 关系、 μ (谱型)- Δ (斜率)关系和 $Z-R$ 关系的分析表明,这些关系都符合经典研究结论,但是拟合的参数与其他地区具有一定的差别,体现出北京地区不同下垫面与其他研究结果的差别。延庆站和大兴站的 $Z-R$ 拟合关系分别为 $Z = 764R^{1.20}$ 和 $Z = 386R^{1.32}$,其中大兴站的 $Z-R$ 关系与代表夏季对流云降水的 $Z = 300R^{1.40}$ 较为一致,而延庆站的则与其存在一定差别,体现出北京山区和平原降水的差异。

关键词: 雨滴谱分布, Gamma 分布, $D_m-\lg N_w$ 分布特征, $Z-R$ 关系

中图分类号: P412

文献标志码: A

DOI: 10.7519/j.issn.1000-0526.2021.07.006

Microphysical Characteristics of the Raindrop Size Distribution Between Mountain and Plain Areas over Beijing in Summer

ZHAO Chengcheng¹ ZHANG Lejian² LIANG Haihe² LI Lin³ LIU Yunlei⁴

1 Weifang Meteorological Office of Shandong Province, Weifang 261011

2 CMA Meteorological Observation Centre, Beijing 100081

3 Beijing Municipal Meteorological Observation Centre, Beijing 100089

4 Dalian Meteorological Bureau of Liaoning Province, Dalian 116001

Abstract: Due to the influence of surface and other factors, the raindrop size distribution characteristics of rainfall in mountainous and plain areas have significant differences in some cases. Understanding their differences in mountain and plain is useful to deeply learn the microphysical characteristics of rainfall and improve the accuracy of radar quantitative precipitation estimation (QPE) with different underlying surfaces. Based on the raindrop spectrum data from laser optical disdrometer and the rainfall data from automatic

* 国家重点研发计划(2018YFC1507502)和山东省气象局青年科研基金项目(2018SDQN14)共同资助

2020 年 5 月 13 日收稿; 2020 年 12 月 20 日收修定稿

第一作者:赵城城,主要从事雷达气象学及云物理研究. E-mail:chengcheng.shadow@163.com

通讯作者:张乐坚,主要从事天气雷达及相关领域研究. E-mail:zhanglejian@cma.gov.cn

weather stations over Beijing during summers of 2017 and 2018, the representative mountain-area Yanqing Station and plain-area Daxing Station were selected. The raindrop size distribution characteristics of convective and stratiform rain types at the two stations were studied by the rain type classification method. The results show that the contribution of rainfall intensity (R) greater than $5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ with lower frequency to the total rainfall is dramatically larger than that (mountain/plain station is 33%/29%) less than or equal to $5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ with higher frequency (both stations are 86%) in the Beijing summer. Further research indicates that convective rain spectra has larger mass-weighted mean diameter D_m , logarithmic generalized intercept parameter $\lg N_w$ and distribution spectrum width than the stratiform rain spectra. Comparing the two stations, we find the $D_m(\lg N_w)$ of different rain types at Yanqing Station (mountain station) is larger than (less than) that at Daxing Station (plain station), indicating that the mountain area raindrop size is larger while number concentration is lower. Compared to foreign classical convective spectra, the convective rain spectrum at mountain (plain) area is more inclined to the continental (maritime) convection. Relationships among D_m-R , $\lg N_w-R$, μ (shape)- Λ (slope) and $Z-R$ are in accordance with the classical findings, but the fitted parameters are different from those of other areas, which means the variations by different researches. The $Z-R$ fitted relationships between Yanqing and Daxing are $Z = 764R^{1.20}$ and $Z = 386R^{1.32}$, of which the $Z-R$ relationship at Daxing Station is consistent with $Z = 300R^{1.40}$, which represents the summer convective precipitation while the $Z-R$ relationship at Yanqing is distinct from $Z = 300R^{1.40}$, revealing the rainfall difference between mountain and plain.

Key words: raindrop size distribution, Gamma distribution, D_m - $\lg N_w$ distribution characteristic, $Z-R$ relationship

引 言

雨滴谱分布(drop size distribution, DSD)在研究降水微物理特征方面具有一定的优势,利用雨滴谱分布能够揭示出不同地区和不同降水类型的微物理特性。研究不同地区的降水雨滴谱分布特征,能够为雷达定量估测降水、卫星反演降水、模式参数化、人工影响天气效果检验等方面提供重要参数(Kirankumar et al, 2008; 李力等, 2018)。

国内外的研究表明,不同地区、不同降水系统间的微物理特性存在很大差异(Tokay and Short, 1996; Bringi et al, 2003; Chakravarty and Raj, 2013)。Tokay and Short(1996)提出根据滴谱资料进行降水类型分类并分析其微物理特征的差异; Bringi et al(2003)分析了全球不同气候区不同降水类型的微物理特征,发现层状云降水特征差别不大,但对流云降水可根据其不同滴谱特征分为大陆对流和海洋对流两种类型; Chakravarty and Raj(2013)统计分析印度季风前、中和后期的特征,发现季风期的小粒径和中粒径的雨滴数浓度更大的特征。国内近年关于中国东部季风地区夏季降水 DSD 的微物理过程统计特征研究逐年增多,包括对梅雨季节

的分析、台风过程的分析等。陈磊等(2013)利用南京和淮南的激光滴谱仪数据分析了梅雨锋暴雨的滴谱特征,得到暴雨雨量贡献主要来自于对流云降水,暴雨时段内滴谱结构主要为双峰分布,雨滴数浓度较高和粒径偏大等一系列特征。Chen et al(2013)利用南京的激光滴谱仪数据分析了梅雨季节南京的对流云、层状云降水类型的 DSD 特征。研究表明与中国台湾地区、日本的梅雨期降水和热带地区降水的雨滴谱特征相比,南京地区滴谱粒径偏大,雨滴数浓度偏小。Wen et al(2018)研究了中国 7 个台风过程的 DSD 特征等,得到台风降水雨滴的形状更趋于圆形,并包含更多高浓度的小粒子。此外由于地形的不同,地形走势、海拔高度等因素也会对降水滴谱特征造成不同的影响。史晋森等(2008)分析了祁连山北坡夏季不同云系的 DSD 特征,得到积云和混合云谱较宽,对流云降水直径最大等一系列特征;陈聪等(2015)、李慧等(2018)结合黄山地区降水滴谱数据得到各直径微物理量在山腰最大,山顶数浓度最大等特征;杨俊梅等(2016)对山西省 6 个地区的雨滴谱资料分析,得到山区降水强度大于平原地区,山区标准化参数 $\lg N_w$ 和质量平均直径 D_m 均大于平原地区等特征。

由于我国南北纬度跨度较大,南北方气候和降

水量等存在较大差异,关于我国季风北部地区降水 DSD 的研究较少;同时山区和平原地区降水的雨滴谱特征由于下垫面等因素的影响有时存在较大的差别,如何分析两者的差异及深入理解降雨的特征极为重要;此外深入的分析还有利于拟合出准确的反射率因子和降水强度关系式,这对提高雷达定量估测降水精度也具有重要作用。北京地区地处华北平原西北边缘,西、北群山环抱,地形多变,降水分布不均。之前由于全国雨滴谱站的建设能力有限,且早期的声滴谱仪等设备性能存在局限性,不同地形(山区、平原)的滴谱特征的相关深入分析较为缺乏。文中使用北京地区 2017—2018 年夏季(7 月和 8 月)的 Parsivel 激光雨滴谱仪的观测数据,较为全面地分析了北京山区和平原地区夏季雨滴谱特征。

