

的敏感性研究^①王叶红¹ 赵玉春² 崔春光¹

(1. 中国气象局武汉暴雨研究所, 武汉 430074; 2. 武汉中心气象台)

提 要

采用 η 坐标中尺度有限区域模式, 对 98·7 鄂东沿江突发性特大暴雨进行了数字化天气雷达探测降水资料调整湿度廓线的一维变分同化的敏感性试验。对湿度廓线初猜场 $X^{(0)}$ 所做的敏感性试验结果表明: 不同的湿度廓线初猜场 $X^{(0)}$ 对目标函数的下降速度有非常大的影响, 而且在观测降水 $R_o \neq 0$, 模式背景降水 $R_b = 0$ 的特定情形下, 采用不同的湿度廓线初猜场方案会对降水资料变分同化的成功与否产生重要影响。

关键词: 降水 变分同化 湿度廓线

引 言

1998 年 7 月 20~22 日, 以武汉—黄石为轴心的鄂东沿江一带发生了历史罕见的突发性特大暴雨, 中尺度数值模式对鄂东沿江第一场特大暴雨(20~21 日)的预报效果不甚理想。王叶红等^[1]用文献[2]构造的一维变分同化框架对“98·7”鄂东沿江第一场特大暴雨进行了利用 1 小时雷达降水资料调整模式湿度廓线的 1DVAR 同化试验, 结果表明降水的变分同化对改善模式暴雨预报效果有重要影响。本文在上述研究基础上, 对湿度廓线初估值 $X^{(0)}$ 进行敏感性试验, 以探究该因子对目标函数下降速度、迭代次数、分析结果等的影响, 为降水一维变分同化方案的进一步完善与业务应用提供依据。

1 数值模式和 1DVAR 方法简介

数值模式采用中国科学院大气物理研究所宇如聪等^[3]设计完成的 η 坐标有限区域暴雨研究模式。

变化同化采用的目标函数为^[2]:

$$J(X) = \frac{1}{2}(X - X^b)^T B^{-1}(X - X^b) + \frac{1}{2} \left(\frac{R(X) - R_o}{\sigma_o} \right)^2 \quad (1)$$

它包含了背景场和观测场两个基本项。其中 X 为表征模式大气状态的控制变量, 在这里 X 代表湿度廓线; X^b 为由模式提供的湿度背景廓线, B 为背景误差协方差矩阵。 σ_o 为观测误差的标准偏差, R_o 为实际观测降水, $R(X)$ 是与 X 相应点上的地面降水量的计算值。

J 关于 X 的最小化过程采用最速下降算法, 目标函数的梯度为:

$$\nabla J(X) = B^{-1}(X - X^b) + \left[\left(\frac{\partial R}{\partial X} \right)^T \right] \left(\frac{R(X) - R_o}{\sigma_o^2} \right) \quad (2)$$

由于算子 R 具有高度非连续性特征, 所以, 对观测场项的梯度进行近似处理, 采用扰动

① 由“十五”国家重点科技攻关计划项目“中国气象数值预报技术创新研究”2001BA607B 号课题、国家重点基础研究发展规划项目“我国重大气候和天气灾害形成机理与预测理论研究”G1998040910 号课题及湖北省科技攻关计划项目 2001AA313B01 号课题共同资助

法计算 $\left(\frac{\partial R}{\partial X}\right)$, 其第 i 个分量可近似表示为:

$$\left(\frac{\partial R}{\partial X}\right)_i = \frac{R(X + \epsilon \Sigma_{xi}) - R(X)}{\epsilon \sigma_{xi}} \quad (3)$$

其中 $\Sigma_{xi} = [0, 0, 0, \dots, \sigma_{xi}, \dots, 0, 0, 0]$, σ_{xi} 是背景误差标准偏差的第 i 个分量, ϵ 是扰动系数。

2 湿度廓线初估值 $X^{(0)}$ 的敏感性试验

采用最速下降法寻找使目标函数极小化的模式最佳的湿度廓线,要先给定湿度廓线的初估值 $X^{(0)}$,理论上,初猜场的选择具有任意性且不会对最终迭代结果产生重大影响,通常,选择初猜场 $X^{(0)} = X^b$,可以使迭代次数相对较少。

图 1 是 1998 年 7 月 20 日 20:00~21:00 鄂东 1h 观测降水 R_o 与模式预报的同时刻的背景降水 R_b 。可见,模式预报的 1h 降水量在鄂东南有一片小于 1.0mm 的降水区,与实况差 1~2 个量级以上。

