张红亮,沈学顺,2021. 位温方程拉格朗日平流计算方案的改进及其在 GRAPES_GFS 全球模式的应用[J]. 气象,47(4):463-470. Zhang H L,Shen X S,2021. Improvement of Lagrangian advection scheme in potential temperature equation and its application in GRAPES GFS model[J]. Meteor Mon,47(4):463-470(in Chinese).

位温方程拉格朗日平流计算方案的改进及其 在 GRAPES_GFS 全球模式的应用*

张红亮 沈学顺

国家气象中心,北京100081

提 要: GRAPES 全球数值预报系统(GRAPES_GFS)个例试验中,模式高层垂直速度在南极大陆上空会出现较大的计算噪 音,进而影响模式的积分稳定性,甚至积分中断。对 GRAPES_GFS 的动力框架以及动力、物理耦合方案进行诊断分析,发现 位势温度在拉格朗日上游点上的垂直插值是垂直速度噪音产生的主要原因。2013 年 7 月实际资料试验表明,在位温方程中 引入垂直非插值的拉格朗日平流方案,可以减少或消除该计算噪音。使用新的方案后,北半球和热带地区模式预报的整体性 能得到了明显提高,8 d 预报的全球质量损失较为严重的问题也得到了缓解。

Improvement of Lagrangian Advection Scheme in Potential Temperature Equation and Its Application in GRAPES_GFS Model

ZHANG Hongliang SHEN Xueshun National Meteorological Centre, Beijing 100081

Abstract: In the case study of GRAPES_GFS, the vertical velocity on the upper level over the Antarctic continent has big computational noise, affecting the integral stability, and even causing the integral interruption. The diagnostic analysis of its dynamical core and physics-dynamics couple scheme indicates that the vertical interpolation of the potential temperature at the Lagrangian departure points is the main source of noise. Monthly case study of July 2013 shows that by introducing the vertical non-interpolated Lagrangian scheme into the thermal equation, this computational noise can be greatly reduced or eliminated. The comprehensive performance in the Northern Hemisphere and tropical region has improved significantly, and the serious loss of mass in 8 d integration process has been significantly alleviated.

Key words: two-time-level semi-implicit semi-Lagrangian (2TSISL), potential temperature equation, noninterpolation Lagrangian vertical advection

引 言

二时间层半隐式半拉格朗日时间积分方案

(two-time-level semi-implicit semi-Lagrangian, 2TSISL)具有非常好的计算稳定性和计算效率, Robert(1981)提出后就被越来越多地用到了气象业 务模式中,比如:欧洲中期数值预报中心(ECMWF)

 ^{*} 国家重点研发计划(2017YFC1501904)资助
 2020年2月26日收稿; 2021年2月3日收修定稿
 第一作者:张红亮,主要从事数值天气预报研究. E-mail:zhanghl@cma.cn

的数值预报模式 IFS(Integrated Forecast System)、 英国气象局的新动力框架模式(New Dynamical Core)以及中国气象局的 GRAPES_GFS 模式 (Global-Regional Assimilation and PrEdiction System, Global Forecast System)(薛纪善和陈德辉, 2008)等。

2009年 GRAPES_GFS1.0 业务化以来,GRA-PES_GFS 在动力框架上做了很多改进,以提高模式 的计算稳定性和计算精度。如:地形滤波方案的改 进;水物质采用高精度的标量平流方案(piece-wise rational method);模式高层引入瑞利摩擦;垂直速 度方程中引入隐式拖曳项等(沈学顺等,2017);在最 新的 GRAPES_GFS3.0 版本中采用三维参考大气 (苏勇等,2018);在时间积分方案上采用预估-修正 的 2TSISL 方案等。

