

下沉气流对 Z-I 关系的影响

杨道侠 严采繁

(中国气象科学研究院,北京 100081)

提 要

采用伽玛分布形式的雨滴谱表达式,讨论了下沉气流 W 对 $Z-I$ 关系的影响。发现随着 W (向下为正) 增大,关系式 $Z = AI^b$ 中系数 A 值减小, b 值增大。利用地面实测雨滴谱资料计算出不同下沉气流下 Z 、 I 后回归得到的 A 、 b 值,以及根据由平均谱拟合得到的伽玛分布参数计算出 A 、 b 值,它们随 W 改变的变化趋势,均与理论分析结果一致。还讨论了环境气压场 p 对 $Z-I$ 关系的作用,气压减小时, A 值减小, b 值增大,但变化不如 W 影响时的变化明显。此外,结合实测雨滴谱资料,分析了雨滴平均谱特征以及相关物理量的演变过程。

关键词: 下沉气流 $Z-I$ 关系 雨滴谱 伽玛分布

引 言

雷达定量测量降水对定量降水预报、云雾降水物理研究、人工增雨作业的时机选择和效果检验等有一定意义。根据理论和实际观测,雷达反射率因子 $Z/\text{mm}^6 \cdot \text{m}^3$ 与雨强 $I/\text{mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 之间关系式采用幂函数形式比较合适: $Z = AI^b$ 。获取系数 A 、 b 值的方法大体上有两类:一类是用实测的 Z 与 I 进行回归拟合;另一类是雨滴谱法。前一类方法比较实用,但难以回答用什么高度的 Z 与地面的 I 回归这一问题。后一类方法又可分为两种途径:一是根据雨滴谱的取样分别计算出 Z 和 I 后回归;二是给出谱分布的数学模型,根据这一模式推导雷达的测雨公式。这类方法 $Z-I$ 关系对应明显,但存在雨滴谱的取样误差等问题,后一途径还存在数学模型不完善带来的系统误差^[1]。由于雨滴谱法能研究出雷达测雨的能力,对实际工作和大气物理研究具有指导意义,本文将采用这一方法。

许多研究者根据雨滴谱研究 $Z-I$ 关系时,常将实况中雨滴下落末速度用标准状况下静止空气中的情形来代替^[2~4],忽略了环境风场和气压场的影响,本文将考虑这些因子的作用,分析其对 $Z-I$ 关系的影响。

1 理论分析

1.1 $Z-I$ 关系推导

根据 Z 、 I 定义,有:

$$z = \int_0^{\infty} n(D) D^6 dD \quad (1)$$

$$I = \frac{3600}{10^8} \int_0^{\infty} n(D) V(D) D^3 dD \quad (2)$$

式中 D/mm 是雨滴直径; $n(D)/\text{m}^{-3} \cdot \text{mm}^{-1}$ 是单位体积内直径处于 $D \sim D + \Delta D$ 之间的雨滴数浓度; $V(D)/\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 是雨滴下落末速度。

常用的雨滴谱分布是负指数分布,近来国内外不少研究表明用伽玛分布拟合更符合实际观测值^[5~8],而且伽玛分布提供了云中碰并增长及雨滴蒸发过程的更加真实的特征^[7]。伽玛分布表达式为

$$n(D) = N_0 D^\alpha e^{-\lambda D} \quad (3)$$

式中 α 是形状因子, λ/mm 代表斜率; N_0 代表截距。负指数分布是伽玛分布中 $\alpha = 0$ 时的特例。谱参数 α 、 N_0 、 λ 之间并不相互独立^[5]。

直径为 D 的水滴在实际大气中下落末速度 $V(D)$ 与其在标准状况下静止大气中下

落末速度 $V_f(D)$ 之间的关系可用下式表示:

$$V(D) = V_f(D) \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.4} + W \quad (4)$$