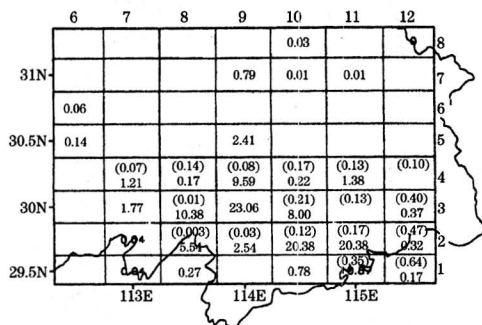


图1 1998年7月20日20:00~21:00鄂东1h观测降水与模式预报的背景降水

(图中最上边与最右边的数字分别表示 x 和 y 方向的格点坐标;方格内带括号的数字为背景降水,另一个为观测降水,单位:mm)

观测降水与背景降水共有四种情形:

1) $R_o \neq 0, R_b = 0$; 2) $R_o \neq 0, R_b \neq 0$; 3) $R_o = 0, R_b = 0$; 4) $R_o = 0, R_b \neq 0$ 。对于第三种情形, 因为 $R_o = R_b = 0$, 预报与观测一致, 不需进行调整。对于第四种情形, 在本个例中, 只有两点属于此情形(格点(11, 3)和(12, 4)), 点数太少, 不具有普遍性, 对这种情形暂不做敏感性试验。以下对第一、二情形的点进行了不同湿度廓线初估值的敏感性试验, 设计了三种初估场方案:

A 方案: 取 $X^{(0)} = X^b$ 。

B方案:在模式6~9层,取 $X^{(0)} = X^b + 0.32$,若 $X^{(0)} \geq 1.0$,则 $X^{(0)} = 0.999$,其余层 $X^{(0)} = X^b$ 。

C方案:在模式6~9层,取 $X^{(0)} = X^b + 0.12$,若 $X^{(0)} \geq 1.0$;则 $X^{(0)} = 0.999$,其余层,取 $X^{(0)} = X^b$ 。

当目标函数下降到极小值或近似极小值时,迭代结束。取最大迭代次数为 200。

2.1 $R_o \neq 0, R_b = 0$ 情形

表 1 给出了满足第一种情形的 7 条廓线的敏感性试验情况。A 方案:有 6 条湿度廓线在进行 1DVAR 调整时,迭代了一次就结束,分析降水没有变化,仍为 0mm。分析其原因发现,第一次迭代时,由于 $R(X^{(0)}) = 0$, $R(X^{(0)} + \epsilon \Sigma_{xi}) = 0$, 因此计算出的梯度的各个分量均为 0, 导致目标函数无法下降而迭代结束,最终导致湿度廓线没有进行调整,因而相应点上的地面降水量的信息就没有传递给初始湿度场,变分同化失败。文献[2]指出,当模式降水率为零,观测降水率不为零时,现有的 1DVAR 方法没有能力对湿度、温度廓线进行调整,这也是 1DVAR 方法的缺陷。但这里有一个例外,格点(9,5)在 A 方案中迭代了 38 次, $R_a = 2.4$, 与 R_o 的绝对误差为 0.007。分析发现,在进行第一次迭代时,尽管 $R(X^{(0)}) = 0$, 但 $R(X^{(0)} + \epsilon \Sigma_{xi}) = 1.746535E-02$, 已不为零,因而其梯度不为零,最速下降方法得以找到下降的方向进行迭代。显然,对于 $R_o \neq 0, R_b = 0$ 情形,采用 A 方案的初估场时,那些不能成功进行调整的湿度廓线,是因为模式降水率对改变湿度廓线不敏感。解决这类问题的关键在于加大扰动,使 $R(X^{(0)} + \epsilon \Sigma_{xi})$ 能够激发出降水来,但是为了保证使用扰动法求解的梯度误差不至于过大,扰动量 $\epsilon \Sigma_{xi}$ 不可能取值太大,因而不能保证 $R(X^{(0)} + \epsilon \Sigma_{xi})$ 一定能够激发出降水来;一个可行的方法就是增大湿度廓线的初估值,取 $X^{(0)} = X^b + \delta X$, δX 可以取足够大,以使 $R(X^{(0)} + \epsilon \Sigma_{xi})$ 能够激发出降水来,然后利用最速下降法寻找最佳湿度廓线 X 。方案 B、C 即是根据这一思想设计的。

