

濮文耀,李红斌,宋煜,等. 2015. 0℃层高度的变化对冰雹融化影响的分析和应用. 气象, 41(8):980-985.

# 0℃层高度的变化对冰雹融化影响的分析和应用<sup>\* 1</sup>

濮文耀<sup>1</sup> 李红斌<sup>1</sup> 宋煜<sup>2</sup> 黄振<sup>3</sup> 何阳<sup>1</sup> 赵繁盛<sup>1</sup> 张殿刚<sup>1</sup>

1 大连市人工影响天气办公室,大连 116001

2 大连市气象服务中心,大连 116001

3 大连市气象台,大连 116001

**提 要:** 通过冰雹融化过程的热量平衡公式得到 0℃层高度与冰雹融化能力的近似关系,分析小尺度冰雹条件下 0℃层高度对 0℃层冰雹半径和地面冰雹半径的影响。结果表明:地面冰雹半径随 0℃层冰雹半径和 0℃层高度变化,设定冰雹云判别的雷达回波高度和中心强度等指标时应考虑 0℃层高度变化的影响;0℃层高度在 2000~6000 m 范围内时,0℃层冰雹最小半径临界值在 0.32~1.08 cm,临界降雹的最小上升气流速度在 11.5~21.2 m·s<sup>-1</sup>;结果分析可初步了解 0℃层高度对冰雹融化的影响,为冰雹预报及人工防雹作业提供重要参考依据,降低通过 WSR-88D 增强 HDA 算法做冰雹尺寸预报的虚警率。

**关键词:** 0℃层高度, 0℃层冰雹半径, 地面冰雹半径, 雷达增强 HDA 算法

**中图分类号:** P412, P482

**文献标志码:** A

**doi:** 10.7519/j.issn.1000-0526.2015.08.007

## Analysis and Application of the Effect of 0℃ Layer Height on Melting Hail

PU Wenyaoy<sup>1</sup> LI Hongbin<sup>1</sup> SONG Yu<sup>2</sup> HUANG Zhen<sup>3</sup> HE Yang<sup>1</sup>  
ZHAO Fansheng<sup>1</sup> ZHANG Diangang<sup>1</sup>

1 Dalian Weather Modification Office of Liaoning, Dalian 116001

2 Dalian Meteorological Service Centre of Liaoning, Dalian 116001

3 Dalian Meteorological Observatory of Liaoning, Dalian 116001

**Abstract:** Using thermal balance equation during the process of hail melting, the approximate relationship of 0℃ layer height ( $h_0$ ) and hail melting ability was obtained, and the influence of  $h_0$  to zero layer hail radius ( $r_0$ ) and ground hail radius ( $r_g$ ) was analyzed under the condition of small scale hail. The results show that  $r_g$  changes with  $h_0$  and  $r_0$ , so the hail cloud index setting such as radar echo height and center intensity is related to the change of  $h_0$ , when  $h_0$  changes in the range of 2000—6000 m, the threshold of minimum zero layer hail radius changes between 0.32 cm to 1.08 cm, and the threshold of minimum updraft velocity changes from 11.5 m·s<sup>-1</sup> to 21.2 m·s<sup>-1</sup>. The results show a general understanding on the change of 0℃ layer height to hail melting, which can provide a reference for hail forecast and hail-suppression operation, and reduce the false alarm rate of WSR-88D enhanced HDA algorithm in hail size prediction.

**Key words:** 0℃ layer height, 0℃ layer hail radius, ground hail radius, radar enhanced HDA algorithm

\* 大连市科技局课题(2008E13SF188)资助

2014 年 3 月 27 日收稿; 2015 年 3 月 7 日收修定稿

第一作者:濮文耀,主要从事人工影响天气研究. Email:pwysy@163.com

## 引 言

冰雹是一种直径大于 0.5 cm 的冰相降水粒子,多数为椭圆形、球形和锥形,在强对流云中上部的上升气流中反复增长形成冰雹,最后在降落过程中穿过 0℃层高度后部分融化。盛夏高温时随着 0℃层高度的增加,冰雹直径在下落过程中受热融化的影响增大,对于相同的雷达回波指标,在春秋季节可以出现冰雹,而在盛夏季节往往只有强降水。许焕斌等(2004)、段英(2009)、李大山(2002)的统计表明,我国降雹主要出现在西北、东北、华北、西南,尤其是山区,雹块直径一般在 0.5~2 cm,也出现过直径大于 15 cm 的降雹,但这样大的雹块少见。当雹块直径较小时,依然可以对农作物产生较大损坏,如苹果被小雹击伤后无法长时间保存,烟叶受雹击后会造成经济很大损失等。