式中 p_0/hPa 是标准大气压; p/hPa 是环境气压; $W/\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 是气流下沉速度(向下为正)。从式(4)看出 $V(D)$ 随 p 减小而增大, 随 W 增大而增大; 当 $p = p_0$ 、 $W = 0$ 时, $V(D) = V_f(D)$ 。为了后面讨论的方便, 将式(4)的形式改写成与雨滴谱分布形式相类似的形式:

$$V(D) = V_0 D^\beta e^{-\gamma D} \quad (5)$$

式中 V_0 、 β 、 γ 是随 W 、 p 变化而改变的参数(简称为速度参数)。在 $0.3\text{mm} \leq D \leq 5.8\text{mm}$ 时 $V(D)$ 的相对误差(将式(4)中 $V(D)$ 视为真值 V , 将式(5)中视为计算值 V')不超过4%。图1a、b分别是在 $p = p_0$ 、 $p = 600\text{hPa}$ 时 $W = 0$ 、 $W = 500\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 、 $W = 1000\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 的相对误差绝对值曲线图。可

见, 在一定的误差允许范围内, $V(D)$ 的表达式采用式(5)是合理的。计算表明, W 改变 $100\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 引起的 V_0 、 β 、 γ 的改变量明显大于 p 改变 100hPa 引起的改变量, 所以 V_0 、 β 、 γ 主要因 W 变化而变化。当 p 的改变量很大时, p 对 V_0 、 β 、 γ 的影响也不容忽视。图2a、b分别是在 $p = p_0$ 、 $p = 600\text{hPa}$ 时 V_0 、 β 、 γ 与 W 的关系图。由图可见, 在同样的气压下, V_0 随 W 增大而增大, β 、 γ 随 W 增大而减小。在同样的下沉气流下, V_0 随 p 减小而增大, β 、 γ 随 p 减小而有增大的趋势, 变化不大。

假定: ①降水均匀分布、不随时间变化, 环境场均匀(气压、下沉气流均匀分布); ②所有雨滴散射都满足雷利散射条件; ③雨滴谱分布符合伽玛分布, 可用式(3)表达; ④雨滴下落末速度可用式(5)表达。将式(3)、(5)代入式(1)、(2), 整理后得到

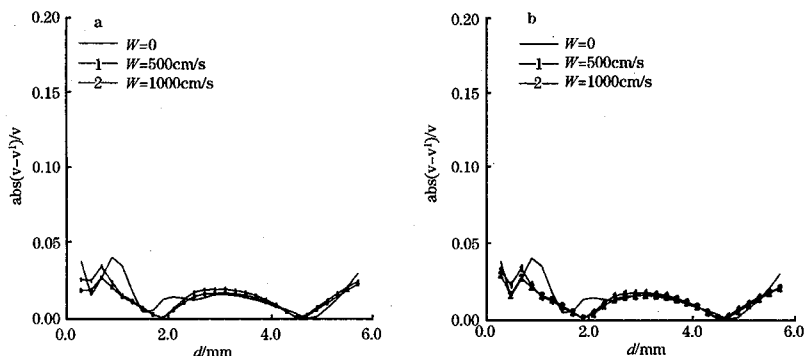


图1 $V(D)$ 的计算值的相对误差绝对值曲线图(a: $p = P_0$; b: $p = 600\text{hPa}$)

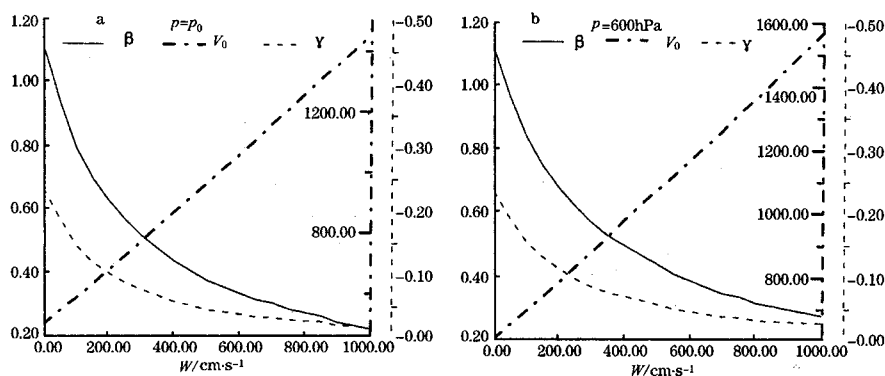


图2 V_0 、 β 、 γ 与 W 的关系图(a: $p = P_0$; b: $p = 600\text{hPa}$)

