# 暴雨强度公式参数的遗传优化①

李祚泳　高攀宇　邓新民

（成都信息工程学院，成都　610041）

**提　要**

遗传算法是模型参数优化估计的一种通用方法。提出将遗传算法应用于不同重现期的暴雨强度与降雨历时关系式中参数的优化，并进行了实例分析计算。结果表明：遗传算法用于暴雨强度公式参数优化的原理直观、方法简便，具有通用性。

**关键词：** 遗传算法　暴雨强度　参数优化

## 引　言

暴雨强度公式已广泛用于给水排水设计等洪水灾害管理中[1~3]。根据我国现行的排水规范，暴雨强度的计算公式形式皆为超定非线性方程。通常求取暴雨强度公式中各参数的方法是：①采用图解法和线性最小二乘法相结合求其参数。该方法的特点是原理简单，但计算精度受人为因素影响较大；②用最优化法直接求解超定非线性方程组。该方法特点是精度较高，但计算原理难以理解，编程较复杂。近年来，迅速发展的遗传算法已广泛应用于各种优化问题中。本文将遗传算法应用于暴雨强度公式参数优化，并进行了实例分析计算。

## 1　遗传算法的基本原理及操作步骤

基于达尔文进化论和孟德尔遗传学的遗传算法（Genetic Algorithm，简记GA）是处理非线性模型参数估计的一类通用性强的寻优方法[4]。应用GA寻求最优解的基本思想是：首先将问题的每个候选解对应一个编码，即个体，许多候选解的个体组成群体；对群体像生物进化那样进行选择、杂交和变异等一系列操作，产生新一代群体。通过群体的进化，最终收敛到问题的一个最优解。设一般非线性模型的参数估计问题为最小优化问题：

$$\min G = \sum_{i=1}^{m} \| f(c_1, c_2, \cdots, c_j, \cdots c_p; x_i) - y_i \|^q \quad (1)$$

$$c_j \in [a_j, b_j] \quad j = 1, 2, \cdots p$$

式中，$G$为优化准则目标函数；$f$为一般非线性模型；$\| \cdot \|$表示取范数；$c_j$为模型的$p$个待估计参数；$[a_j, b_j]$为$c_j$的初始变化区间；$q$为实常数，可视实际要求而定。GA的求解操作步骤如下：

①模型参数$c_j$的编码：设编码长度为$L$，把模型参数$c_j$变化区间等分为$2^L-1$个子区间，其中第$k$个区间端点的二进制离散值为：

$$c_k = \frac{b_j - a_j}{2^L - 1} \quad (2)$$

模型的$p$个参数与$p$个二进制数一一对应，GA直接对这些二进制数进行操作。

②初始父代群体的随机生成：从$2^L$个离散点中均匀随机选取$n$个点作为初始父代种群。

③父代个体的适应能力评价：将第$i$个个体代入式(1)，得到相应优化准则目标函数

① 本文由基金项目："九五"国家重点科技攻关项目(96-911-08-03)，成都信息工程学院院管课题资助。

值 $G_i$，$G_i$ 愈小的个体的适应能力愈强。

④父代个体的选择：把已有的父代个体按优化准则目标函数值从小到大排序，则排在最前面的若干个体为优秀个体。构造与优化准则目标函数值 $G_i$ 成反比的函数，比如

$$p_i = \frac{1}{G_i \times G_i + \alpha} \Bigg/ \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{G_i \times G_i + \alpha} \tag{3}$$

（$\alpha$ 为很小实数，如 0.001）

$p_i$ 满足 $p_i > 0$ 和 $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$。从这些父代个体中以概率 $p_i$ 选择第 $i$ 个个体，共选择两组各 $n$ 个个体。

⑤父代个体的杂交：将得到的两组个体随机两两配对成 $n$ 对双亲，使每对双亲的二进制数的任意一段值互换，生成两组各 $n$ 个新的子代个体。

⑥子代个体的变异：从两组新的子代个体中，任取一组子代个体，将其二进制数的随机两位值依照某变异率进行翻转，即原值为 0 的变为 1，反之变为 0。

⑦进化迭代：把由上步得到的 $n$ 个子代个体作为新的父代个体，算法转入第③步，进入下一次进化，重新进行适应度评价、选择、杂交和变异等操作。如此迭代进化，使待定参数 $c_j$ 逼近最优值。GA 的原理及算法实现过程详见文献[5,6]。