雷雨顺等(1978)对冰雹天气进行过系统深入的研究,国内外科学家在应用雷达识别冰雹云方面做了大量的工作,Mather 等(1976)、樊鹏等(2005)、段鹤等(2014)和王秀玲等(2012)讨论了 45 dBz 高度、0℃层高度与地面降雹之间的关系。目前对于冰雹半径的预报方法较少,其中 WSR-88D 的增强 HDA 算法(Arthur et al,1998)中开发了基于反射率因子的算法,是在垂直累积液态水(VIL)算法(Eric et al,1998)成功的基础上设计的(俞小鼎等,2000)。该算法在预测强冰雹方面效果较好,但由于只考虑了冰雹在冻结层以上的形成过程,而没有很好考虑冰雹下降到冻结层之下的融化过程,邵玲玲等(2006)、朱君鉴等(2004)、王瑾等(2011)的研究表明增强 HDA 算法容易产生虚报或高估。一些地区根据当地历史资料统计,通过提高雷达回波强度参数的阈值等方法降低误差。

大连市气象局 2002 年安装了 CINRAD/SA 雷达,使用过程中发现也存在冰雹预警的虚警率偏高现象。在大连防雷作业指挥系统中尝试根据增强 HDA 算法和探空资料计算一项自动实时输出的冰雹尺寸估算的产品,为冰雹预警和防雷作业提供辅助参考和订正依据。为降低融化作用的影响,本文尝试分析 0℃层高度与对冰雹尺寸变化的关系,尽管冰雹融化过程比较复杂,徐家骝(1979)、黄美元(1980)的研究表明冰雹融化能力与 0℃层高度关联性较大,本文通过建立理想状态下 0℃层高度、0℃

层冰雹半径和地面冰雹半径之间的近似关系可以根据探空资料得到一种降低融化作用对增强 HDA 算法影响的简单方法。

## 1 计算方法和结果分析

### 1.1 计算方法

徐家骝(1979)在《冰雹微物理与成雹机制》一文中对冰雹融化过程的微物理机制进行了详细的研究,本文尝试在此基础上通过简化计算,讨论 0℃层高度、0℃层冰雹半径和地面冰雹半径之间的近似关系。

假设冰雹在理想热力环境和低速状态下从 0℃层下落过程中融化所需的热量  $c \frac{dm}{dt}$  主要来源于空气传导和对流引起的热量交换  $Q_{cc} = 1.68k \left(\frac{v}{\eta}\right)^{0.5} \cdot D^{\frac{3}{2}}(t_d - t_a)\theta$  和水汽的凝华或蒸发所释放或消耗的潜热  $Q_{es} = C_1 Di_w T^{-1} \left(\frac{v}{\eta}\right)^{0.5} D^{\frac{3}{2}}(e_{sh} - e_{sv})\theta$ , 从 0℃层落到地面的过程中冰雹表面融化的水及时脱落,且不考虑环境垂直气流影响。以上公式中空气热导率  $k = 0.00512 + 7.2342 \times 10^{-5} T - 9.2207 \times 10^{-9} T^2$  (单位:  $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ )、空气动力黏性系数  $\eta = (50.153 + 0.48062T - 1.0967 \times 10^{-4} T^2) \times 10^{-7}$  (单位:  $N \cdot s \cdot m^{-2}$ ) (卡尔 L, 2003)、水汽扩散系数  $Di_w = Di_0 \frac{p_g}{p} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} = 0.21 \times 10^{-4} \frac{1000}{p} \left(\frac{273.15+t}{273.15}\right)^{3/2}$  (单位:  $m^2 \cdot s^{-1}$ )、转化为液相时热量交换常数  $C_1 = 207 \times 4185.85$  (单位:  $J \cdot K \cdot m^{-3} \cdot hPa^{-1}$ )、下落末速度  $v = \sqrt{\frac{8\rho_w g r}{3c_p \rho}}$ , 在  $0.5 \text{ cm} \leq r \leq 3.5 \text{ cm}$  范围内近似  $v = 204\sqrt{r}$ 、粗糙订正因子  $\theta = 1$ 、 $D$  为冰雹直径、 $(t_d - t_a)$  和  $(e_{sh} - e_{sv})$  分别为冰雹和环境的温度差和饱和水汽压差。