1 数据选择和方法

1.1 雨滴谱数据质量控制

北京地区的 20 个 Parsivel 激光雨滴谱仪均为 100 型,谱数据为 32 个直径通道和 32 个速度通道,其中最低两个通道(直径通道 1 和通道 2)因信噪比较低不可用,可测粒子直径范围为 0.25~25 mm,速度范围为 0.2~20 m·s⁻¹。杜传耀等(2019)对北京 20 个站的激光雨滴谱仪数据评估表明,其缺测率(0.01%)、空报率(0.6%)较低,捕获率(93.5%)较高,漏报和错报主要发生在弱降水和毛毛雨的识

别上,数据可靠性较高。根据研究表明,自然界中很少存在直径 8.1 mm 以上的雨滴粒子(宫福久等,1997),本文选取粒子直径范围为 0.2~8 mm。仪器采样时间设定为 1 min,采样截面积为 54 cm²,考虑边界效应,根据 Jaffrain and Berne(2011)提出的公式 $180 \times (30 - D/2)$,获取不同直径粒子的有效采样面积。为降低仪器观测误差,根据 Battaglia et al(2010)提出的方法对雨滴谱进行了形变订正:定义粒子的轴比(ar)为雨滴径向和横向的比值,直径小于 1 mm 的认定为球形($ar=1$),直径 1~5 mm 的粒子 ar 从 1 线性递减到 0.7,直径大于 5 mm 的设定 ar 为 0.7。

对于分钟数据,采用 Tokay and Bashor(2010)的方法对数据进行质量控制,粒子总数小于 10 个或者雨强(R)小于 0.1 mm·h⁻¹的认定为噪声去掉。同时,根据 Kruger and Krajewski(2002)提出的方法去除采样导致的少量异常速度过高或过低的数据,计算公式如下:

$$|V_{\text{measured}} - V_{\text{ideal}}| < cV_{\text{ideal}} \quad (1)$$

式中:根据 Chang et al(2009)的研究,系数 c 设定为 0.4, V_{measured} 为测得的粒子通道末速度, V_{ideal} 为经验速度公式值,由 Brandes et al(2002)提出的公式获得:

$$V_{\text{ideal}}(D) = -0.1021 + 4.932D - 0.9551D^2 + 0.07934D^3 - 0.002362D^4 \quad (2)$$

图 1 给出了北京顺义站 2018 年 7 月 1 日 20:31 的分钟滴谱数据在不同直径和速度通道的粒子个数

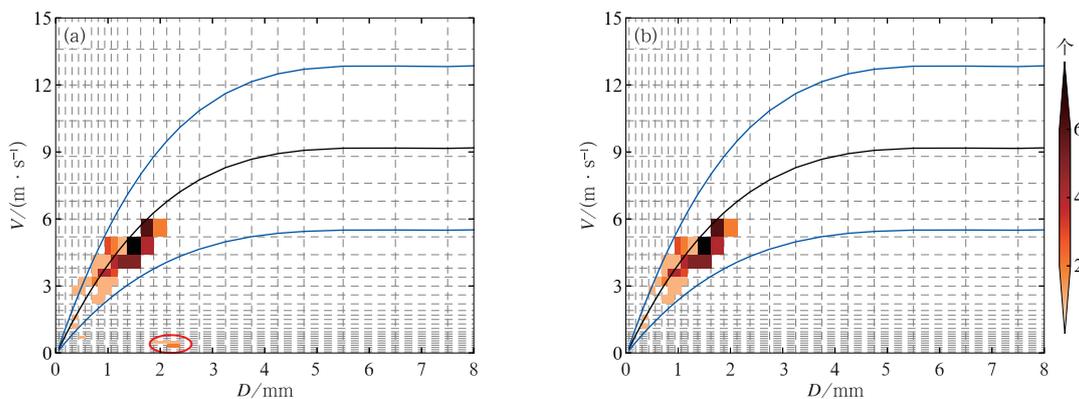


图 1 分钟雨滴谱个数(填色)分布的速度质量控制(a)前、(b)后效果

[黑线为 Brandes et al(2002)提出的经验速度,两条蓝线为±60%速度,红色圆圈内是待质量控制的粒子]

Fig. 1 Velocity of (a) un-quality control and (b) quality control effects of one minute raindrop size distribution with drop counts with a number scale on the right

[The black line indicates the Brandes et al (2002) empirical velocity and two blue lines represent the ±60% velocity, drops to be controlled are in the red circle]

分布情况,黑色实线对应相应直径下的经验速度值 V_{ideal} ,两条蓝色实线为质量控制的粒子通道末速度 $V_{measured}$ 。可以看出,测量的粒子末速度分布和速度经验公式值匹配度较高,但也存在少量速度分布异常的粒子(红色圆圈内),经过速度质量控制后,去掉了速度过大或者过小的异常粒子,提高了激光雨滴谱仪数据的可靠性。

1.2 雨滴谱分布计算公式

根据滴谱数据获得单位体积内滴谱分布 $N(D_i)$ (单位: $\text{mm}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$) 的计算公式为:

$$N(D_i) = \sum_{j=1}^{32} \frac{n_{ij}}{A \Delta t V_j \Delta D_i} \quad (3)$$

式中: n_{ij} 、 V_j (单位: $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) 和 ΔD_i (单位: mm) 分别表示某一粒子等级的粒子数、速度和所对应的尺度间隔, A (单位: m^2) 为采样截面积, Δt 为采样时间, 得到 $N(D_i)$ 为直径 $D_i \sim D_i + \Delta D_i$ 的雨滴数浓度。根据 $N(D_i)$, 可计算获得反射率 (Z , 单位: $\text{mm}^6 \cdot \text{m}^{-3}$)、雨强 (R , 单位: $\text{mm} \cdot \text{h}^{-1}$)、液态水含量 (W , 单位: $\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$):

$$Z = \sum_{i=1}^{32} N(D_i) D_i^6 \Delta D_i \quad (4)$$

$$R = \frac{6\pi}{10^4} \sum_{i=1}^{32} \sum_{j=1}^{32} \frac{D_i^3 n_{ij}}{A \Delta t} \quad (5)$$

$$W = \frac{\pi}{6000} \rho_w \sum_{i=1}^{32} N(D_i) D_i^3 \Delta D_i \quad (6)$$

式中 ρ_w 为水的密度, $\rho_w = 1.0 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ 。用对各类降水类型拟合效果都较好的三个参数的 Gamma 分布 (Ulbrich, 1983) 对雨滴谱进行拟合, 其分布函数为:

$$N(D) = N_0 D^\mu \exp(-\Delta D) \quad (7)$$

式中: N_0 (单位: $\text{mm}^{-1-\mu} \cdot \text{m}^{-3}$) 为数密度参数, μ 为分布形状参数 (无量纲), Δ (单位: mm^{-1}) 为斜率参数。该分布的三个控制参数根据 Vivekanandan et al (2004) 提出的截矩截断拟合法计算测量的滴谱二、四和六阶矩 (Zhang et al, 2003) 获得。雨滴谱的 n 阶矩为 D 的 n 次方和 $N(D)$ 乘积的积分:

$$M_n = \int_0^\infty D^n N(D) dD \quad (8)$$

质量平均直径 D_m :

$$D_m = \frac{M_4}{M_3} \quad (9)$$

标准化参数 (N_w , 单位: $\text{mm}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$) (Testud

et al, 2001), 与降水类型有关, 是反映雨滴数浓度大小的独立物理量:

$$N_w = \frac{4^4}{\pi \rho_w} \left(\frac{10^3 W}{D_m^4} \right) \quad (10)$$

1.3 雨滴谱和自动站数据对比

为了验证雨滴谱数据的可信度, 读取相同站点的自动站小时雨量数据, 与激光雨滴谱仪的分钟数据累积计算小时雨量值进行差异对比, 获取总体的小时雨量匹配情况。以自动站小时雨量结果为参考真值, 相对误差 (δ) 的计算公式为:

$$\delta = \frac{|PRE_Y - PRE_{AWS}|}{PRE_{AWS}} \quad (11)$$

式中: PRE_Y 为激光雨滴谱仪小时累积计算雨量, PRE_{AWS} 为自动站小时累积雨量。以 2018 年数据为例, δ 小于 0.1 和在 0.1~0.2 的站点数占比分别为 30% 和 50%, 雨滴谱数据和雨量站数据在雨量上有很好的一致性和准确性。北京的地形特征是西北为山地, 海拔较高; 东南为平原, 海拔较低 (图 2)。下垫面性质的不同可能会造成雨滴谱分布特征的不同, 因此分别从山地和平原地区各选择相对误差小于 0.1 的两个站作为代表研究北京不同地区的滴谱分布特征。山区选择延庆站 (0.01), 平原选择大兴站 (0.06)。