$$z = AI^b \quad (6) \quad \text{式(6)中}$$

$$A = n_0 \Gamma(\alpha + 7) \left[\frac{10^6 \left(1 + \frac{\gamma}{\lambda}\right)^{\alpha + \beta + 4}}{6\pi N_0 V_0 \Gamma(\alpha + \beta + 4)} \right]^{\frac{\alpha + 7}{\alpha + \beta + 4}} \quad (7)$$

$$b = \frac{\alpha + 7}{\alpha + \beta + 4} \quad (8)$$

1.2 Z-I 关系讨论

不同的环境场及谱参数将引起 A 、 b 值的改变。对比式(7)、(8), 与 A 有关的参数个数多于与 b 有关的参数个数, 而且参数影响 A 值的复杂度也要大于影响 b 值的复杂度。当 b 值保持不变时, A 值可能变化, 所以对于不同的降水过程, 可能出现同样的 b 值不同的 A 值。因此, A 、 b 之间并非一一对应关系, 而且当 A 值增大时对应的 b 值不一定减小。许多观测研究证实了以上观点(见图 3)。这给雷达定量测量降水带来误差。但从另一角度来看, 这反映了云中微物理过程与动力过程相互作用的复杂性, 有可能根据 A 、 b 值的变化情况, 估计其影响因子的变化, 从而反推云中演变过程。这项工作须进一步深入研究, 本文不作详述。

表 1 不同谱在同样的环境下($p = 1013.25\text{hPa}$; $W = 0$)计算的 A 值、 b 值结果

序号	N_0	α	λ/mm^{-1}	A	b
1	9360.0	7.0	5.08	757.6	1.16
2	21021.7	3.4	6.12	375.1	1.22
3	8000.0	0	2.53	303.3	1.37
4	16409.6	0	2.75	221.8	1.37

若速度参数不变、仅雨滴谱参数改变, 从式(8)知, α 增大时 b 值减小; N_0 、 λ 变化不引起 b 值改变。从式(7)知, α 不变且 N_0 、 λ 增大时 A 值减小; α 不变且 N_0 与 λ 变化相反时以及 α 变化时, A 值的变化要视各参数的初值以及 α 、 N_0 、 λ 改变量的大小而定。这里仅对 $p = p_0$ 、 $W = 0$ 时根据表 2 中 4 份雨滴谱(谱 1、2 是观测的伽玛分布谱^[6,10], 谱 3、4 分别是根据 M-P 分布^[11]、S-S 分布^[12] 在 $I = 10\text{mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 时计算的负指数分布谱)计算的结果作以下简单比较: 伽玛分布谱中, 谱 1 中形状因子较大, 故 b 值较小; 又因谱 1 较宽, 小滴浓度低, 大滴较多, 故 A 值较大。负指数分布谱中, b 值相同; 但因谱 3 中 N_0 、 λ 均较小, 即小

滴浓度低, 谱较宽, 故 A 值较大。

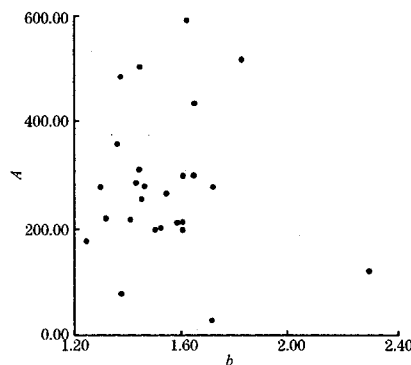


图 3 根据部分研究者给出 A 、 b 值绘制的 A 、 b 关系图
(数据摘自文献[9]500页)

