

# 固定几何高度上大气密度的计算方法

朱燕君 姚 莉 李小泉

(国家气象中心,北京 100081)

## 提 要

利用 1994~1998 年库尔勒站实测各规定等压面和特性层的气象资料,设计了两种不同的计算大气密度的方法,并求出历年从地面至最大拔海高度范围内,每隔 500m 各固定高度上的大气密度。对比分析表明,两种方法的计算结果非常接近。

关键词:大气密度 计算方法 对比分析

## 引 言

在国防建设、军事气象保障及航天领域中,大气密度参数的计算非常重要。它直接影响到飞行器的飞行方向、高度等飞行参数,是飞行器总体设计中不可缺少的依据之一。大气密度不是观测值,只能通过高空气象观测得到的规定等压面、特性层的气压、气温和露点温度等要素计算求得。在实际应用中,常用到的是固定几何高度上的大气密度。根据资源情况,可以有两种不同的计算方法。第一种方法的计算原理是,先计算出各规定等压面和特性层的大气密度,再利用拉格朗日 3 点曲线拟合的插值方法,计算出固定几何高度上的大气密度;第二种方法的计算原理是,先用适当的方法插算出各固定高度上的气压、气温、露点温度和水汽压,再计算相应的大气密度值。以前由于没有特性层的信息化资料,只能采用第一种方法进行统计计算。如今,大量特性层资料的使用使得有效信息量增加,有利于提高大气密度的计算精度。根据可利用的特性层资料,我们又设计了另外一种计算大气密度的方法即第二种方法。同时,为了比较客观地了解两种计算方法的不同特点,本文利用库尔勒站 5 年逐日两个时次的规定等压面和特性层的气象资料,运用以上两种计算方法求得每隔 500m 各固定高度上的大气密度,并就计算结果进

行了对比分析,为今后实际的运用提供了理论依据。

## 1 资料及预处理

### 1.1 资料来源

本文所用资料全部取自国家气象中心气候资料中心整理存档的“高空气象观测记录报表”,根据计算要求,选用了新疆库尔勒站 1994~1998 年逐日 00 时与 12 时(世界时)的各规定等压面层和特性层的气压、高度、气温、露点温度等要素项目。

### 1.2 资料的预处理

(1)为保证计算结果的可靠性,首先对原始资料进行了质量检查和控制,包括气候极值检查、上下层等压面高度逻辑关系检查、露点温度与温度相互关系检查和等压面高度静力学检查,按全国高空气象资料质量检查的标准,剔除全部可疑数据;此外,还进行了奇异值检查,即将各规定层上偏离气候平均值 4 倍标准差以上的值作为奇异值加以剔除,从而保证了原始资料的质量和可靠性。

(2)高空记录报表中各特性层资料只有气压、气温、温度露点差 3 个要素,利用压高公式,求出各特性层的高度值。

(3)将规定等压面层和特性层的资料进行合并,分别形成完整的气压、气温、露点温度随高度变化的序列。

## 2 固定几何高度上大气密度的计算方法一

方法一的计算原理是,先计算出各规定层和特性层的大气密度,再插算出固定几何高度上的大气密度。

(1)第一步计算各规定等压面层和特性

$$e = \begin{cases} e_w & t_d \geq -10.0^\circ\text{C} \\ e_i & t_d \leq -40.0^\circ\text{C} \\ [(40.0 + t_d) \times e_w - (10.0 + t_d) \times e_i] / 30 & -10.0^\circ\text{C} \geq t_d \geq -40.0^\circ\text{C} \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $t_d$  为露点温度( $^\circ\text{C}$ );  $e$  为水汽压(hPa);  $e_w$  为水面水汽压(hPa);  $e_i$  为冰面水汽压(hPa)。

(2)第二步计算各规定等压面层和特性层的大气密度。根据各规定等压面层和特性层的气压、高度、气温、和水汽压,用下式计算求得相应高度上的大气密度<sup>①</sup>。

$$\rho = \frac{p \times 10^2}{RT} \left( 1 - 0.378 \frac{e}{p} \right) \quad (2)$$

其中,  $T = 273.16 + t$ ;  $R = 287.05$

$\rho$  为所求高度层的大气密度( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ );  $p$  为该高度层的气压值(hPa);  $e$  为该高度层的水汽压(hPa);  $t$  为该高度层温度( $^\circ\text{C}$ )。

(3)第三步插算出各固定高度上的大气密度。利用计算得到的各规定等压面层和特性层的大气密度,用拉格朗日(Lagrange)3点曲线拟合的插值方法计算每隔 500m 各固定高度上的大气密度。