若 0℃层高度为  $h_0$ 、大气压  $p = p_g \left(\frac{T_g - \gamma h_0}{T_g}\right)^{\frac{g}{R_d \gamma}}$  hPa、冰雹半径为  $r_0$ 、地面气压为  $p_g = 1000$  hPa、温度  $t_g = \gamma h_0$ 、冰雹半径为  $r_g$ 、其中  $T_g = t_g + 273.15$ 。当冰雹从高度  $h$  下落到  $h - dh$  时,融化所需的热量  $c \frac{dm}{dt}$  等于该时间段内空气的传导和对流引起的热量交换  $Q_{cc}$  与水汽的凝华或蒸发所释放或消耗的潜热  $Q_{es}$  之和,因此公式如下:

$$cdm = - [1.68k(\frac{v}{\eta})^{0.5} D^{\frac{3}{2}}(t_d - t_a) + \frac{C_1 D_w}{T} (\frac{v}{\eta})^{0.5} D^{\frac{3}{2}}(e_{sh} - e_{sv})] \theta \frac{dh}{v} \quad (1)$$

$$v = 204\sqrt{r} \quad (2)$$

式中,  $dm = 4\pi r^2 \rho dr$ ,  $(t_d - t_a) = (h - h_0)\gamma$ , 冰熔解比潜热  $c = 3.35 \times 10^5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ 、大气垂直递减率  $\gamma = 0.0065 \text{ K} \cdot \text{m}^{-1}$ 、干空气的气体常数  $R_d = 287 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ 、冰雹密度  $\rho = 900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , 饱和水汽压

$$\int_{r_g}^{r_0} r^{3/4} dr = \int_0^{h_0} K_{cc} \frac{k(h_0 - h)}{\sqrt{\eta}} dh + \int_0^{h_0} K_{es} \frac{6.11k \{ \exp[\frac{17.62\gamma(h_0 - h)}{243.12 + \gamma(h_0 - h)}] - 1 \} [273.15 + \gamma(h_0 - h)]^{\frac{1}{2}}}{273.15^{\frac{3}{2}} \sqrt{\eta} [\frac{273.15 + \gamma(h_0 - h)}{273.15 + \gamma h_0}]^{\frac{\gamma}{R_d}}} dh$$

$$\text{式中, } K_{cc} = \frac{1.68\sqrt{8}\gamma\theta}{4\pi\rho c \sqrt{204}}, K_{es} = \frac{\sqrt{8}Di_0 C_1 \theta}{4\pi\rho c \sqrt{204}}$$

以上公式为理想热力环境及低速状态下, 地面冰雹半径与  $0^\circ\text{C}$  层高度、 $0^\circ\text{C}$  层冰雹半径三者之间近似关系。当  $h_0$  取定值时可得:

$$r_0^{\frac{7}{4}} - r_g^{\frac{7}{4}} = f(h_0) = C_{cc} + C_{es} \quad (4)$$

### 1.2 计算结果分析

考虑到强对流天气的  $0^\circ\text{C}$  层高度一般在 2000~6000 m 左右, 本文重点讨论该范围内的热融化作用。通过式(4)得到不同  $0^\circ\text{C}$  层高度的计算结果可以比较热传导和水汽凝华作用对冰雹融化的贡献(表 1): 在 2000~6000 m 高度范围内两项贡献为同一量级; 当  $0^\circ\text{C}$  层较低时两者数值接近, 不过随着  $0^\circ\text{C}$  层抬高, 水汽凝华作用的贡献明显增大。