除了上述影响因素, GRAPES GFS 采用的经 典 2TSISL 方案中拉格朗日轨迹的计算精度也是影 响模式稳定性和计算精度的一个重要因素。在一个 时间步长内,从格点(到达点)出发的空气质点沿着 拉格朗日轨迹反向匀速直线移动所到达的位置就是 拉格朗日上游点,经典的 2TSISL 方案中,质点是以 拉格朗日轨迹中间点的速度做匀速直线运动。由于 拉格朗日轨迹中间点既不在整时间层上,一般也不 在模式格点上,所以质点移动速度需要时间线性外 插和空间线性内插得到。Hortal(2002)发现 IFS 模 式采用 2TSISL 方案后拉格朗日轨迹的计算误差会 造成 200 hPa 的温度场和南半球平流层 5 hPa 急流 轴附近的纬向风的计算噪音。他将匀速直线运动假 设变成匀加速度直线运动假设,发展了稳定外插的 二时间层方案(stable extrapolation two-time-level scheme, SETTLS),一定程度上缓解了这个问题。 张旭等(2015)在 GRAPES 中尺度模式中引入该方 案,改进了理想场试验的计算精度和计算稳定性。 由于 SETTLS 方案本质上仍然是时间外插方案,不 能完全消除计算噪音, Wood et al (2014) 在英国气 象局的 ENDGame 中将当前时刻到达点的速度作为 质点的移动速度,避免了时间外插带来的计算噪音, 增加了模式的计算稳定性。

另一方面,拉格朗日上游点一般不在模式格点上,上游点上的物理量可以通过周围网格点高阶插 值得到,比如 Hermite 三次插值方案、cubic 拉格朗 日插值方案和准三次 cubic 拉格朗日插值方案,以 及水平三阶、垂直五阶的插值方案等。随着模式分 辦率越来越高,插值误差对模式预报误差的影响越 来越明显(Polichtchouk et al,2020)。Ritchie(1986)早 就提出了在拉格朗日平流的基础上通过减少插值来 减少平滑对计算精度的影响。Rancic(1995)提出非 插值的半拉格朗日平流方案可以减少模式的耗散误 差。英国气象局的 New Dynamical Core 和 ECM-WF 的 IFS 模式都在位温方程中引入垂直非插值拉 格朗日平流方案,减少了垂直插值对位温造成的计 算误差,提高了模式的计算精度(Diamantakis et al, 2007;Ritchie et al,1995)。

GRAPES_GFS预报的垂直速度在南极上空模 式高层出现了较大的计算噪音,导致模式积分不稳 定,甚至积分中断的现象。本文从拉格朗日平流的 角度对这个噪音的产生进行了深入的诊断分析,得 出位温在拉格朗日上游点上的垂直插值是这个噪音 产生的主要原因,进而通过引入位温垂直非插值拉 格朗日平流方案成功地消除了该计算噪音。

1 模式和资料

1.1 2TSISL 的 GRAPES_GFS 简介

GRAPES_GFS 是中国气象局自主研发的全球 区域一体同化预报系统的全球版本。自 2009 年 3 月形成准业务化版本 GRAPES_GFS1.0 以来,针对 模式的稳定性和预报精度进行了一系列改造;2014 年升级为 GRAPES_GFS2.0,模式水平分辨率为 0.25°×0.25°,垂直方向不等距分成 60 层,模式层 顶位于 36 km;2020 年 6 月将原有的一维参考大气 换成三维参考大气,经典的 2TSISL 方案换成预估-修正的 2TSISL 方案后,GRAPES_GFS3.0 正式业 务化,模式层顶抬升到 60 km,垂直分为 87 层。

GRAPES_GFS 的物理过程包含显式云微物理 方案(Li et al,2018;李喆等,2019)、NSAS 对流参数 化方案、RRTMG 辐射传输方案、MRF 边界层过程、 CoLM 陆面过程方案,以及重力波拖曳等方案(姜晓 飞等,2015;万晓敏等,2017;宫宇等,2018)。