若雨滴谱参数不变、仅速度参数变化, 根据式(8), β 减小时 b 值增大; 由上文知 β 随 W 增大而减小、随 p 减小而增大(改变量很小), 故 W 增大时 b 值增大, p 减小时 b 值有减小的趋势。 α 较小时 W 变化引起的 b 值改变量大于 α 较大时的改变量; α 较大、 W 较小时, p 的影响可忽略。当 $p = p_0$ 、 $W = 0$ 时, 与图 3 中 b 值对应的 α 值主要在 -3.0 与 4.0 之间变化。因 β 、 γ 、 V_0 是同时变化的, 改变量的大小与环境场改变量大小有关, 所以 A 值随 β 、 γ 、 V_0 变化的改变情况要视各参数的初值以及 β 、 γ 、 V_0 改变量的大小而定。

本文主要探讨因 W 改变引起的 A 值、 b 值变化情况。 W 变化将引起速度参数变化。对一确定雨滴谱分布(即谱参数不变), 若 W 增大, 则由前面的讨论知 b 值增大; A 值的变化与 α 、 N_0 、 λ 、 p 、 W 的大小及 W 改变量的大小有关。直接从式(7)探讨 A 值变化情况则比较复杂, 改用其它式讨论: 此时, 由式(1)知 Z 将不变; 由式(2)、(4)知 I 将增大; 又因 b 值增大; 故从式(6)知 $I \geq 1\text{mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 或 $(I + \Delta I) \geq 1\text{mm} \cdot \text{h}^{-1}$ 时(ΔI 是 W 增大引起的 I 的增量) A 值必将减小。根据飞机观测的空

中雨滴谱计算的谱参数不随环境场变化(雨强将随环境场变化),这里选用 GATE 试验期间 NOAA 飞机在 100~1000m 高度层获取的空中雨滴谱资料^[7]: $N(D) = 56562.5D^4 e^{-5.16D}$ 进行讨论。表 2 给出了部分计算结果。从表中看出 W 增大时 A 明显减小, b 增大,但变化较小; W 增大到 $50\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, A 减小 14%, b 只增大 2%, 雨强变化为 12%; 当 W 增大到 $500\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, A 减小 65%, b 增大了 9%, 雨强变化达 99%; 当 W 增大到 $1000\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$, A 减小了 81%, b 增大了 11%, 雨强变化高达 195%。因此, W 的量级达到 $\geq 5 \times 10^1 \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ 时,应考虑 W 的影响。在实际降水过程中,通常在稳定性降水(层状云降水)中 W 较小,强对流云降水中存在较高的下沉区, W 在地面降雨区可达几十到几百厘

米每秒。因此,对于强对流云降水, W 对 $Z-I$ 关系的影响不容忽视。从表中还可看出 p 变化引起 b 值的变化量很小,这主要因为 p 变化引起 β 的变化很小。当 p 从 1025.13hPa 减小到 600hPa 时 A 减小 10% 以上,可见, p 变化较大时应考虑 p 改变给 $Z-I$ 关系带来的误差。环境气压的明显影响实际反映了海拔高度的作用。所以在海拔高度较高的地区求 $Z-I$ 关系时应作气压订正。若谱参数是根据地面滤纸法观测的雨滴谱计算所得,因用滤纸法测得的雨滴面浓度是空间浓度与雨滴下落末速度的乘积, W 改变时计算的空间浓度也将改变,故谱参数也随之变化, A 值、 b 值变化较复杂,本文将在个例分析中讨论这种情况。