表 1 热传导和水汽凝华对冰雹融化的贡献

Table 1 Contribution of thermal conduction and vapor sublimation to hail melting

对热融化贡献	2000 m	3000 m	4000 m	5000 m	6000 m
$C_{cc} (\times 10^{-4})$	0.1176	0.2664	0.4767	0.7497	1.0864
$C_{es} (\times 10^{-4})$	0.1220	0.3311	0.7102	1.3384	2.3232
$C_{cc}/C_{es}$	0.96	0.80	0.67	0.56	0.47

表 2 地面冰雹半径(单位: cm)、 $0^\circ\text{C}$  层高度与  $0^\circ\text{C}$  层冰雹半径的关系

Table 2 Relation of ground hail radius (unit: cm),  $0^\circ\text{C}$  layer height and  $0^\circ\text{C}$  layer hail radius

$h_0/\text{m}$	$r_0/\text{cm}$														
	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	1.0	1.25	1.5
2000	0.24	0.31	0.37	0.42	0.48	0.54	0.59	0.64	0.69	0.75	0.80	0.85	0.96	1.21	1.47
3000				0.24	0.31	0.42	0.48	0.55	0.61	0.66	0.72	0.78	0.89	1.16	1.42
4000							0.26	0.35	0.43	0.50	0.57	0.64	0.76	1.07	1.33
5000											0.26	0.36	0.54	0.89	1.20
6000														0.59	0.97

差  $(e_{sh} - e_{sv}) = 6.11[1 - \exp(\frac{17.62t_a}{243.12 + t_a})]$  hPa, 代入式(1)得:

$$\int_{r_g}^{r_0} r^{3/4} dr = \int_0^{h_0} K_{cc} \frac{k(h_0 - h)}{\sqrt{\eta}} dh + \int_0^{h_0} K_{es} \cdot \frac{kp_g(e_{sh} - e_{sv})}{pT\sqrt{\eta}} (\frac{273.15 + \gamma(h_0 - h)}{273.15})^{\frac{3}{2}} dh \quad (3)$$

或

$$\int_{r_g}^{r_0} r^{3/4} dr = \int_0^{h_0} K_{cc} \frac{k(h_0 - h)}{\sqrt{\eta}} dh + \int_0^{h_0} K_{es} \frac{6.11k \{ \exp[\frac{17.62\gamma(h_0 - h)}{243.12 + \gamma(h_0 - h)}] - 1 \} [273.15 + \gamma(h_0 - h)]^{\frac{1}{2}}}{273.15^{\frac{3}{2}} \sqrt{\eta} [\frac{273.15 + \gamma(h_0 - h)}{273.15 + \gamma h_0}]^{\frac{\gamma}{R_d}}} dh$$

#### 1.2.1 地面冰雹半径与 $0^\circ\text{C}$ 层高度、 $0^\circ\text{C}$ 层冰雹半径的曲线关系

式(3)得到地面冰雹半径与  $0^\circ\text{C}$  层冰雹半径的曲线关系(图 1)和典型数值表(表 2), 设  $r_g < 0.2 \text{ cm}$  时认为冰雹可以忽略。以下讨论  $0^\circ\text{C}$  层分别在 2000、4000 和 6000 m 高度的情况。

$h_0$  高度在 2000 m 左右的冰雹云回波一般出现在初春或深秋季节, 表 1 显示当  $r_0$  达到 0.35 cm 以上时地面就出现降雹。由于临界冰雹半径小、雷达反射功率低, 单依靠回波强度和顶高指标不易识别, 不过雷达垂直剖面图上在最大半径冰雹位置可以看到强度中等的回波核。

$h_0$  高度在 4000 m 左右的冰雹云回波比较多见,  $r_0$  要达到 0.65 cm 时地面出现降雹。由于临界冰雹半径较大、雷达反射功率较强, 除了在雷达垂直剖面图上回波核的特征明显之外, 较大冰雹所在位置的回波强度也比较强。