本文试验是基于 GRAPES_GFS2.0 进行,其动 力框架采用的是经典 2TSISL 时间积分方案(Temperton et al,2001)。对任意一个预报变量 X(纬向 风、经向风、垂直速度、无量纲气压、水物质和位温 等),原始预报方程可以用 2TSISL 展开,得到:

$$\frac{X_A^{t+\Delta t} - X_D^t}{\Delta t} = \alpha (L_A^{t+\Delta t} + N_A^{t+\Delta t}) + (1-\alpha) (L_D^t + N_D^t)$$
(1)

式中:A 表示 $t + \Delta t$ 时刻拉格朗日到达点;D 表示 t时刻拉格朗日上游点;L 是引入参考大气之后方程 右端的线性项,N 是扣除线性项的残差项,也是非 线性项,L 和N 的具体表达式参见薛纪善和陈德辉 (2008)、沈学顺等(2017); α 是半隐式时间系数,为 了保持积分稳定性,GRAPES_GFS 中 1> α >0.5; $N_A^{+\alpha}$ 是 $t + \Delta t$ 到达点的非线性项,通过 t 和 $t - \Delta t$ 时刻的非线性项时间线性外插得到:

$$N_A^{t+\Delta t} = 2N_A^t - N_A^{t-\Delta t} \tag{2}$$

线性方程组(1)的求解最后转为求解关于无量纲扰 动气压的 Helmholtz 方程组。拉格朗日轨迹上游点 计算在极区采用 Mcdonald and Bates(1989)方法, 在中低纬度采用的是 Ritchie(1987;1988)方法。拉 格朗日轨迹中间点速度为:

$$\mathbf{V}^{t+\frac{1}{2}\Delta t} = \frac{3}{2}\mathbf{V}^{t} - \frac{1}{2}\mathbf{V}^{t-\Delta t}$$
(3)

GRAPES_GFS 在水平面上采用 Arakawa-C 网格分布,垂直方向是 Charney-Phillips 跳点分层,从预报变量纬向风、经向风、无量纲气压和位温(垂直速度等)所在的格点出发需要计算 4 组拉格朗日轨迹,得到 4 组拉格朗日上游点位置。拉格朗日上游点上的变量通过 32 点的三维准三次拉格朗日插值得到。

1.2 资料

文中采用 NCEP/NCAR 提供的水平分辨率为 1°×1°,垂直方向 26 层的 FNL(final analysis)资料 作为模式的初始场。

2 计算不稳定现象分析

以 2011 年 11 月 10 日 12 UTC 的 FNL 资料冷 启个例为例,模式积分 4 h 后垂直速度在南极上空 (>20000 m)开始出现计算噪音,此时的垂直速度 只有 0.45 m • s⁻¹,其他预报变量都很光滑。模式 积分 6 h 噪音范围向北扩大到 60°S 以南的大部分 区域,位势温度和水平风速也相继出现计算噪音。 图 1 是 GRAPES_GFS 积分 6 h,第 55 层(\approx 22866 m) 模式面上垂直速度分布。垂直速度呈现自西向东正 负相间排列分布,最大风速达 6 m • s⁻¹,导致模式 积分中断。由于上升和下沉的垂直运动自西向东排 列,造成位温和水平风速自西向东锯齿状排列的噪 音出现(图略)。

为甄别计算噪音产生的动力物理原因,关闭全 部物理过程后单独积分动力框架 6 h 各个变量仍然 会出现计算噪音,只是量值减少一半(图略),因此动 力框架的计算误差是噪音产生的主要原因,物理过 程起了放大器作用。

2.1 地形的影响

出现噪音的南极大陆海陆交界处,最大的地形 落差有 2000 m(图 2)。GRAPES_GFS采用地形追 随坐标系后,坐标面在此处非常陡峭,因此首先考虑 地形对计算噪音的影响。将模式中的地形高度设为 零,单独积分动力框架 6 h,第 55 层模式面上的垂直 速度仍然出现了计算噪音(图 3),最大上升速度为 7 m・s⁻¹。所以地形强迫不是计算噪音产生的原因。 为了简化试验设计,以下试验中将模式地形设为零。