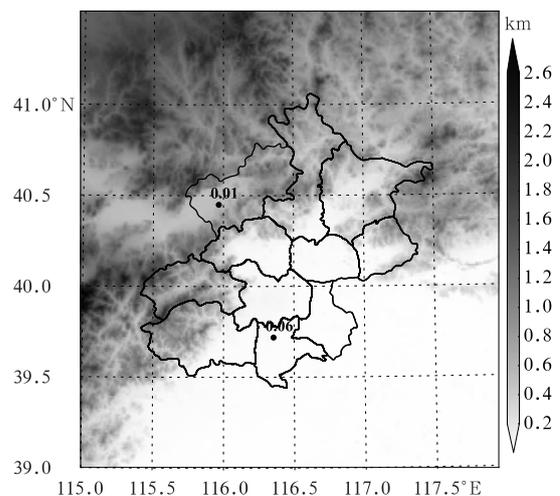


图 2 北京地区海拔高度灰度图和选取的两站站分布 (数字为相对误差)

Fig. 2 Gray-scale map of altitude and the selected two sites in Beijing Region (number: relative error)

2 雨滴谱分布

2.1 分类方法

由于不同降水类型的滴谱特征不同,本文对滴谱进行降水分类并研究不同降水类型的滴谱特征。对层状云降水和对流云降水类型的区分主要根据 Bringi et al(2003)提出的基于分钟滴谱 R 的时间变化及其标准差 σ_R 的分类方法:对一次降水过程的连续分钟数据,计算 $t_i - N$ 至 $t_i + N$ 的雨强 (R_i) 和标准差 (σ_R),此处 N 取 5。若 R 始终大于 $0.5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$,并且 $\sigma_R \leq 1.5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$,则这 1 min 的样本数据被认定为层状云降水;若 R 始终大于 $5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 并且 $\sigma_R \geq 1.5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$,则这 1 min 的样本数据被认定为对流云降水;剩余样本考虑为混合型降水,不予讨论其具体特征。

延庆站共有 4947 个有效样本数据,对应 58 次降水过程,总降水量为 281.5 mm,其中对流云降水样本为 223 个,占总样本 4.51%,层状云降水样本为 1684 个,占总样本 34.04%;大兴站共 7211 个有效样本数据,对应 71 次降水过程,总降水量为 317.8 mm,其中对流云降水样本为 441 个,占总样本 6.12%,层状云降水样本为 2780 个,占总样本 38.55%。黄钰等(2016)利用风廓线雷达谱参数对北京 2012—2013 年 5—10 月降水天气统计发现混合型降水比重最大(47%),层状云降水比重次之(43%),对流云降水比重最少(10%),与本文基于滴谱的分类方法结论基本一致。

不同雨强降水的发生频率和对总雨量的累计贡献率(图 3)。延庆站 $R \leq (>) 5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 的发生频率和对总降水量的贡献分别为 86.0%(14.0%)和 33.0%(67.0%),大兴站 $R \leq (>) 5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 的发生频率和对总降水量的贡献分别为 86.0%(14.0%)和 29.0%(71.0%),两站差距不大。两站结果均表明北京地区夏季雨强 $R \leq 5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 的降水频次较多,但对整体雨量贡献较小;而 $R > 5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 的降水频次较少,却对整体雨量贡献较大。Chen et al(2013)利用相同的方法对南京滴谱进行分析,得到对流云降水和层状云降水占总体的比例分别为 19.5% 和 52.3%, $R \leq (>) 5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 的频率和贡献是 75%(25%)和 24%(76%)。与此相比,北京地区的对流云降水和层状云降水所占比例均低于南京地区,且 $\leq 5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 的降水发生频率和对雨量的贡献高于南京地区,考虑造成这种差异的原因可能与北京的地理位置和气候特征有关。

2.2 分钟雨滴谱分布

雨滴谱型的分布受地区、季节、降水类型的影响而不同,分钟雨滴谱型的分布能够反映降水粒子在不同直径区间的数浓度分布和粒子活跃程度等特征。本文对两个站全部的雨滴谱、对流云滴谱和层状云滴谱出现各种峰值的频率进行了统计分析,同时还给出了滴谱在每个直径区间出现数浓度峰值的频率(图 4)。峰值结构分布上,北京地区的雨滴谱峰值结构有单峰、双峰和多峰等多种形式,不存在无峰型;峰值频率分布上,除大兴站对流云滴谱单峰比例最高、双峰次之外,其余滴谱均为多峰比例最

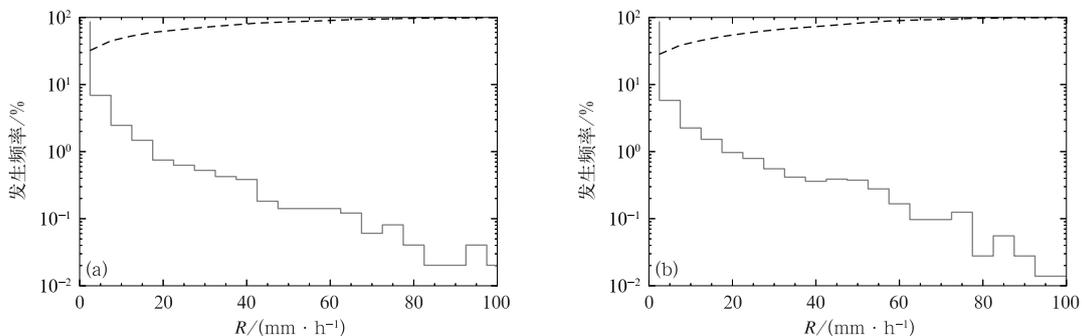


图 3 (a)延庆,(b)大兴站不同雨强降水的发生频率(实线)和对总雨量的累计贡献(虚线)

Fig. 3 Frequency distribution of the rain with different intensities (solid line) and accumulated contribution to the total rainfall (dashed line) of (a) Yanqing and (b) Daxing stations

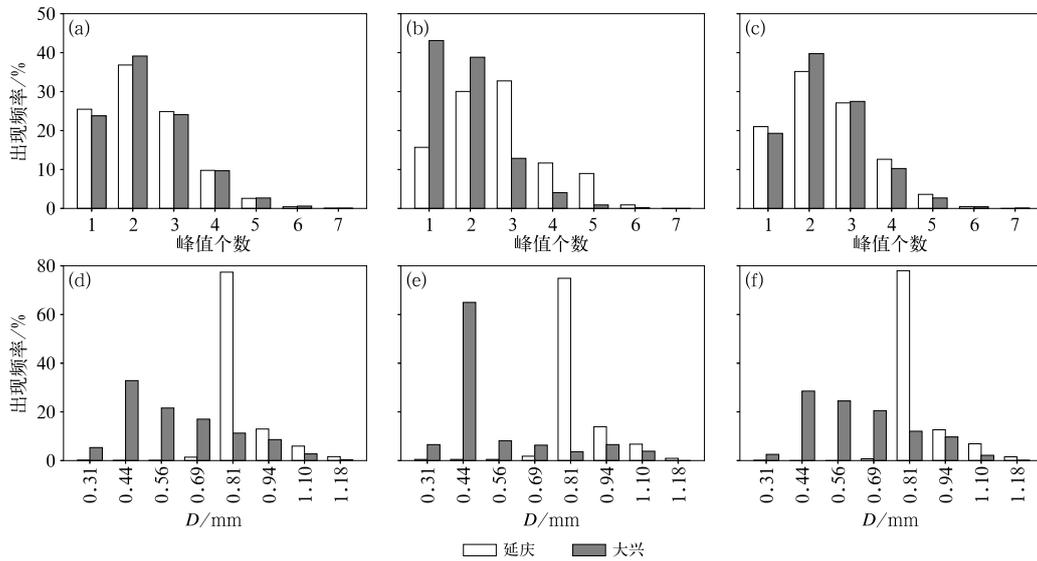


图 4 延庆和大兴站(a,b,c)不同降水类型雨滴谱出现不同峰值的频率和(d,e,f)在各直径区间出现数浓度峰值的频率
(a,d)全部,(b,e)对流云,(c,f)层状云