表 2 飞机观测滴谱($N(D) = 56562.5D^4 e^{-5.16D}$)在不同的环境下计算的 A 值、 b 值结果

$W/\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$	$P = 1013.25\text{hPa}$						$P = 600\text{hPa}$					
	A	$(A_w - A_{w0})$		$(b_w - b_{w0})$		I ($I_w - I_{w0}$)	A	$(A_p - A_{p0})$		$(b_p - b_{p0})$		I ($I_p - I_{p0}$)
		$/A_{w0}$	b	$/b_w$	$/\text{mm}\cdot\text{h}^{-1}$			$/A_{p0}$	b	$/b_p$	$/\text{mm}\cdot\text{h}^{-1}$	
0.0	361.7	0.00	1.22	0.00	5.6	0.00	281.6	-0.22	1.21	-0.00	7.0	0.25
50.0	310.7	-0.14	1.23	0.00	6.3	0.12	246.8	-0.21	1.23	-0.00	7.6	0.21
100.0	270.4	-0.25	1.25	0.04	6.8	0.22	218.9	-0.19	1.24	-0.00	8.1	0.19
500.0	125.6	-0.65	1.31	0.09	11.1	0.99	110.7	-0.12	1.30	-0.01	12.5	0.15
1000.0	70.0	-0.81	1.34	0.11	16.5	1.95	64.5	-0.08	1.33	-0.01	17.9	0.09

2 个例分析

本文选取湖北某地 1999 年 8 月 1 日、9 日两次降水过程中地面观测的雨滴谱资料(记为个例 990801、990809)进行个例分析。为分析因采样时不同读数面积带来的误差,每次采样后将滤纸分为等面积的两部分,分别读数,一次采样得到两个样本,将其算术平均值作为实际观测值。谱参数 N_0 、 α 、 λ 用比值法^[13]求出。

2.1 降水过程及采样误差分析

降水过程中雨滴谱随时间的变化反映了云中微物理过程的演变。个例 990801 谱较窄,谱宽变化范围是 $2.3\text{mm}\sim 4.3\text{mm}$, 平均雨强 $0.75\text{mm}\cdot\text{h}^{-1}$, 最小为 $0.01\text{mm}\cdot\text{h}^{-1}$, 峰值达 $6.48\text{mm}\cdot\text{h}^{-1}$, 起伏较大; 个例 990809 谱较宽,谱宽变化范围是 $3.5\text{mm}\sim 4.9\text{mm}$, 平均雨强 $2.02\text{mm}\cdot\text{h}^{-1}$, 峰值高达 $16.69\text{mm}\cdot\text{h}^{-1}$, 最小为 $0.51\text{mm}\cdot\text{h}^{-1}$, 起伏很大,反

映了云内结构十分不均匀。两个个例中谱宽变化与雨强变化大致同相,在峰值处有超前现象。这与前人的观测结果比较一致^[8]。在同一次降水过程中,在同样的 W 下,众数直径 D_{mod} 变化较小;空间浓度 N_{tot} 、含水量 Q 、质量群速 V_3 、中值直径 D_0 的演变与 I 相同; Z 与雷达反射率群速 V_6 同相演变;平均直径 D_1 、均方根直径 D_2 、体积平均直径 D_3 三者同相演变。

计算显示,个例 990801 中平均雨强误差为 2% (个别误差最高为 32%), 个例 990809 中平均雨强误差为 4% (个别误差最高为 20%)。因此,为减小采样时随意选取读数面积带来的随机误差,应对一次采样时的数据全部读出。

2.2 平均谱特征分析

图 4a、b 分别是两个个例的平均谱在不同 W 下的谱分布图。从图中可看出,雨滴

谱浓度随 W 增大而减小,小滴部分减小得十分明显;个例 990801 的谱型从单调递减型逐渐变为单峰型,个例 990809 中原来的峰值显得更明显。这表明不考虑 W 影响时,用滤纸法求得的雨滴浓度偏高,小滴部分偏高程

度大于大滴部分。随着 W 的增大,两张平均谱的谱形因子 α 增大, N_0 减小。表 3 是两个个例的平均谱特征量表。结果表明 N_{tot} 、 Z 、 Q 随均 W 增大而减小, D_{most} 、 D_0 、 V_3 、 V_6 均 W 增大而增大。