Fig. 3 Same as Fig. 1, but for removing physical packages with topography height being zero

2.2 拉格朗日上游点计算的影响

本节通过敏感性试验,讨论拉格朗日上游点计 算对计算噪音的影响。

从拉格朗日到达点出发,沿着*i*,*j*,*k*方向分别 计算一个时间步长下质点反向移动的距离得到拉格 朗日上游点的位置。GRAPES_GFS 的4套网格点 计算4套拉格朗日轨迹并在上游点上进行插值。4 套上游点的计算方案和插值方案是一样的,如果是 拉格朗日轨迹计算导致的上游点位置计算误差带来 的计算嗓音,则4套上游点的位置计算都会产生计 算嗓音。但是上游点上不同变量的插值误差对模式 预报精度的影响是不一样的。

试验第一步:讨论拉格朗日上游点位置计算误 差对计算噪音的敏感性。分别设置4套拉格朗日平 流在*i,j,k*方向的移动速度为零,在此方向上上游 点和到达点处在同一个网格点上,在此方向上也不 需要进行空间插值。12组试验中,只有将垂直速度 和位温所在格点的垂直拉格朗日平流速度设为零 时,可以消除计算噪音(图4),其他设置下,计算噪 音仍然存在。试验结果表明计算噪音的产生与拉格 朗日上游点位置计算无关,垂直速度或位温在垂直 方向的插值误差是造成计算噪音的主要原因。

试验第二步:拉格朗日轨迹计算方案不变,垂直 速度和位温在拉格朗日上游点上分别只进行水平插 值,不进行垂直插值,以讨论垂直速度和位温的垂直 插值误差对计算噪音的影响。试验结果表明拉格朗 日上游点上的位温,如果不进行垂直插值而只进行 水平插值,计算噪音也会消除(图 5a);但是,垂直速度 不管是否进行垂直插值,计算噪音都会存在。图 5b 是垂直速度在上游点上不进行垂直插值的情况,可以 看到计算噪音仍然存在,最大上升速度为7 m・s⁻¹。

试验第三步:在第二步试验的基础上,将位温的 拉格朗日上游点在垂直方向上近似到最接近的模式 层,拉格朗日上游点上只需要进行水平插值,不做垂 直插值。试验结果表明,垂直速度场是光滑的,计算 噪音没有出现(图 5c)。

以上三步试验表明,拉格朗日上游点上位温的 垂直插值会造成模式高层垂直速度的计算噪音。







3 垂直非插值拉格朗日平流方案

第2节分析认为,位势温度及其相关项在拉格 朗日上游点上的垂直插值是模式计算噪音产生的原 因。本文据此对位温方程的拉格朗日垂直平流进行 改造,将垂直方向的拉格朗日上游点近似到最接近 的模式面,垂直方向不再进行插值。

在没有源汇项的情况下,位势温度 θ 的热量方 程如下:

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 0 \tag{4}$$

引入满足静力平衡的一维参考大气廓线 $\bar{\theta}(z)$,得到 扰动位势温度 $\theta' = \theta - \bar{\theta}(z)$,式(4)变成:

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\theta'}{\mathrm{d}t} + w \frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z} = 0 \tag{5}$$

将
$$\frac{\mathrm{d}\theta'}{\mathrm{d}t}$$
 进行欧拉展开得到:
 $\frac{\mathrm{d}\theta'}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial\theta'}{\partial t} + u \frac{\partial\theta'}{a\cos\varphi\partial\lambda} + v \frac{\partial\theta'}{a\partial\varphi} + \hat{w} \frac{\partial\theta'}{\partial\hat{z}} + w \frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z} = 0$
(6)