Fig. 4 Frequency of different peaks in (a, b, c) raindrop spectra and (d, e, f) number concentration peaks in different diameter intervals of different rain types in Yanqing and Daxing stations
(a, d) whole, (b, e) convective, (c, f) stratiform

高,双峰次之,表明分钟滴谱的降水粒子总体较为活跃,分钟滴谱形式多样性。数浓度峰值频率分布上,两个站数浓度峰值主要分布粒径区间存在较大差别:在不同滴谱类型中,延庆站均在直径 0.81 mm 出现数浓度峰值频率最高,0.94 mm 次之,大兴站均在 0.44 mm 出现数浓度峰值的频率最高,0.56 mm 次之。

2.3 平均谱分布

平均谱是根据各直径区间的数浓度进行平均得到的,为了研究延庆、大兴两个站不同降水类型的滴谱特征,图 5 给出两站对流云和层状云降水的平均谱和 Gamma 拟合曲线,拟合 Gamma 参数如表 1 所示。平均来看,对流云滴谱和层状云滴谱均体现出明显的单峰结构,而细致的比较表明对流云滴谱具有更大的谱宽和雨滴数浓度,意味着有更大的雨强、反射率因子和液态降水量等值;两站相比,大兴站的

对流云和层状云滴谱数浓度均大于延庆站,表明北京平原地区夏季降水有更高的滴谱数浓度。在延庆站,对流云滴谱雨滴最大直径为 6.66 mm,层状云滴谱雨滴最大直径为 4.88 mm,两谱数浓度峰值均在 0.81 mm 出现;在大兴站,对流云滴谱雨滴最大直径为 6.66 mm,层状云滴谱雨滴最大直径为 4.25 mm,两谱的数浓度峰值均在 0.44 mm 出现;数浓度峰值特征和分钟谱一致。Gamma 拟合曲线整体拟合效果较好,均在小滴段存在一定误差。考虑出现这种误差的原因可能为:Gamma 分布的三个参数均随 R 增大而减小(郑娇恒和陈宝君,2007),R 较小时变化范围较大,但是 R 增大到一定程度后,降水过程中雨滴相互作用增强导致谱型稳定,与 R 的关系逐渐减弱,三个参数趋近于稳定(Nzeukou et al,2004);根据 3.2 节分析, $D_m \propto R$,也就是 Gamma 分布的三个参数和 D_m 有类似的关系;所以 Gamma 分布的三个参数会在 D_m 较小时变化较大,导致拟合谱型在小

表 1 平均谱的拟合 Gamma 分布参数
Table 1 The Gamma distribution parameters derived from the composite raindrop spectra using the truncated moment method

降水类型	$N_0 / (\text{mm}^{-1-\mu} \cdot \text{m}^{-3})$		μ		Λ / mm^{-1}	
	延庆	大兴	延庆	大兴	延庆	大兴
对流云降水	3029	11239	1.09	1.10	2.04	2.59
层状云降水	5943	9659	2.55	1.08	4.03	3.98

滴段存在一定误差。整体大兴站拟合效果要优于延庆站, Gamma 分布能够较好地描述北京地区的滴谱分布。

3 雨滴谱各参数分布特征

3.1 D_m - $\lg N_w$ 分布特征

图 6 给出了两站不同降水类型对应的 D_m 和 $\lg N_w$ 的直方图和相关统计参数: 平均值 (Mean)、标

准差 (SD) 和偏斜度 (SK), 可以看出:

(1) 两站的全部滴谱和层状云滴谱的 D_m - $\lg N_w$ 分布特征较为一致, 延庆站对流云(层状云)降水 D_m 和 $\lg N_w$ 的平均值分别为 2.38(1.58) mm 和 3.45(3.13) $\text{mm}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$, 大兴站对流云(层状云)降水 D_m 和 $\lg N_w$ 的平均值分别为 1.85(1.22) mm 和 3.90(3.66) $\text{mm}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$ 。对流云滴谱相比于层状云滴谱, 具有更大的质量平均直径(D_m)、标准化截断参数($\lg N_w$)和分布谱宽。

(2) 延庆站, 所有降水类型的 D_m 的斜度均为正

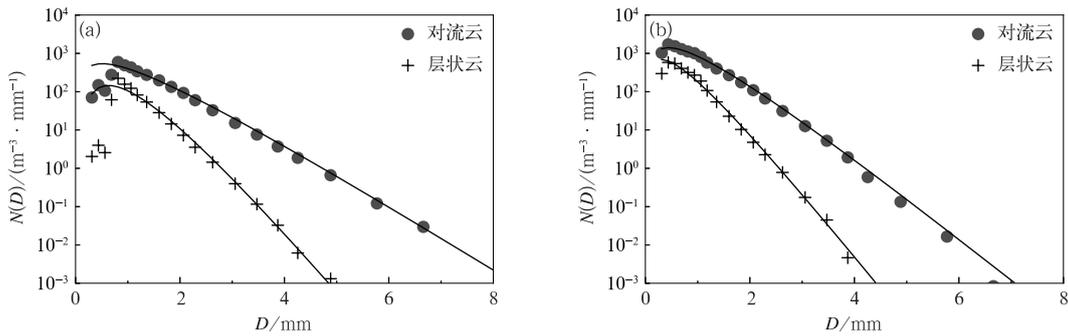


图 5 (a)延庆, (b)大兴站对流云和层状云降水平均谱及拟合 Gamma 分布曲线
Fig. 5 Composite raindrop spectra for convective and stratiform rain types, as well as the Gamma functions fitted on each spectrum using the truncated-moment method of (a) Yanqing and (b) Daxing stations