## 2 暴雨强度公式参数的遗传优化及实例分析

暴雨强度计算公式的一般形式为：

$$i = A/(t + B)^n \tag{4}$$

式中，$i$ 为暴雨强度（$\mathrm{mm \cdot s^{-1}}$）；$t$ 为降雨历时（分）；$A$、$B$、$n$ 皆为待确定参数。

用 GA 优化确定式（4）中的参数 $A$、$B$、$n$，需要构造满足下列优化准则的目标函数：

$$\min G(x) = \sum_{i'=1}^{m} (A/(t_{i'} + B)^n - i')^2 \tag{5}$$

式中，$t_{i'}$ 为同一重现期观测值为 $i'$ 的暴雨强度的历时；$i'$ 为暴雨强度的实际观测值，$m$ 为同一重现期的不同暴雨强度 $i'$ 的次数。

某地观测站观测到不同重现期的暴雨强度实际观测值 $i'$ 和降雨历时 $t$ 的有关数据见表 1。将表 1 中的同一重现期的实际观测值为 $i'$ 的暴雨强度相应的降雨历时 $t$ 的数据代入式（1），并在满足目标函数式（5）的情况下，应用 GA 优化参数 $A$、$B$、$n$。遗传递代过程中有关参数的选择为：初始父、母代个体各选 200 个，即 $M = 400$；杂交概率一般应取较大，以保证优化效果；而变异概率一般取较

**表 1 某地暴雨强度的观测值 $i'$、公式计算值 $i$ 及参数优化结果**

| 暴雨重现期（年） | | 降雨历时 $t$（分） 5 | 10 | 15 | 20 | 30 | 45 | 60 | 90 | 120 | $A$ | $B$ | $n$ | $\sigma$ （$\mathrm{mm \cdot s^{-1}}$） | $r$（%） |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 200 | $i'$（mm） | 5.31 | 4.33 | 3.71 | 3.28 | 2.70 | 2.19 | 1.87 | 1.48 | 1.25 | | | | | |
| | $i$（mm） | 5.27 | 4.26 | 3.65 | 3.22 | 2.66 | 2.17 | 1.83 | 1.48 | 1.26 | 23.35 | 6.85 | 0.602 | 0.044 | 1.38 |
| 100 | $i'$（mm） | 4.84 | 3.95 | 3.38 | 2.99 | 2.46 | 1.99 | 1.70 | 1.35 | 1.14 | | | | | |
| | $i$（mm） | 4.80 | 3.90 | 3.33 | 2.94 | 2.43 | 1.97 | 1.69 | 1.34 | 1.14 | 22.45 | 7.25 | 0.615 | 0.034 | 1.17 |
| 50 | $i'$（mm） | 4.37 | 3.56 | 3.05 | 2.70 | 2.22 | 1.80 | 1.54 | 1.22 | 1.03 | | | | | |
| | $i$（mm） | 4.39 | 3.56 | 3.04 | 2.69 | 2.22 | 1.80 | 1.54 | 1.23 | 1.04 | 20.50 | 7.25 | 0.615 | 0.009 | 0.34 |
| 20 | $i'$（mm） | 3.75 | 3.06 | 2.62 | 2.31 | 1.91 | 1.54 | 1.32 | 1.05 | 0.88 | | | | | |
| | $i$（mm） | 3.77 | 3.05 | 2.61 | 2.31 | 1.90 | 1.54 | 1.32 | 1.05 | 0.89 | 17.60 | 7.25 | 0.615 | 0.009 | 0.40 |
| 10 | $i'$（mm） | 3.28 | 2.67 | 2.29 | 2.02 | 1.67 | 1.35 | 1.15 | 0.92 | 0.77 | | | | | |
| | $i$（mm） | 3.30 | 2.66 | 2.29 | 2.02 | 1.66 | 1.35 | 1.16 | 0.92 | 0.78 | 15.40 | 7.25 | 0.615 | 0.009 | 0.46 |
| 5 | $i'$（mm） | 2.87 | 2.29 | 1.96 | 1.73 | 1.43 | 1.16 | 0.99 | 0.78 | 0.66 | | | | | |
| | $i$（mm） | 2.83 | 2.29 | 1.96 | 1.73 | 1.43 | 1.16 | 0.99 | 0.79 | 0.67 | 13.20 | 7.25 | 0.615 | 0.008 | 0.47 |
| 2 | $i'$（mm） | 2.19 | 1.78 | 1.53 | 1.35 | 1.11 | 0.90 | 0.77 | 0.61 | 0.52 | | | | | |
| | $i$（mm） | 2.20 | 1.78 | 1.52 | 1.34 | 1.11 | 0.90 | 0.77 | 0.61 | 0.52 | 10.25 | 7.25 | 0.615 | 0.006 | 0.46 |
| 平均 | | | | | | | | | | | | | | 0.013 | 0.67 |