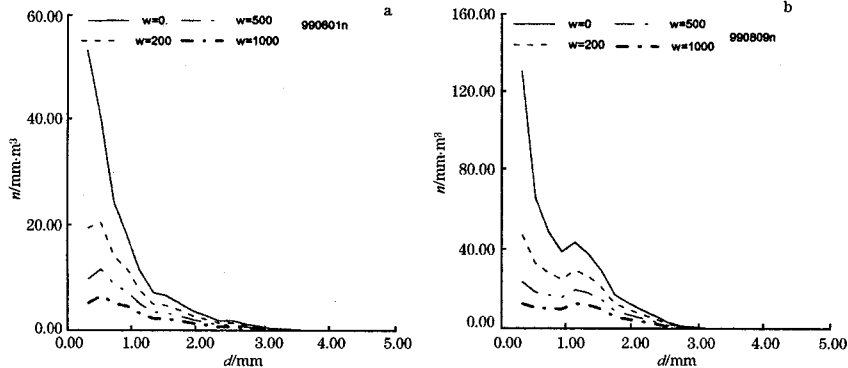


图 4 不同 W 下的平均谱图(a:个例 990801;b:个例 990809)

表 3 平均谱特征量

W /cm·s ⁻¹	个例 990801(样本数=64)						个例 990809(样本数=52)							
	N_t /m ⁻³	Z /mm ⁶ ·m ⁻³	Q /g·m ⁻³	D_{most} /mm	D_0 /mm	V_3 /cm·s ⁻¹	V_6 /cm·s ⁻¹	N_t /m ⁻³	Z /mm ⁶ ·m ⁻³	Q /g·m ⁻³	D_{most} /mm	D_0 /mm	V_3 /cm·s ⁻¹	V_6 /cm·s ⁻¹
0.0	36.17	836.4	0.03	0.30	2.30	645.4	768.2	90.99	2065.6	0.09	0.30	2.10	618.6	765.3
50.0	29.44	784.5	0.03	0.30	2.30	700.0	819.0	75.12	1935.8	0.08	0.30	2.10	672.2	816.5
1000.0	7.72	362.0	0.01	0.50	2.50	1672.7	1774.8	21.05	890.1	0.03	0.30	2.30	1641.4	1775.8

2.3 Z-I 关系分析

根据 I 值及 Z 值直接回归计算不同 W 下的 A 、 b 值时,个例 990801 的相关系数均在 97% 以上,个例 990809 的相关系数均在 89% 以上。图 5 给出了计算结果。图中显示,两个个例的 A 值均随 W 增大而明显减小, b 值随 W 增大而有增大的趋势,变化不

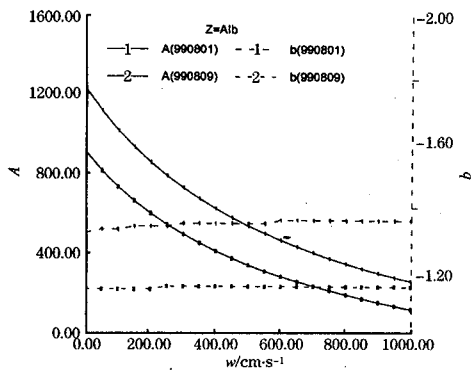


图 5 根据 Z 值、 I 值回归的 A 、 b 值随 W 改变的变化

大。计算表明,两个个例中, W 从零增大到

$50\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ 时, A 值减小 7%, b 值变大,但不超过 1%。图 6 是根据速度参数、平均谱谱

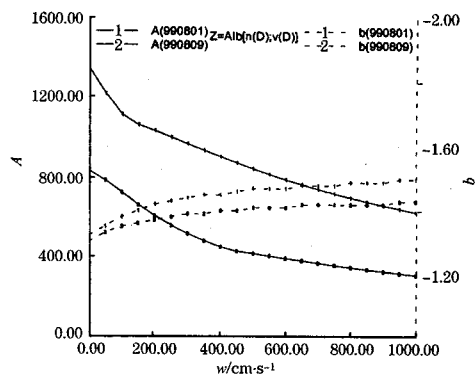


图 6 根据平均谱谱参数计算的 A 、 b 值随 W 改变的变化

参数计算的 A 、 b 值情况,与图 5 中的结果一致。 W 从零增大到 $50\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ 时,个例 990801 中 A 值减小 10%, b 值增大 2%,个例 990809 中 A 值减小 6%, b 值增大 2%。所以 W 的量级达到 $\geq 5 \times 10^1\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ 时,其作用不容忽略。根据参数计算的 A 、 b 值比直