$h_0$  高度在 6000 m 左右的冰雹云回波一般出现在盛夏季节, 图 1 显示当  $r_0 > 1.25 \text{ cm}$  以上时地面才出现降雹, 而且夏季上升气流旺盛、云体内  $0^\circ\text{C}$  层高度往往比探空资料显示的环境高度更高, 因此热融化效应对地面冰雹大小的影响很大。

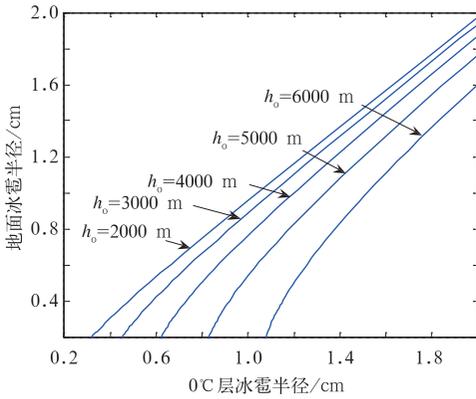


图 1 不同 0°C 层高度的冰雹半径与地面冰雹半径关系  
Fig. 1 Relations of hail radius at different 0°C layer heights

在分析强对流回波与冰雹关系时地面冰雹半径随 0°C 层冰雹半径和 0°C 层高度变化,冰雹云的雷达回波高度和中心强度等指标也应当随之变化,因此设定冰雹云判别的雷达指标时应当综合考虑 0°C 层高度和强回波中心强度的关系。

1.2.2 地面出现降雹时 0°C 层冰雹最小半径

地面出现临界降雹时取  $r_g = 0.2 \text{ cm}$ , 根据式 (4) 可以得到临界降雹时 0°C 层高度  $h_0$  与 0°C 层冰雹最小半径  $r_{\min 0}$  之间的关系(图 2)。随着 0°C 层高度从 2000 m 抬高到 6000 m, 0°C 层冰雹最小半径临界值在 0.32~1.08 cm, 变化范围较大, 当 0°C 层高度较高时必须考虑热融化因素对冰雹尺寸预报的影响。

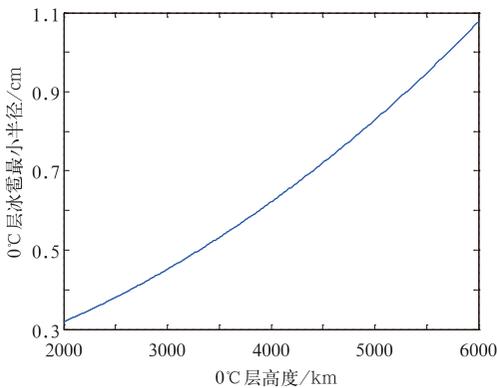


图 2 临界降雹时 0°C 层高度与 0°C 层冰雹最小半径关系  
Fig. 2 Relation of 0°C layer height and minimum 0°C layer hail radius at critical the moment of hail falling

1.2.3 地面出现降雹时 0°C 层最小上升气流

在许多冰雹云模型中上升气流的最大值一般出现在 0°C 层高度附近, 分析在垂直温压场配置下 0°C 层高度的潜在上升气流速度能否达到产生冰雹条件对预报冰雹有指导意义。取  $r_g = 0.2 \text{ cm}$ , 可得到临界降雹时 0°C 层高度  $h_0$  与 0°C 层最小上升气流  $v_{\min 0}$  之间的关系。结果显示随着 0°C 层高度从 2000 m 抬高到 6000 m, 临界降雹的最小上升气流在 11.5~21.2  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  (图 3)。

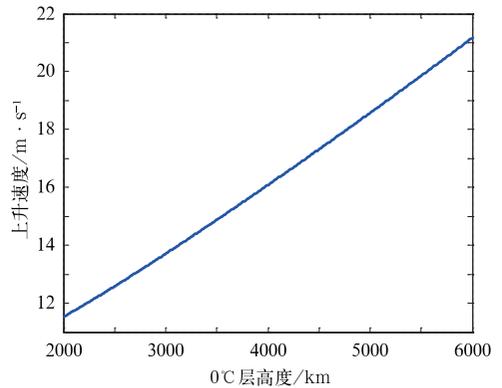


图 3 临界降雹时 0°C 层高度与最小上升速度关系  
Fig. 3 Relation of 0°C layer height and minimum updraft velocity at the moment of critical hail falling