表1 $R_o \neq 0, R_b = 0$ 情形下选用不同初估场的敏感性试验(降水量单位:mm)

格点	R_o	A 方案		B 方案		C 方案	
		迭代次数	R_a	迭代次数	R_a	迭代次数	R_a
(6,5)	0.136671	1	0.0	163	0.138520	53	0.136099
(7,3)	1.772691	1	0.0	81	1.782398	45	1.783678
(8,1)	0.274706	1	0.0	129	0.271835	46	0.273292
(9,3)	23.056080	1	0.0	25	16.386630	84	16.313700
(9,5)	2.410986	38	2.404062	68	2.383512	46	2.442795
(9,7)	0.790576	1	0.0	105	0.786056	1	0.0
(10,1)	0.781733	1	0.0	87	0.915547	90	0.786691

R_o : 观测降水量 R_a : 分析降水量

方案 B、C 的结果表明,那些 A 方案中仅迭代一次就结束的湿度廓线,在方案 B、C 中有了极大调整,经过一定次数的迭代,分析降水最终与观测降水非常接近。这里有一个例外值得注意,(9,7)点在方案 C 中的结果与方案 A 中一致,均迭代一次结束,最终分析降水量没有改善,仍为 0mm,说明(9,7)点的模式降水率对湿度廓线的改变是极其不敏感的,取 $X^{(0)} = X^b + 0.12$,仍不能使 $R(X^{(0)} + \epsilon \Sigma_{xi})$ 激发出降水来。对于这类极不敏感的点,通过增加 $X^{(0)}$ 的值,使 $R(X^{(0)} + \epsilon \Sigma_{xi})$ 能够激发出降水来,最速下降法通常能够找到模式最佳的湿度廓线。采用方案 B,(9,7)点经过 105 次迭代,最终分析降水与观测降水间的绝对误差为 0.005。

值得注意的是,方案 B 和 C 最终迭代结果基本一致,但迭代次数有较大的差别。(7,3)点方案 B 与 C 的目标函数值的下降情况(图 2a):方案 B 目标函数 $J(X)$ 经 81 次迭代由 1280.2 下降到极小值 2.78;方案 C 目标函数 $J(X)$ 经 45 次迭代由 19.0 下降到极小值 2.12。从分析降水量随迭代次数的变化情况来看(图 2b),方案 B、C 的分析降水量最终都接近于观测降水,两者与观测降水的绝对误差分别为 0.0097、0.0110。变分调整前及经方案 B、C 调整后的(7,3)点的湿度廓线的对比可见(图 2c),在模式 1~5 层及 10~11 层,两种方案与变分前的廓线相比仅做了微小的调整,在模式 6~9 层,湿度廓线的调整较明显。同时注意到,方案 B 与方案 C 调整后的湿度廓线虽然不同,但差别不显著。从以上分析综合来看,选用不同的初估值方案,其迭代的最终结果(包括目标函数值、分

析降水量、湿度廓线分布)都基本一致,而两种方案的迭代次数却显著不同。

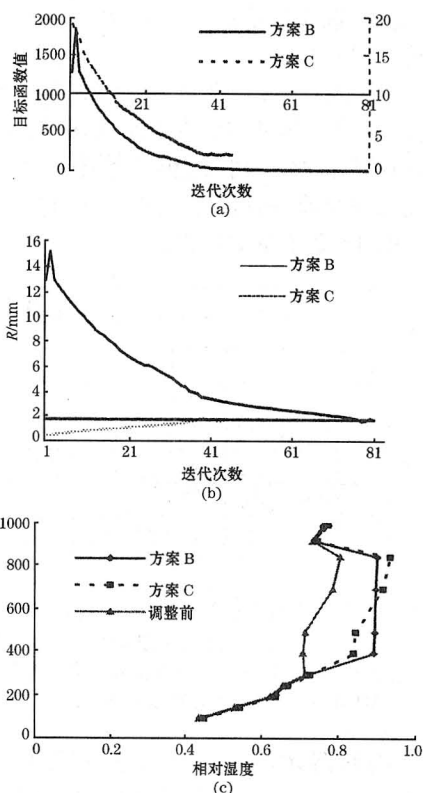


图2 (7,3)点方案 B、C 的敏感性试验

目标函数(a)、分析降水量(b)随迭代次数的变化(实线:方案 B;点线:方案 C)、(c)变分调整前、方案 B、方案 C 湿度廓线分布

为进一步了解不同方案下湿度廓线的分布情况,考察了各点在变分前及不同方案下湿度廓线的分布(图略),可见,除(9,5)点,其余各点采用 A 方案的初估场时,其湿度廓线与变分调整前相比没有变化,而采用方案 B、