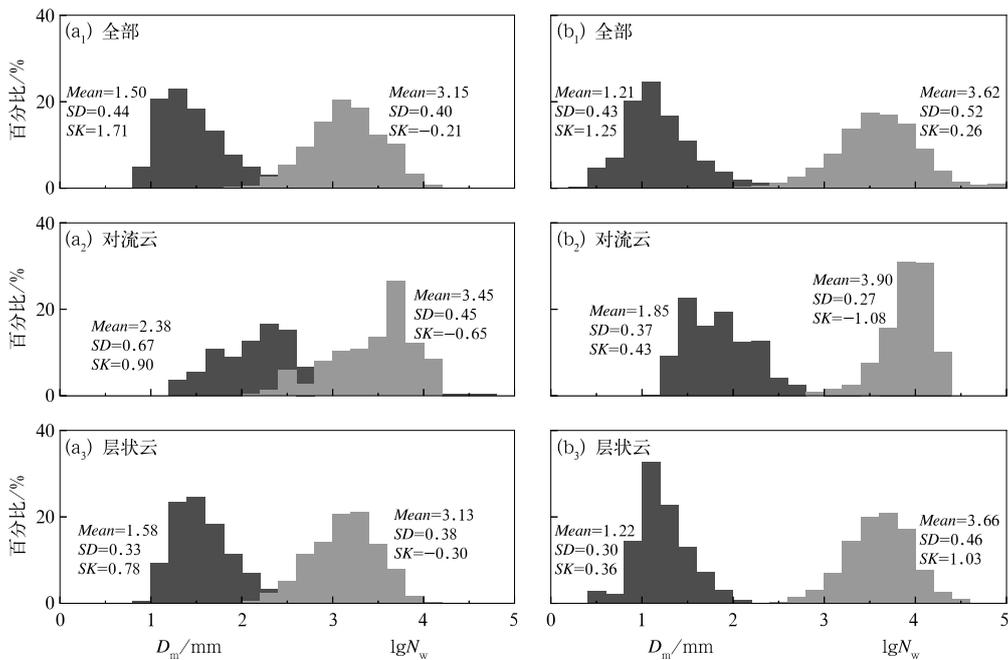


图 6 (a)延庆, (b)大兴站不同降水类型的 D_m - $\lg N_w$ 直方图分布及相关统计参数(平均值、标准差和偏斜度)
(a_1, b_1)全部, (a_2, b_2)对流云, (a_3, b_3)层状云

Fig. 6 Histogram of D_m - $\lg N_w$ from different rain types and relative statistical parameters (Mean, SD, and SK) of (a) Yanqing and (b) Daxing stations
(a_1, b_1) whole, (a_2, b_2) convective, (a_3, b_3) stratiform

值, $\lg N_w$ 的斜度均为负值, 这与 Chen et al(2013)得到的南京地区梅雨季节的滴谱特征相似, 数值大小上, 延庆站各谱均有更大的 D_m 和较小的 $\lg N_w$, 表明延庆站滴谱粒径更大, 数浓度更小。大兴站, 除了对流云 $\lg N_w$ 偏斜度为负值, 其他均为正值, 表明各参数的频率分布主要集中在小值区。与 Chen et al(2013)的结果相比, 大兴站则体现出了粒径偏小, 数浓度偏大的特征。

(3) 两站相比, 延庆站的不同降水类型的 D_m ($\lg N_w$) 均大于(小于)大兴站, 表明北京山区夏季降水有更多粒径较大的粒子和较低的数浓度, 这可能与地形抬升导致的雨滴碰并、蒸发等过程相关。

图 7 给出对流云和层状云降水的 D_m 和 $\lg N_w$ 的散点分布。图中的矩形框是 Bringi et al(2003)提出的大陆对流和海洋对流的范围, 虚线为 Bringi et al(2003)提出的层状云降水分界线。延庆站的对流云滴谱分布较为分散, 几乎不存在海洋性对流云滴谱; 而大兴站的对流云滴谱分布较为集中, 存在较少的大陆性对流云滴谱。即山区对流云滴谱更倾向于大陆性对流, 平原对流云滴谱更倾向于海洋性对流。两站的层状云降水分布均较为集中, 大部分位于层状云降水分界线的左侧, 大兴站有更多粒径更小数浓度更高的粒子。这一特征与 2.2 节分钟滴谱数浓

度峰值分布的特征一致, 也更加直观地解释了两个站分钟滴谱在数浓度峰值分布上存在明显差异的原因。

3.2 D_m -R 关系和 $\lg N_w$ -R 关系

为了进一步分析 D_m 和 $\lg N_w$ 这两个参数与不同降水类型、不同雨强的关系, 图 8 给出了两站层状云、对流云降水的 D_m -R 和 $\lg N_w$ -R 关系, 并给出最小二乘法拟合的幂指数曲线。可以看出, 两站 D_m -R 拟合系数和指数均为正值, D_m 随 R 的增大而增大明显, 这可能与强降水中的不断增多的雨滴碰并联合有关。Hu and Srivastava(1995)指出, 随着雨强的增大, 强降水的雨滴碰并和破碎过程中达到平衡, 使得 D_m 趋于一个稳定值; Chen et al(2013)发现当南京地区滴谱 $R > 90 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 时, D_m 趋于一个常数。由于北京地区气候特点, 少有分钟滴谱 $R > 90 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 的数据, 但仍可以看出在 $R > 75 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 的大雨强时 D_m 的变化趋于稳定。 $\lg N_w$ 与 R 的拟合指数数量级较小, 尤其大兴站拟合曲线近似水平, $\lg N_w$ 和 R 的指数关系较不明显, 但在 D_m 趋于稳定的大雨强值时, $\lg N_w$ 较大。两站相比, 无论是 D_m 还是 $\lg N_w$, 延庆站分布较为零散, 大兴站分布较为集中。

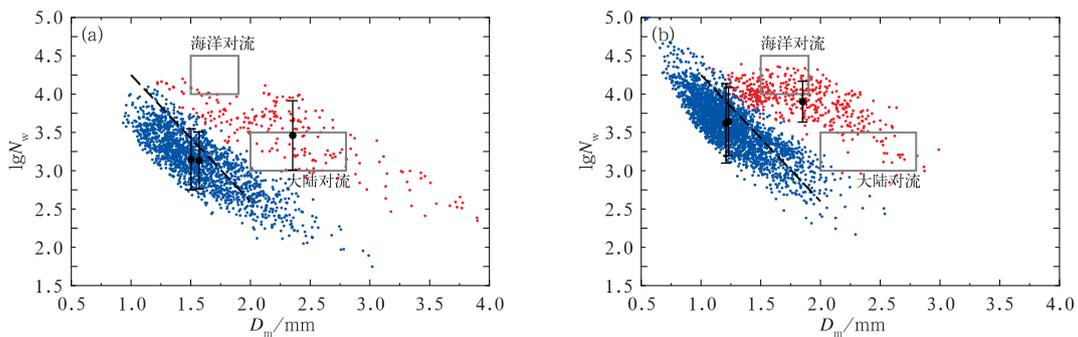


图 7 (a)延庆, (b)大兴站对流云(红点)、层状云(蓝点)降水 D_m - $\lg N_w$ 散点分布

[黑色误差棒给出不同降水类型的平均 D_m - $\lg N_w$ 和标准偏差,

两灰色矩形框为 Bringi et al(2003)提出的大陆和海洋对流范围,

黑虚线为 Bringi et al(2003)提出的层状云降水分界线]

Fig. 7 Scatter plots of D_m - $\lg N_w$ for convective (red) and stratiform (blue) rain types of (a) Yanqing and (b) Daxing stations

[Black error bar gives the average D_m - $\lg N_w$ and SD of different precipitation types,

two gray rectangular boxes are the continental and maritime convective ranges

proposed by Bringi et al (2003), black dashed line is the stratiform

boundary proposed by Bringi et al (2003)]