接回归计算的 A 、 b 值偏大, b 值随 W 改变的相对改变量也偏大。我们认为仅用平均谱的参量定量描述起伏变化较大的降水过程有待进一步研究, 但这里得到的结论与理论分析的结论是一致的。

3 结论

本文讨论了下沉气流 W (向下为正) 对 $Z-I$ 关系的影响, 主要结果如下:

(1) W 很小时可忽略其作用, 但若 $W \geq 5 \times 10^1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ 时应考虑其影响;

(2) W 对 $Z = AI^b$ 中 b 值的影响较小, 对 A 值的影响较大;

(3) 气压场变化很大时不能忽略气压改变造成的 $Z-I$ 关系变化, 故在海拔高度较高的地区应用 $Z-I$ 关系时应作海拔高度订正;

(4) 对地面谱用比值法求出的伽玛分布参数中谱形因子 α 随 W 增大而增大, N_0 随 W 增大而减小, 表明不考虑下沉气流时计算的小滴浓度偏高, 大滴相对浓度偏低。

参考文献

1 楚荣忠, 贾伟. 双线偏振雷达的降水估测. 高原气象, 1999, 18(1): 97.
 2 张培昌等. 雷达气象学. 北京: 气象出版社, 1988: 155 ~ 156.

3 张国庆等. 多点雨滴谱观测 $Z-I$ 关系的讨论. 青藏高原云和降水人工影响天气研究. 北京: 气象出版社, 2000: 55.
 4 Uplinger W G., A new formula for raindrop terminal velocity. 20th Conference on Radar Meteorology, American Meteorological Society, 1981, 389 - 391.
 5 Ulbrich, C W., Natural variations in the analytical form of the raindrop size distribution. J. climate Appl. Meteor., 1983, 22, 1764 - 1775.
 6 严采繁, 陈万奎. 国外雨滴谱分布函数的数值试验结果. 气象, 1988, 19(9): 14 ~ 18.
 7 C. Richter, J. Goddard. 水滴尺度分布形状因子随降水过程的变化特征. 国外云和降水研究. 第十二届国际云和降水会议论文选编, 北京: 气象出版社, 1998: 37 ~ 40.
 8 陈宝君, 李子华等. 三类降水云雨滴谱分布模式. 气象学报, 1998, 56(4): 506 ~ 509.
 9 B. J. Mason. 云物理学. 中国科学院大气物理研究所译. 北京: 科学出版社, 1978: 500.
 10 Ulbrich, C. W., Corrections to empirical relations derived from rainfall disdrometer data for effects due to drop size distribution truncation, 11th Inter. Conf. On Clouds and Precipitation. Canada, 1992, 93 - 96.
 11 Marshall J S, Palmer W M. The distribution of rain drops with size. J. Meteor., 1948, 5(2), 165 - 166.
 12 Sekhno R S and Srivastava R C. Doppler observations of drop size distributions in a thunderstorm, J. Atmos. Sci., 1971, 28, 983 - 994.
 13 严采繁, 陈万奎. 对流层下部雨滴谱分布. 应用气象学报, 1990, 1(2): 191 ~ 198.

The Effect of Downdrafts on $Z-I$ Relation

Yang Daoxia Yan Caifan

(Chinese Academy of Meteorological Sciences, Beijing 100081)

Abstract

The analysis using Gama type raindrop distribution show that the effect of downdrafts W on the relation between the radar reflectivity factor Z and the precipitation rate I should not be neglected when its dimension reaches or exceeds $5 \times 10^1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$. In the form $Z = AI^b$, the coefficient A decreases and the exponent b increases as W increases, which is in agreement with the results from two cases computations well. The influence of the ambient pressure field p , which actually reflects the role of air density, is also analysed and the results indicates that A decreases and the exponent b increases as p decreases. In addition, some results of the discussion on the micro-physics characteristics of the raindrop spectra observed in two cases are presented.

Key Words: downdrafts $Z-I$ relationship raindrop size distribution gama type distribution