式中:*u*,*v*,*w*分别是模式面水平和垂直风速,*w*是 高度面上的垂直风速。ź是模式面高度,*z*是海拔高度。

对该方程中的垂直平流项进行修正(Diamantakis et al,2007),假设 $r_A \in \theta \Leftrightarrow t + \Delta t$ 时刻所在拉 格朗日到达点,在一个时间步长内它沿着拉格朗日 轨迹以(u,v,\hat{w})做反向匀速直线运动到达拉格朗日 上游点 r_D 。为了避免位温及其相关项在垂直方向 的插值,可以将 r_D 的垂直分量近似到最近的模式层 r_D ,近似的垂直速度 \hat{w}^* 等见式(7)

$$w^{*} = \frac{r_{A} - r_{D}}{dt}$$
$$\hat{w} = \frac{r_{A} - r_{D}}{dt}$$
$$r_{D} = nint(r_{D})$$
(7)

式中 nint 是取整函数。

位温方程可以重新写成

$$\frac{\theta^{\prime t+\Delta t}-\theta^{\prime t}_{D}}{\Delta t}=-(\hat{w}-\hat{w}^{*})\frac{\partial\theta^{\prime}}{\partial\hat{z}}-w\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z} \quad (8)$$

对比式(8)和式(6),不难看出公式修改后只是在方 程右端增加了一个非线性项 – $(\hat{w} - \hat{w}^*) \frac{\partial \theta'}{\partial \hat{z}}$ 。对 式(8)进行 2TSISL 展开如下:

$$\theta_{A}^{\prime t+\Delta t} = \theta_{D}^{\prime t} - \Delta t \left[(\hat{w} - \hat{w}^{*}) \frac{\partial \theta}{\partial \hat{z}} + w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right]_{D}^{t} - \Delta t \left[(\hat{w} - \hat{w}^{*}) \frac{\partial \theta}{\partial \hat{z}} + w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right]_{A}^{t+\Delta t}$$
(9)

即:

$$\theta'_{A}^{t+\Delta t} = -\Delta t \left(w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}\right)_{A}^{t+\Delta t} + \left\{\theta' - \Delta t \left[\left(\hat{w} - \hat{w}^{*}\right) \frac{\partial \theta'}{\partial \hat{z}} + w \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}\right]\right\}_{Dt}^{t} - \left[\Delta t \left(\hat{w} - \hat{w}^{*}\right) \frac{\partial \theta'}{\partial \hat{z}}\right]_{A}^{t+\Delta t}$$
(10)

其中 $\left[\Delta t(\hat{w}-\hat{w}^*)\frac{\partial\theta'}{\partial\hat{z}}\right]_A^{t+\Delta t}$ 可由t和 $t-\Delta t$ 的值通 过线性外插得到。

4 实际资料试验

4.1 个例试验

位温方程采用垂直非插值拉格朗日平流方案, 其他设置和业务模式保持一致,将 2011 年 11 月 10 日 12 UTC 个例重新积分 6 h,第 55 层模式面上的 垂直速度如图 6 所示。由于采用了新的计算方案, 各个预报变量上的计算噪音都被消除,最大垂直速 度小于 0.1 m • s⁻¹。

4.2 批量试验

以 2013 年 7 月 1—31 日 12 UTC 的 FNL 资料 为初值进行 8 d 预报,模式水平分辨率为 0.5°× 0.5°,垂直方向 60 层,积分时间步长为 600 s。

31 d 试验中,旧的方案中因为垂直速度出现了 计算噪音造成积分中断的个例共有 5 次,计算噪音 大都发生在南极大陆海陆交界处,或者南北极附近 的模式中高层。采用新的垂直平流方案后不稳定现 象消失,模式积分 8 d 正常结束。

图 7 为改进预报试验的预报变量综合评分卡, 分别对东亚、北半球、南半球、赤道四个区域的风场、 温度场、高度场进行检验。左列为预报时效 1~8 d 的距平相关系数,右列为均方根误差,红色表示正效 果,绿色表示负效果,灰色为中性,箭头越大效果越 显著。可以看到采用新的方案后,在北半球和热带 地区,模式的综合预报性能得到明显提升。在北半 球,不论是风场、温度场或高度场的距平相关系数在 1~8 d都有明显提高,除了250 hPa温度场的均方