2 应用

WSR-88D 的增强 HDA 算法中开发了基于反射率因子的算法, 是在垂直累积液态水 (VIL) 算法成功的基础上设计的。根据冰雹动能 ( $E$ ) 的通量值  $E = 5 \times 10^{-6} \times 10^{0.0084z} W(Z)$ , 其中

$$W(Z) = \begin{cases} 0, & z \leq z_L \\ \frac{z - z_L}{z_u - z_L}, & z_L \leq z \leq z_u \\ 1, & z \geq z_u \end{cases}$$

$$W_T(H) = \begin{cases} 0, & H \leq H_0 \\ \frac{H - H_0}{H_{-20} - H_0}, & H_0 \leq H \leq H_{-20} \\ 1, & H \geq H_{-20} \end{cases}$$

得到强冰雹指数  $SHI = 0.1 \int_{H_0}^{H_T} W_T E dH$  和冰雹尺寸  $MEHS = 2.54 (SHI)^{0.5}$ 。

以上算法中冰雹尺寸  $MEHS$  并未考虑冰雹热

融化的影响。假定根据增强 HDA 算法预报结果为冰雹半径等于 1 cm, 如果考虑热融化的影响, 那么当 0℃层高度分别在 2000、4000 和 6000 m 时得到的地面冰雹半径(表 2)分别为 0.96、0.76 和 0.0 cm, 可见 0℃层高度变化对于小尺寸冰雹的热融化影响比较明显。如果根据增强 HDA 算法原理把 MEHS 计算结果作为  $r_0$  的函数, 然后通过式(4)得到地面冰雹实际尺寸  $r_g$  似乎更加合理, 可以降低由于 0℃层以下的融化作用引起该算法结果偏高的问

题。

因大连地区尚未开展冰雹尺寸的 HDA 算法与实况对比工作, 以下引用的是 2002—2005 年济南 13 次冰雹过程的 CINRAD/SA 雷达计算、融化订正与实况(刁秀广等, 2007)进行比较(表 3), 其中融化订正为将 HDA 算法作为 0℃层冰雹半径代入式(4)进行计算的结果。结果显示: 直径的平均绝对误差从 1.46 cm 下降到 1.19 cm, 平均相对误差从 44% 下降到 36%。

表 3 冰雹直径预测与实况对照表

Table 3 Forecast and observation of hail diameter

时间/BT	0℃层高度/m	HDA 算法/cm	实况/cm	融化订正/cm
20020717/23:14	4250	5.72	4.5	5.48
20020718/14:07	4200	6.35	5.0	6.14
20020718/15:31	4200	3.25	2.0	2.90
20030612/18:00	3000	1.90	1.5	1.66
20030628/02:10	4200	6.35	4.0	6.14
20030720/22:45	4800	2.54	1.5	1.92
20040618/14:03	4000	3.81	3.0	3.54
20040624/14:03	4300	5.72	4.0	5.48
20040624/18:05	4300	6.35	4.0	6.14
20040705/01:06	4300	5.08	4.0	4.82
20050630/00:07	4400	6.35	5.0	6.12
20050712/11:26	4100	5.08	2.5	4.84
20050712/12:20	4100	3.81	2.3	3.52
平均		4.79	3.33	4.52

### 3 误差讨论

(1) 本算法基于理想大气垂直分布状态, 在发展非常强盛的对流云中首先云体内的 0℃层高度可大大高于  $T-\ln p$  资料反映的环境温度高度场配置, 利用  $T-\ln p$  资料计算时  $h_0$  值会偏低; 其次  $v-r$  关系未考虑环境垂直气流, 当上升气流  $w > 0$  时实际冰雹下落速度  $v = 204\sqrt{r} - w$ ; 另外实际大气的温度垂直递减率变化较大, 也会对冰雹融化产生较大影响。