小，以保证遗传。本问题中取杂交概率 $P_c = 0.8$；变异概率 $P_a = 0.025$。运行终止条件设置为：① 若优化准则的目标函数式(5) 的目标值已满足 $G(x) \leqslant G_0 = 0.001$，则停止运行；② 若目标值 $G_0$ 无法达到 0.001，则当运行迭代次数 $N = 600$ 次时，停止运行。所有 7 组不同重现期的参数 $A$、$B$、$n$ 的遗传优化结果及由公式(4)，计算出不同重现期的暴雨强度的计算值 $i$ 见表 1。

## 3　误差分析

不同重现期的暴雨强度计算值 $i$ 与实测值 $i'$ 的均方根误差 $\sigma$、相对均方根误差 $r$ 和平均均方根误差 $\bar{\sigma}$ 及平均相对均方根误差 $\bar{r}$ 亦见表 1。可以看出：随着暴雨重现期愈短，用 GA 优化的效果愈好，模型的精度愈高。重现期为 100 年及以上的暴雨强度计算值与实测值的 $\sigma < 0.05(\mathrm{mm \cdot s^{-1}})$ 和 $r < 1.5\%$；重现期为 100 年以下的暴雨强度计算值与实测值的 $\sigma < 0.01(\mathrm{mm \cdot s^{-1}})$ 和 $r < 0.5\%$。而所有重现期的 $\bar{\sigma} \leqslant 0.015(\mathrm{mm \cdot s^{-1}})$ 和 $\bar{r} \leqslant 1\%$，其精度比《室外排水设计规范》GBJ14-87 规定的平均均方根误差 $\bar{\sigma} \leqslant 0.05(\mathrm{mm \cdot s^{-1}})$ 和平均相对均方根误差 $\bar{r} < 5\%$ 的要求高得多。可见暴雨强度公式参数的遗传优化效果优于传统法的参数优化效果。

## 4　结　论

GA 用于参数优化对模型是否线性、连续、可微及优化变量数目和约束条件等没有条件限制，而是直接在优化准则的目标函数引导下进行全局自适应寻优。因此，该方法适用范围广，通用性强。实例分析表明，GA 用于暴雨强度公式参数优化原理直观，方法简便，精度较高，具有可行性和实用性。

## 参考文献

1　杨开，程晓如．暴雨强度公式中系数 B 统计算法一例[J]．人民长江，1996，27(3)：16～22．
2　冯利华．洪水等级和灾害的初步研究[J]．科学（中译本），1997，(3)：64～65．
3　王敏，谭向诚．北京城市暴雨和雨型的研究[J]．水文，1994，14(3)：1～6．
4　Holland J H. Genetic algorithms [J]. Scientific American, 1992, (4): 44－50.
5　李祚泳，彭荔红．基于遗传算法的大气颗粒物的源解析[J]．环境科学研究，2000，13(6)：19～21．
6　李祚泳，王珏，刘国东．大气质量污染损失率评价模型参数的 GA 优化[J]．环境科学研究，2001，14(2)：7～10．

# Parameter Optimization of Heavy Rain Intensity Formula Based on Genetic Algorithm

Li Zuoyong　Gao Panyu　Deng Xinmin
(Chengdu University of Information Technology, 610041)

**Abstract**

Genetic Algorithm (GA) is a current method for the optimal estimation of model parameters. Genetic algorithm is applied to optimize the parameters of heavy rain intensity formula of different reappearance periods in some regions. The calculated results show that the method of genetic algorithm has the direct perceptibility, simplicity, and generality.

**Key words:** genetic algorithm　intensity of heavy rain　parameter optimization