根误差有所变坏,其他预报变量的均方根误差都有 所减少。东亚地区各预报量的距平相关系数与控制 试验相当,温度场和高度场的均方根误差有所减少。 南半球基本持平。

图 8 是 2013 年 7 月 31 d 平均的 0~8 d 地面气 压变化。模式起报时平均地面气压为 982.4 hPa, 旧的方案中地面气压随着积分时间线性递减,平均 1 d减少0.2 hPa,经过8 d预报地面气压一共减少



了 1.2 hPa。但是新的方案中 8 d 预报地面气压由 982.4 hPa 增加到 982.7 hPa,增加了 0.3 hPa,相 当于旧方案 1.5 d 的变化量。

5 结论与讨论

GRAPES_GFS2.0 的垂直速度在模式高层出现计算噪音会导致积分不稳定,甚至积分中断。去掉模式物理过程和模式地形后这个噪音仍然存在,因此认为动力框架计算误差是计算噪音产生的主要原因。

GRAPES_GFS 动力框架采用的是 2TSISL 方 案。拉格朗日轨迹计算包括拉格朗日上游点的位置 计算和上游点上的插值。诊断分析表明:拉格朗日 上游点位置计算以及其他变量在拉格朗日上游点上 的水平和垂直插值,都不会产生垂直速度场的计算 噪音,只有位势温度在拉格朗日上游点处的垂直插 值可以造成垂直速度的计算噪音。在位温方程中引 入垂直非插值拉格朗日平流方案后,将位势温度的 拉格朗日上游点在垂直方向上近似到最接近的模式 层,从而避免了位温在垂直方向的插值带来的计算 误差。2013年7月的实际资料试验表明,新的计算 方案可以消除模式中高层的计算噪音,并且可以提 高模式在北半球和热带地区的预报性能,减少预报 的均方根误差。8 d 预报质量损失严重的现象得到 了明显的缓解。目前该方案已经在 GRAPES_ GFS2.0和 GRAPES_GFS3.0上业务运行。

参考文献

- 宫宇,代刊,徐珺,等,2018.GRAPES-GFS模式暴雨预报天气学检验 特征[J]. 气象,44(9):1148-1159.Gong Y,Dai K,Xu J,et al, 2018.Synoptic verification characteristics of operational GRAPES-GFS model heavy rain event forecast[J]. Meteor Mon,44(9): 1148-1159(in Chinese).
- 姜晓飞,刘奇俊,马占山,2015. GRAPES 全球模式浅对流过程和边 界层云对低云预报的影响研究[J]. 气象,41(8):921-931. Jiang X F, Liu Q J, Ma Z S, 2015. Influences of shallow convective process and boundary-layer clouds on cloud forecast in GRAPES global model[J]. Meteor Mon,41(8):921-931(in Chinese).
- 李喆,马占山,刘奇俊,等,2019. GRAPES 双参数云微物理方案的改 进和云降水个例模拟研究:GRAPES_SCM 对热带对流云个例 的模拟研究[J]. 气象,45(6):756-765. Li Z, Ma Z S, Liu Q J, et al,2019. The improvement of GRAPES double moment cloud scheme and case study of cloud precipitation:modeling study of tropical convective cloud via GRAPES_SCM[J]. Meteor Mon, 45(6):756-765(in Chinese).
- 沈学顺,苏勇,胡江林,等,2017. GRAPES_GFS 全球中期预报系统 的研发和业务化[J]. 应用气象学报,28(1):1-10. Shen X S,Su Y,Hu J L,et al,2017. Development and operation transformation of GRAPES Global Middle-range Forecast System[J]. J Appl Meteor Sci,28(1):1-10(in Chinese).
- 苏勇,沈学顺,陈子通,等,2018. GRAPES_GFS 中三维参考大气的 研究:理论设计和理想试验[J]. 气象学报,76(2):241-254. Su Y,Shen X S,Chen Z T,et al,2018. A study on the three-dimensional reference atmosphere in GRAPES_GFS: theoretical design and ideal test[J]. Acta Meteor Sin,76(2):241-254(in Chinese).
- 万晓敏,田伟红,韩威,等,2017. FY-2E 云导风的算法改进及其在 GRAPES 中的同化应用研究[J]. 气象,43(1):1-10. Wan X M, Tian W H,Han W,et al,2017. The evaluation of FY-2E reprocessed IR AMVs in GRAPES[J]. Meteor Mon,43(1):1-10(in Chinese).
- 薛纪善,陈德辉,2008. 数值预报系统 GRAPES 的科学设计与应用 [M].北京:科学出版社:69-109. Xue J S, Chen D H, 2008. Scientific Design and Application of Numerical Prediction System