C,其湿度廓线都有所调整。采用不同的方案,调整后的湿度廓线也不同,但差别不显著。

2.2 $R_o \neq 0, R_b \neq 0$ 情形

满足第二种情形($R_o \neq 0, R_b \neq 0$)的共有15条廓线,表2给出了其中4条廓线的试验情况。很显然的,不同于第一种情形,A方案能够成功地对 $R_o \neq 0, R_b \neq 0$ 情形下的湿度廓线进行调整。另外,各点在A、B、C方案下((10,3)点A方案除外)的分析降水量无明显差别,都接近于观测降水量,但迭代次数有较大差别。当观测降水与背景降水相差较大时,如(8,3)、(9,2)、(10,3)点,以B方案迭代次数最少,C方案次之,A方案迭代次数最

多。当观测降水与背景降水相差较小时,如(7,4)点,A方案迭代次数最少,只有2次,而B、C方案分别为39、35次。对于(10,3)点,方案B、C分别经16、26次迭代即寻找到使目标函数极小化的模式最佳的湿度廓线,但A方案下,迭代200次后,分析降水仍与观测降水有较大差别。

不同方案下湿度廓线的分布情况(图3)表明,在 $R_o \neq 0, R_b \neq 0$ 情形下,采用A、B、C方案,各点的湿度廓线较变分前都有所调整,特别是在模式的中低层(400~850hPa),湿度廓线的调整更加明显。注意到,各点(除(10,3)点外)采用不同方案,调整后的湿度廓线差异并不显著;而对(10,3)点来说,B、C方

表2 $R_o \neq 0, R_b \neq 0$ 情形下选用不同初估场的敏感性试验(单位:mm)

格点	R_o	A方案		B方案		C方案	
		迭代次数	R_a	迭代次数	R_a	迭代次数	R_a
(8,3)	10.376060	65	9.123700	9	9.390138	26	9.065855
(7,4)	1.211820	2	1.163562	39	1.227998	35	1.160072
(9,2)	2.538181	30	2.225323	6	2.525192	21	2.378750
(10,3)	7.998311	200	2.121685	16	7.977346	26	7.552628

R_o :观测降水量 R_a :分析降水量

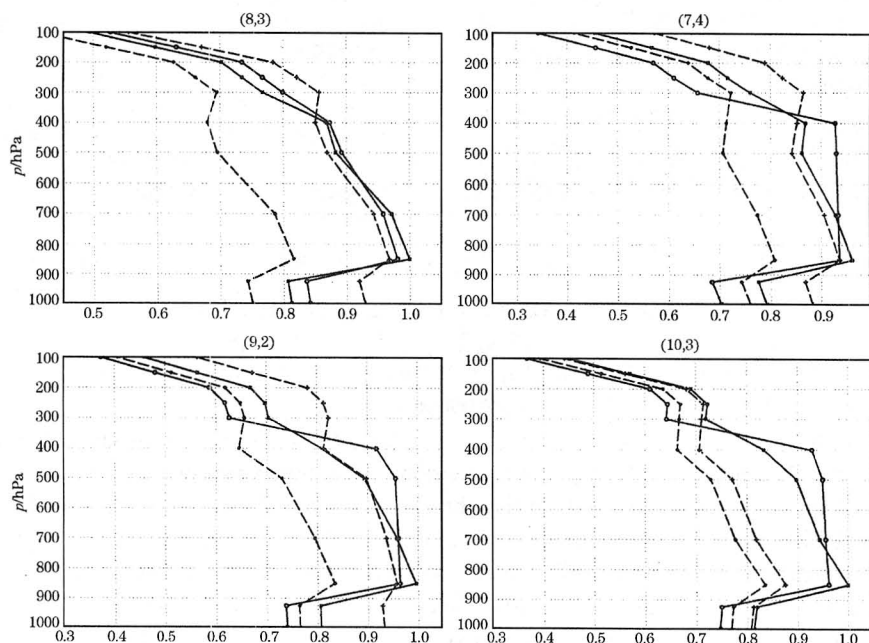


图3 $R_o \neq 0, R_b \neq 0$ 情形下各点在不同的初估场方案下湿度廓线的分布

(横坐标:相对湿度;纵坐标:气压,单位 hPa)