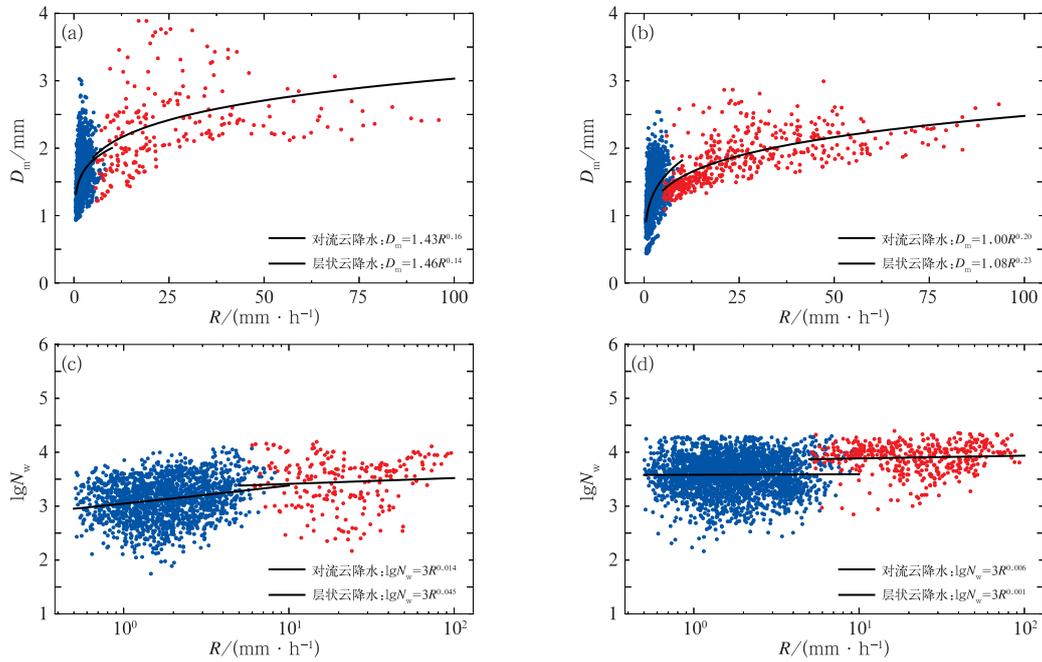


图 8 (a,c)延庆,(b,d)大兴站对流云(红点)、层状云(蓝点)降水的(a,b) D_m - R 、(c,d) $\lg N_w$ - R 散点图及拟合曲线(黑线)

Fig. 8 Scatter plots of (a, b) D_m - R , (c, d) $\lg N_w$ - R for convective (red) and stratiform (blue) rain types at (a, c) Yanqing and (b, d) Daxing stations (black line: fitted power-law relations)

3.3 μ - Λ 关系

N_0 - μ 和 μ - Λ 关系常被用于反演 DSD 特征, Brandes et al(2003)、Zhang et al(2003)指出,和 N_0 - μ 关系相比, μ - Λ 关系随气候和降水类型而变化,能够更好地反映真实滴谱情况。他们发现当 $R > 5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 时,佛罗里达地区夏季雨滴谱参数 μ 和 Λ 存在较好的二项式函数关系:

$$\Lambda = 0.0365\mu^2 + 0.735\mu + 1.935 \quad (12)$$

王俊等(2016)指出 μ - Λ 关系与选取几阶矩计算及是否截断等方法关系不大,此二次多项式能够很好地描述这一关系。Vivekanandan et al(2004)指出分析不同地区和不同季节的 μ - Λ 关系是非常必要的,Chen et al(2013)得到南京地区的 μ - Λ 关系拟合公式为:

$$\Lambda = 0.0141\mu^2 + 0.550\mu + 1.776 \quad (13)$$

本文采用和上述研究相同的方法,选取 $R > 5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 并且雨滴数大于 1000 的对流云降水样本分析其 μ - Λ 关系。图 9 显示了使用截断法计算得到的两站 μ - Λ 关系散点,得到延庆和大兴站的拟合

公式分别为:

$$\Lambda = 0.0203\mu^2 + 0.581\mu + 1.145 \quad (14)$$

$$\Lambda = 0.0340\mu^2 + 0.645\mu + 1.736 \quad (15)$$

同时,Ulbrich(1983)指出,对 Gamma 分布来说, $\Delta D_m = 4 + \mu$, 给定 D_m , μ - Λ 为一次线性关系,图中给出了 D_m 分别为 1.0、1.5、2.0 和 3.0 mm 的对应直线。由图可以看出,北京地区的对流云滴谱也存在较好的 μ - Λ 拟合关系,但两站的 μ - Λ 曲线位置差别较大,延庆站 μ - Λ 曲线和 Chen et al(2013)提出的南京滴谱较为接近,大兴站则与 Zhang et al(2003)提出的曲线较为接近。相同 Λ 时,延庆站即山区对应更大的 μ 和 D_m 。这也表明,山区更大的 D_m 值是导致相同 Λ 时, μ 值更大的原因。两站的 μ - Λ 拟合关系的差异也进一步说明北京山区和平原地区的对流云滴谱特征存在较大差别。

3.4 Z-R 关系分析

Z-R 关系是雷达估测降水的基础,由滴谱分布差异引起的 Z-R 关系也随不同地区而变化,因此利用雨滴谱数据估测不同地区的 Z-R 关系效果更佳

(汪学渊等,2016;黄兴友等,2019)。 $Z=aR^b$ 关系的系数(a)和指数(b)与 DSD 的分布密切相关,按降水类型分布拟合关系,能够缩小 a 、 b 值的变化范围 (Rosenfeld and Ulbrich,2003;刘红燕等,2008),提高降水估测精度。图 10 给出使用最小二乘法拟合两站滴谱 Z - R 关系的结果,作为参考,给出美国 NEXRAD 默认使用的代表夏季对流云降水的经典关系 $Z=300R^{1.40}$ (Fulton et al,1998)和大陆层状云降水关系 $Z=200R^{1.60}$ (Marshall and Palmer,1948)。对延庆和大兴站的 Z - R 拟合关系分别为 $Z=764R^{1.20}$ 和 $Z=386R^{1.32}$,各相关系数如表 2 所示。

从表 2 可以看出,本文拟合的结果均好于或接近 $Z=300R^{1.40}$ 或 $Z=200R^{1.60}$ 。其中 $Z=386R^{1.32}$ 的拟合曲线与 $Z=300R^{1.40}$ 基本重合,这与 Ji et al(2019)分析北京滴谱得到的结论一致,表明北京平原地区的拟合关系式与经典关系 $Z=300R^{1.40}$ 较为接近;而代表山区的 $Z=764R^{1.20}$ 与 $Z=300R^{1.40}$ 差别明显,拟合曲线位于经典关系上侧,表明给定 Z ,经典关系估测的 R 偏大,高估降水,不适合于北京山区。大陆层状云降水曲线在雨强较大时均位于两站滴谱拟合曲线上侧,表明给定 Z ,估测的 R 偏小,低估降水,同样不适合于北京地区夏季滴谱。

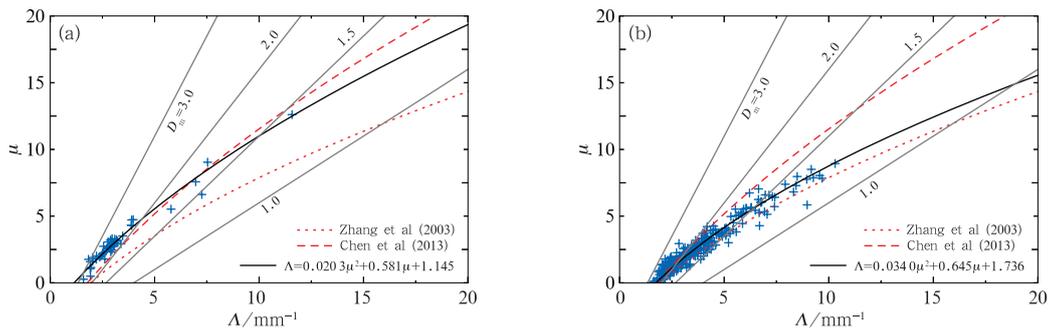


图 9 (a)延庆,(b)大兴站对流 μ - Δ 散点及拟合曲线(黑线)
(灰线分别为 $D_m=1.0,1.5,2.0$ 和 3.0 mm 对应的直线)

Fig. 9 Scatter plots and fitted curves (black line) of μ - Δ values for convective rain of
(a) Yanqing and (b) Daxing stations
(Grey lines correspond to the values of $D_m=1.0,1.5,2.0$ and 3.0 mm given in $\Delta D_m=4+\mu$)