GRAPES[M]. Beijing: Science Press: 69-109(in Chinese).

- 张旭,黄伟,陈葆德,2015. 二阶精度半隐式半拉格朗日轨迹计算和时间积分方案在 GRAPES 区域模式中的应用[J]. 气象学报,73
 (3):557-565. Zhang X, Huang W, Chen B D, 2015. Implementation of a 2nd order semi-implicit semi-Lagrangian trajectory algorithm and time integration scheme in the GRAPES regional model[J]. Acta Meteor Sin,73(3):557-565(in Chinese).
- Diamantakis M, Davies D, Wood N, 2007. An iterative time-stepping scheme for the Met Office's semi-implicit semi-Lagrangian nonhydrostatic model[J]. Quart J Roy Meteor Soc, 133(625):997-1011.
- Hortal M, 2002. The development and testing of a new two-timelevel semi-Lagrangian scheme (SETTLS) in the ECMWF forecast model[J]. Quart J Roy Meteor Soc, 128(583):1671-1687.
- Li Z,Zhang Y T,Liu Q J, et al. 2018. A study of the influence of microphysical processes on Typhoon Nida (2016) using a new double-moment microphysics scheme in the weather research and forecasting model[J]. J Trop Meteor, 24(2):123-130.
- McDonald A,Bates J R,1989. Semi-Lagrangian integration of a grid point shallow water model on the sphere[J]. Mon Wea Rev,117 (1):130-137.
- Polichtchouk I, Diamantakis M, Váňa F, 2020. Quintic vertical interpolation improves forecasts of the stratosphere [R]. ECMWF Newsletter (163):23-26.
- Rančic M, 1995. An efficient, conservative, monotonic remapping for semi-Lagrangian transport algorithms [J]. Mon Wea Rev, 123 (4):1213-1217.
- Ritchie H, 1986. Eliminating the interpolation associated with the semi-Lagrangian scheme[J]. Mon Wea Rev, 114(1):135-146.
- Ritchie H,1987. Semi-Lagrangian advection on a Gaussian grid[J]. Mon Wea Rev,115(2):608-619.
- Ritchie H, 1988. Application of the semi-Lagrangian method to a spectral model of the shallow water equations [J]. Mon Wea Rev, 116(8):1587-1598.
- Ritchie H, Temperton C, Simmons A, et al, 1995. Implementation of the semi-Lagrangian method in a high-resolution version of the ECMWF forecast model[J]. Mon Wea Rev.123(2):489-514.
- Robert A,1981. A Stable numerical integration scheme for the primitive meteorological equations[J]. Atmos-Ocean,19(1):35-46.
- Temperton C, Hortal M, Simmons A, 2001. A two time-levels semi-Lagrangian global spectral model[J]. Quart J Roy Meteor Soc, 127(571):111-127.
- Wood N.Staniforth A.White A, et al. 2014. An inherently mass-conserving semi-implicit semi-Lagrangian discretization of the deepatmosphere global non-hydrostatic equations [J]. Quart J Roy Meteor Soc, 140(682):1505-1520.