方案A:带叉号的虚线;方案B:带空心圆的实线;方案C:带实心方框的实线;变分前:带实心圆的虚线

案调整后的湿度廓线差异不显著,而与 A 方案调整后的湿度廓线差异较大,其原因正如前面提到的,该点在 A 方案下,迭代 200 次后,仍无法找到最佳的湿度廓线,其分析降水仍与观测降水有较大差别。

以上试验表明,不同的湿度廓线初估场对最速下降算法收敛速度有重要影响,同时更为重要的是,在 $R_o \neq 0, R_b = 0$ 的特定情形下,采用 A 方案通常不能成功进行目标函数的极小化,而采用方案 B 或方案 C 则能使极小化过程顺利进行。探究其原因,主要与涉及降水的湿物理过程参数化中的“开关”问题有关。在观测有降水,而模式背景无降水的情形下,若湿度廓线的初始场取为背景廓线(方案 A),在其上加上一个较小的扰动后,通常仍然处于无降水的分支处理部分,这样加了扰动的模式降水仍为零,因而利用扰动法计算出的梯度为零,极小化过程无法正常进行。而采用方案 B 或方案 C,由于选取的湿度廓线的初估值是在背景廓线上加了一个较大的值,因此扰动场就有可能处于有降水的分支处理部分,这样加了扰动的模式降水就不为零,梯度也不为零,极小化过程可以正常进行,因此,采用方案 B 或方案 C 可以对该情形下的降水资料成功地进行变分同化。

3 结论和讨论

采用 η 坐标中尺度有限区域模式和降水资料调整湿度廓线的一维变分同化方法,对湿度廓线的初猜场 $X^{(0)}$ 所做的敏感性试验表明:

(1) 选用不同的湿度廓线初猜场方案,一般其迭代的最终结果(包括目标函数值、分析降水量、湿度廓线分布)基本一致,迭代次数却可能明显不同;但在观测降水 $R_o \neq 0$, 而模式背景降水 $R_b = 0$ 的特定情形下,采用不同的湿度廓线初猜场方案会对降水资料变分同化的成功与否产生重要影响:选取湿度背景廓线作为初估值通常不能成功进行目标函数的极小化。

(2) 在 $R_o \neq 0, R_b = 0$ 的特定情形下,若取廓线的初估值 $X^{(0)}$ 为背景廓线 X^b , 则仅当 $R(X^b + \epsilon \Sigma_{xi}) \neq 0$ 时,迭代才能继续下去,否则迭代过程无法进行。解决的方法可采取加大初估值 $X^{(0)}$, 使初始湿度廓线的扰动场能够激发出降水来(即 $R(X^{(0)} + \epsilon \Sigma_{xi}) \neq 0$), 则最速下降方法通常能够找到最佳的 X , 使 $R(X)$ 与观测降水接近。

(3) 从节约机时,提高同化效率的角度,针对不同的 R_o 和 R_b , 有区别地选择不同的湿度廓线初估值方案,是非常必要的。

参考文献

- 1 王叶红,崔春光,赵玉春. 雷达降水资料的一维变分同化研究 I. 湿度廓线的调整,第四次全国暴雨学术研讨会论文摘要文集,348~352.
- 2 Marecal V. and J. F. Mahfouf. Variational Retrieval of Temperature and Humidity Profiles from TRMM Precipitation Data, Mon. Wea. Rev., 2000, 128: 3853—3866.
- 3 宇如聪. 一个坐标有限区域数值预报模式对 1993 年中国汛期降水的实时预报试验. 大气科学, 1994, 18(3): 284~292.

Sensitivity Research on One-Dimensional Variational Assimilation of Radar-Derived Precipitation Data

Wang Yehong¹ Zhao Yuchun² Cui Chunguang¹

(1. Institute of Heavy Rain, CMA, Wuhan; 2. Wuhan Central Meteorological Observatory)

Abstract

With limited area meso-scale numerical model under η -coordinate, sensitivity experiments of retrieving model humidity profiles by one-dimensional variational assimilation of digital weather radar-derived precipitation are studied for the abrupt heavy rainfall along the Yangtze River in the east part of Hubei Province. Results show as follows. Different initial values $X^{(0)}$ of humidity profiles have great effects on the decline of the object function, and different initial evaluation schemes of humidity profiles have substantial effects on the results of rainfall variational assimilation under the special condition that model background precipitation equals to zero while observation precipitation does not equal to zero.

Key Words: precipitation variational assimilation humidity profile