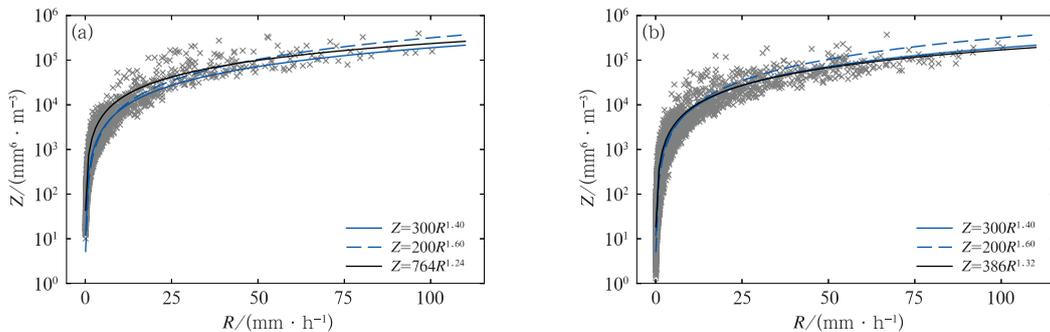


图 10 (a)延庆,(b)大兴站全部滴谱(灰色叉号) Z - R 散点及拟合曲线(黑线)
[蓝实线和虚线分别为 Fulton et al(1998)的经典关系和 Marshall and Palmer(1948)的大陆层状云降水关系]

Fig. 10 Scatter plots (grey cross) and fitted curves (black line) of Z - R values for whole raindrop spectra of (a) Yanqing and (b) Daxing stations
[Blue solid line and dashed line represent the standard Z - R relationship from Fulton et al (1998) and continental stratiform Z - R relationship from Marshall and Palmer (1948), respectively]

表 2 延庆、大兴站各 $Z-R$ 关系及相关系数Table 2 The $Z-R$ relationship and correlation coefficients at Yanqing and Daxing stations

站点	$Z-R$ 关系	相关系数
延庆	$Z=764R^{1.20}$	0.848
	$Z=300R^{1.40}$	0.843
	$Z=200R^{1.60}$	0.830
大兴	$Z=386R^{1.32}$	0.881
	$Z=300R^{1.40}$	0.881
	$Z=200R^{1.60}$	0.874

4 结论与讨论

利用 2017—2018 年北京地区夏季雨滴谱资料和自动站雨量资料,在评估了雨滴谱资料可靠性的基础上选取相对误差较小的延庆和大兴站代表北京山区和平原地区,通过降水分类方法研究了两站不同降水类型滴谱的特征,得到主要结论如下:

(1)北京地区夏季降水的对流云滴谱含量较低, $R \leq 5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 的降水频次较多,但对整体雨量贡献较小;而 $R > 5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 的降水频次较少,却对整体雨量贡献较大。分钟谱数据主要由双峰和多峰结构构成,粒子较为活跃;延庆、大兴站滴谱分别在 0.812 mm 、 0.437 mm 出现数浓度峰值。山区的滴谱数浓度峰值所在粒径更大。平均谱均为单峰结构,Gamma 分布拟合效果较好,在小滴段存在一定误差。

(2)对流云降水相比于层状云降水,具有更大的质量平均直径(D_m)、标准化截断参数($\lg N_w$)和分布谱宽。两站相比,延庆站的不同降水类型的 D_m ($\lg N_w$) 均大于(小于)大兴站,表明北京地区山区滴谱粒径偏大数浓度偏小。与国外经典对流云滴谱相比,山区对流云降水滴谱倾向于大陆性对流,平原对流云降水滴谱倾向于海洋性对流。 D_m 随 R 增大而增大明显,并在大雨强时趋于稳定; $\lg N_w$ 与 R 的指数关系不明显,但在 D_m 趋于稳定的大雨强时数值较大。

(3)北京地区不同海拔高度的对流云降水滴谱 $\mu-\Delta$ 关系均存在很好的二项拟合关系,山区对应更大的 μ 和 D_m 。延庆站和大兴站的 $Z-R$ 拟合关系分别为 $Z=764R^{1.20}$ 和 $Z=386R^{1.32}$,其中大兴站的 $Z-R$ 关系与代表夏季对流云降水的 $Z=300R^{1.40}$ 较为一

致,而延庆站拟合的 $Z-R$ 关系与 $Z=300R^{1.40}$ 存在一定差别,体现出北京平原和山区降水的差异。

(4)与 Chen et al(2013)研究的南京地区梅雨季节滴谱特征相比,北京夏季山区和平原的对流云降水和层状云降水含量均较低;且南京的 $D_m-\lg N_w$ 特征介于北京两站之间,粒径分布上:延庆站最大,南京站次之,大兴站最小;数浓度分布上:大兴站最大,南京站次之,延庆站最小。

此外,与 Ji et al(2019)研究的北京滴谱特征(北京另一平原站)相比,由于选取站点、时间、降水分类方法及研究内容的不同,本文的研究结果与其存在一定的差异性,这有助于更加全面地了解北京地区的滴谱特征;但从平原站来看,本文大兴站的对流性降水比例、 $D_m-\lg N_w$ 特征及 $Z-R$ 关系与其较为一致,一定程度上说明了北京平原地区滴谱特征的一致性。

北京地区山区和平原的滴谱分布特征上存在较为明显的差异,这些差异分析有助于对北京不同地区夏季降水特征更加深入地认识和理解,对提高雷达估测降水精度、数值天气预报精度等方面具有重要意义。但除地形特征因素外,气溶胶浓度、云凝结核分布等其他原因均有可能对滴谱的微物理特征产生影响,有待于结合雷达观测、数值模式分析等对滴谱特征和环境变量进行进一步的相关性分析。

参考文献

- 陈聪,银燕,陈宝君,2015. 黄山不同高度雨滴谱的演变特征[J]. 大气科学学报,38(3):388-395. Chen C, Yin Y, Chen B J, 2015. Rain-drop size distribution at different altitudes in Mt. Huang[J]. Trans Atmos Sci,38(3):388-395(in Chinese).
- 陈磊,陈宝君,杨军,等,2013. 2009—2010 年梅雨锋暴雨雨滴谱特征[J]. 大气科学学报,36(4):481-488. Chen L, Chen B J, Yang J, et al, 2013. Characteristics of raindrop size distribution of rain-storm on Meiyu front during 2009—2010[J]. Trans Atmos Sci, 36(4):481-488(in Chinese).
- 杜传耀,尹佳莉,李林,等,2019. 降水现象仪观测应用评估[J]. 气象,45(5):730-737. Du C Y, Yin J L, Li L, et al, 2019. Application evaluation of precipitation phenomenon instrument observation [J]. Meteor Mon,45(5):730-737(in Chinese).
- 宫福久,刘吉成,李子华,1997. 三类降水云雨滴谱特征研究[J]. 大气科学,21(5):607-614. Gong F J, Liu J C, Li Z H, 1997. Study of the raindrop size distributions for three types of precipitation [J]. Sci Atmos Sin,21(5):607-614(in Chinese).
- 黄兴友,印佳楠,马雷,等,2019. 南京地区雨滴谱参数的详细统计分