(2) 实际冰雹不会是完全的圆形粒子, 粗糙订正因子  $\theta$  可大于 1; 实际降雹过程中环境水汽压为饱和状态的条件也不一定能够满足。

(3) 俞小鼎(2014)认为与干球温度 0℃层高度相比, 把湿球温度 0℃层高度作为冰雹融化层高度更合理, 因此对于冰雹融化的过程有待进一步研究。

### 4 结 论

(1) 地面冰雹半径与 0℃层高度和 0℃层冰雹半径相关, 冰雹的热融化作用随着 0℃层高度产生较大变化, 因此设定冰雹云判别的雷达回波高度和中心强度等指标时应当综合考虑 0℃层高度的影响。

(2) 当 0℃层高度在 2000~6000 m 时, 0℃层冰雹最小半径临界值在 0.32~1.08 cm, 临界降雹的最小上升气流在 11.5~21.2  $m \cdot s^{-1}$ 。

(3) 将增强 HDA 算法的冰雹尺寸 MEHS 结果作为  $r_0$ , 通过计算得到地面冰雹实际尺寸  $r_g$  更加合理, 可以降低由于融化作用引起该算法结果偏高的问题。

总之, 在理想大气垂直分布状态及低速下落状态下对于  $0.5 \text{ cm} \leq r \leq 3.5 \text{ cm}$  范围内的冰雹, 公式可建立地面冰雹半径与 0℃层高度、0℃层冰雹半径

之间的关系。计算结果分析可初步了解 0℃层高度对冰雹融化的影响,为冰雹预报及人工防雹作业提供重要参考、应用于多普勒雷达冰雹尺寸预报可以降低 WSR-88D 增强 HDA 算法的虚警率。

## 参考文献

- 刁秀广,黄秀韶,任钟冬,等. 2007. CINRAD/SA 雷达冰雹探测算法效果检验及参数本地化. 气象科技,35(5):727-731.
- 段鹤,严华生,马学文,等. 2014. 滇南冰雹的预报预警方法研究. 气象,40(2):174-185.
- 段英. 2009. 冰雹灾害. 北京:气象出版社.
- 樊鹏,肖辉. 2005. 雷达识别渭北地区冰雹云技术研究. 气象,31(7):16-19.
- 黄美元. 1980. 人工防雹导论. 北京:科学出版社.
- 卡尔 L. 约斯. 2003. Matheson 气体数据手册. 北京:化学工业出版社.
- 雷雨顺,吴宝俊,吴正华. 1978. 冰雹概论. 北京:气象出版社,56-110.
- 李大山. 2002. 人工影响天气现状与展望. 北京:气象出版社.
- 邵玲玲,黄宁立,王倩怡,等. 2006. 冰雹指数产品剖析及在灾害性强降水预报中的应用. 气象,32(11):48-54.
- 王瑾,刘黎平. 2011. WSR-88D 冰雹探测算法在贵州地区的评估检验. 应用气象学报,22(1):96-106.
- 王秀玲,郭丽霞,高桂芹,等. 2012. 唐山地区冰雹气候特征与雷达回波分析. 气象,38(3):344-348.
- 徐家骝. 1979. 冰雹微物理与成雹机制. 北京:农业出版社.
- 许焕斌,段英,刘海月,等. 2004. 雹云物理与防雹的原理和设计. 北京:气象出版社.
- 俞小鼎. 2014. 关于冰雹的融化层高度. 气象,40(6):649-654.
- 俞小鼎,姚秀萍,熊廷南,等. 2000. 新一代天气雷达原理与应用. 北京:气象出版社.
- 朱君鉴,刁秀广,黄秀韶. 2004. 一次冰雹风暴的 CINRAD/SA 产品分析. 应用气象学报,15(5):579-589.
- Arthur W, Michael D E, Gregory J S. 1998. An enhanced hail detection algorithm for the WSR-88D. Wea Forecasting, 13(2):286-303.
- Eric L, Henry E F. 1998. An evaluation of WSR-88D severe hail algorithms along the Northeastern Gulf Coast. Wea Forecasting, 13:1029-1045.
- Mather G K, Treddenick D, Parsons R. 1976. Observed relationships between the height of the 45dBZ contours in storm profiles and surface hail reports. J Appl Meteor,15(12):1336-1340.