- 析及其在天气雷达探测中的应用[J]. 大气科学, 43(3): 691-704. Huang X Y, Yin J N, Ma L, et al, 2019. Comprehensive statistical analysis of rain drop size distribution parameters and their application to weather radar measurement in Nanjing[J]. Chin J Atmos Sci, 43(3): 691-704(in Chinese).
- 黄钰, 阮征, 郭学良, 等, 2016. 垂直探测雷达对北京地区夏季降水分类统计[J]. 高原气象, 35(3): 745-754. Huang Y, Ruan Z, Guo X L, et al, 2016. The classification statistics on summer precipitation in Beijing using vertical sounding radar[J]. Plateau Meteor, 35(3): 745-754(in Chinese).
- 李慧, 银燕, 单云鹏, 等, 2018. 黄山层状云和对流云降水不同高度的雨滴谱统计特征分析[J]. 大气科学, 42(2): 268-280. Li H, Yin Y, Shan Y P, et al, 2018. Statistical characteristics of raindrop size distribution for stratiform and convective precipitation at different altitudes in Mt. Huangshan[J]. Chin J Atmos Sci, 42(2): 268-280(in Chinese).
- 李力, 姜有山, 蔡凝昊, 等, 2018. Parsivel 降水粒子谱仪与观测站雨量计的对比分析[J]. 气象, 44(3): 434-441. Li L, Jiang Y S, Cai N H, et al, 2018. Contrastive analysis of Parsivel precipitation particle spectrometer data and pluviometer data[J]. Meteor Mon, 44(3): 434-441(in Chinese).
- 刘红燕, 陈洪滨, 雷恒池, 等, 2008. 利用 2004 年北京雨滴谱资料分析降水强度和雷达反射率因子的关系[J]. 气象学报, 66(1): 125-129. Liu H Y, Chen H B, Lei H C, et al, 2008. Relationship between rain rate and radar reflectivity based on the raindrop distribution data in Beijing during 2004[J]. Acta Meteor Sin, 66(1): 125-129(in Chinese).
- 史晋森, 张武, 陈添宇, 等, 2008. 2006 年夏季祁连山北坡雨滴谱特征[J]. 兰州大学学报(自然科学版), 44(4): 55-61. Shi J S, Zhang W, Chen T Y, et al, 2008. Raindrop-size distribution characteristics of the northern face of Qilian Mountains in the summer of 2006[J]. J Lanzhou Univ (Nat Sci), 44(4): 55-61(in Chinese).
- 王俊, 姚展予, 侯淑梅, 等, 2016. 一次飑线过程的雨滴谱特征研究[J]. 气象学报, 74(3): 450-464. Wang J, Yao Z Y, Hou S M, et al, 2016. Characteristics of the raindrop size distribution in a squall line measured by thies optical disdrometers[J]. Acta Meteor Sin, 74(3): 450-464(in Chinese).
- 汪学渊, 阮征, 李效东, 等, 2016. 雨滴谱仪与风廓线雷达反射率对比试验[J]. 气象, 42(1): 107-114. Wang X Y, Ruan Z, Li X D, et al, 2016. Comparison of the reflectivities of wind profile radar and raindrop disdrometer[J]. Meteor Mon, 42(1): 107-114(in Chinese).
- 杨俊梅, 陈宝君, 韩永翔, 等, 2016. 山西省不同地区雨滴谱的统计特征[J]. 气象科学, 36(1): 88-95. Yang J M, Chen B J, Han Y X, et al, 2016. Statistical characteristics of raindrop size distribution in different regions of Shanxi[J]. J Meteor Sci, 36(1): 88-95(in Chinese).
- 郑娇恒, 陈宝君, 2007. 雨滴谱分布函数的选择: M-P 和 Gamma 分布的对比研究[J]. 气象科学, 27(1): 17-25. Zheng J H, Chen B J, 2007. Comparative study of exponential and gamma functional fits to observed raindrop size distribution[J]. J Meteor Sci, 27(1): 17-25(in Chinese).
- Battaglia A, Rustemeier E, Tokay A, et al, 2010. Parsivel snow observations: a critical assessment[J]. J Atmos Oceanic Technol, 27(2): 333-344.
- Brandes E A, Zhang G F, Vivekanandan J, 2002. Experiments in rainfall estimation with a polarimetric radar in a subtropical environment[J]. J Appl Meteor, 41(6): 674-685.
- Brandes E A, Zhang G F, Vivekanandan J, 2003. An evaluation of a drop distribution-based polarimetric radar rainfall estimator[J]. J Appl Meteor, 42(5): 652-660.
- Bringi V N, Chandrasekar V, Hubbert J, et al, 2003. Raindrop size distribution in different climatic regimes from disdrometer and dual-polarized radar analysis[J]. J Atmos Sci, 60(2): 354-365.
- Chakravarty K, Raj P E, 2013. Raindrop size distributions and their association with characteristics of clouds and precipitation during monsoon and post-monsoon periods over a tropical Indian station[J]. Atmos Res, 124: 182-189.
- Chang W Y, Wang T C C, Lin P L, 2009. Characteristics of the raindrop size distribution and drop shape relation in typhoon systems in the western pacific from the 2D video disdrometer and NCU C-Band polarimetric radar[J]. J Atmos Oceanic Technol, 26(10): 1973-1993.
- Chen B J, Yang J, Pu J P, 2013. Statistical characteristics of raindrop size distribution in Meiyu season observed in Eastern China[J]. J Meteor Soc Japan Ser II, 91(2): 215-227.
- Fulton R A, Breidenbach J P, Seo D J, et al, 1998. The WSR-88D rainfall algorithm[J]. Wea Forecasting, 13(2): 377-395.
- Hu Z, Srivastava R C, 1995. Evolution of raindrop size distribution by coalescence, breakup, and evaporation: theory and observations[J]. J Atmos Sci, 52(10): 1761-1783.
- Jaffrain J, Berne A, 2011. Experimental quantification of the sampling uncertainty associated with measurements from Parsivel disdrometers[J]. J Hydrometeorol, 12(3): 352-370.
- Ji L, Chen H N, Li L, et al, 2019. Raindrop size distributions and rain characteristics observed by a Parsivel disdrometer in Beijing, Northern China[J]. Remote Sens, 11(12): 1479.
- Kirankumar N V P, Rao T N, Radhakrishna B, et al, 2008. Statistical characteristics of raindrop size distribution in southwest monsoon season[J]. J Appl Meteor Climatol, 47(2): 576-590.
- Kruger A, Krajewski W F, 2002. Two-dimensional video disdrometer: a description[J]. J Atmos Oceanic Technol, 19(5): 602-617.
- Marshall J S, Palmer W M K, 1948. The distribution of raindrops with size[J]. J Meteor, 5(4): 165-166.
- Nzeukou A, Sauvageot H, Ochou A D, et al, 2004. Raindrop size distribution and radar parameters at Cape Verde[J]. J Appl Meteor, 43(1): 90-105.
- Rosenfeld D, Ulbrich C W, 2003. Cloud Microphysical Properties,

- Processes, and Rainfall Estimation Opportunities [C] // Wakimoto R M, Srivastava R. Radar and Atmospheric Science: A Collection of Essays in Honor of David Atlas. Boston: American Meteorological Society; 237-258.
- Testud J, Oury S, Black R A, et al, 2001. The concept of “normalized” distribution to describe raindrop spectra; a tool for cloud physics and cloud remote sensing [J]. *J Appl Meteor*, 40(6): 1118-1140.
- Tokay A, Bashor P G, 2010. An experimental study of small-scale variability of raindrop size distribution [J]. *J Appl Meteor Climatol*, 49(11): 2348-2365.
- Tokay A, Short D A, 1996. Evidence from tropical raindrop spectra of the origin of rain from stratiform versus convective clouds [J]. *J Appl Meteor*, 35(3): 355-371.
- Ulbrich C W, 1983. Natural variations in the analytical form of the raindrop size distribution [J]. *J Climate Appl Meteor*, 22(10): 1764-1775.
- Vivekanandan J, Zhang G F, Brandes E, 2004. Polarimetric radar estimators based on a constrained gamma drop size distribution model [J]. *J Appl Meteor*, 43(2): 217-230.
- Wen L, Zhao K, Chen G, et al, 2018. Drop size distribution characteristics of seven typhoons in China [J]. *J Geophys Res: Atmos*, 123(12): 6529-6548.
- Zhang G F, Vivekanandan J, Brandes E A, et al, 2003. The shape-slope relation in observed gamma raindrop size distributions: Statistical error or useful information? [J]. *J Atmos Oceanic Technol*, 20(8): 1106-1119.