设给定  $n$  个不等距结点

$$x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n$$

及其相应的函数值

$$y_1, y_2, \dots, y_{n-1}, y_n$$

为了计算指定插值点  $u$  处的函数值,选取最靠近插值点  $u$  的 3 个结点。即如果

$$x_k < u < x_{k+1}$$

则当  $|x_k - u| > |u - x_{k+1}|$  时,取 3 个结点为

$$x_k, x_{k+1}, x_{k+2}$$

层的水汽压。由各规定等压面层和特性层的露点温度和高度资料,利用式(1)求出相应高度上的水汽压  $e$ <sup>①</sup>。

当  $|x_k - u| < |u - x_{k+1}|$  时,取 3 个结点为

$$x_{k-1}, x_k, x_{k+1}$$

然后用曲线插值公式计算  $u$  点的函数值:

$$z = \sum_{i=m}^{m+2} y_i \cdot \prod_{\substack{j=m \\ j \neq i}}^{m+2} [(t - x_j) / (x_i - x_j)] \quad (3)$$

其中,当  $|x_k - u| > |u - x_{k+1}|$  时,  $m = k$ ;

当  $|x_k - u| < |u - x_{k+1}|$  时,  $m = k - 1$ 。

### 3 固定几何高度上大气密度的计算方法二

方法二的计算原理是,先用适当的方法插算出各固定高度上的气压、温度、露点温度和水汽压,再计算相应的大气密度值。

(1)第一步插算各固定高度上的气温、露点温度和水汽压。

在考虑了特性层的资料之后,任意两个相邻层的温度与高度之间呈近似的线性关系<sup>[1]</sup>,这样,任一高度上的气温可用下式来计算:

$$T_j = T_i + (T_{i+1} - T_i) \times \frac{h_j - h_i}{h_{i+1} - h_i} \quad (i = 1, \dots, n - 1 \text{ 层}) \quad (4)$$

式中  $i$  为固定高度层序号(规定地面为第 1 层,自下而上依次排列,共  $n$  层),  $j$  为插值层序号,  $h_i$ 、 $T_i$  为第  $i$  层的高度和气温,  $h_{i+1}$ 、 $T_{i+1}$  为第  $i + 1$  层的高度和气温,  $h_j$ 、 $T_j$  为需

①国家气象中心内部刊物. 1961~1990年中国高空气候资料统计方法. 1990:5~6.

插值层的高度和气温。

同理,可计算求得各固定高度上的露点温度。

由各固定高度上的露点温度和高度的资料,利用公式(1),求出相应高度上的水汽压。

(2)第二步求各固定高度上的气压。

气压  $p$  与高度  $h$  的关系<sup>[2]</sup>为

$$dp = -\rho g dh = -\frac{p g}{RT} dh \quad (5)$$

$\rho$  为空气密度,  $T$  为热力学温度,  $g$  为重力加速度,  $R$  为空气的气体常数。可以推得<sup>[1]</sup>:

$$\lg p_j = \lg p_i -$$

$$\frac{\Delta H}{18422.7 + \bar{T}/273 \times (1 + 0.378 \times e/p)} \quad (6)$$

其中,  $\Delta H$ :  $p_j$  到  $p_i$  等压面的高度差(m);  $p_j$ : 插值层的气压(hPa);  $p_i$ : 气层的平均气压(hPa),实际计算时用第  $i$  层气压代之;  $\bar{T}$ : 气层的平均温度(K);  $e$ : 露点温度为  $t_d$  时的水

汽压(hPa)。

(3)第三步计算各固定高度上的大气密度。根据计算得到的各固定高度上的气压、高度、温度和水汽压,利用公式(2)求得各固定高度上的大气密度。

#### 4 大气密度两种计算方法结果的比较

上述两种计算方法差别之处在于向固定高度插值的先后次序与插值方法不同。前者先计算出规定层与特性层的大气密度,再用拉格朗日3点曲线拟合方法插值;后者用线性内插或压高公式计算出固定高度的温度、露点温度、气压,再计算大气密度。试验结果表明,两种方法计算出的大气密度十分接近。以1995年为例,我们同时用两种方法计算了1995年1、4、7、10月和全年逐日00时和12时在各个固定几何高度上的大气密度,表1给出00时不同级别差值的频数统计和占总数的百分比,12时的计算结果略。

表1 1995年1、4、7、10月和全年各几何高度上两种方法计算的大气密度之差在不同量级的频数和占总数的百分比(00时)

密度之差 /kg·m <sup>-3</sup>	1月		4月		7月		10月		1~12月	
	频数	频率	频数	频率	频数	频率	频数	频率	频数	频率
0	449	35.5%	493	37.9%	470	35.5%	420	36.1%	5056	35.0%
0.001~0.003	704	55.7%	724	55.6%	762	57.5%	626	53.9%	7906	54.7%
0.004~0.007	65	5.1%	63	4.8%	63	4.8%	73	6.3%	813	5.6%
0.008~0.010	25	2.0%	8	0.6%	12	0.9%	23	2.0%	193	1.3%
0.011~0.015	12	0.9%	6	0.5%	13	1.0%	16	1.4%	137	1.0%
0.016~0.020	6	0.5%	4	0.3%	3	0.2%	4	0.3%	42	0.3%
>0.020	4	0.3%	4	0.3%	2	0.2%	0	0.0%	14	0.1%
总次数	1265		1302		1325		1162		14161	

由表可知,两者结果完全相同者在00时和12时分别有5056和4905个高度点,占总数的35.0%和35.5%,差值为0.001~0.003kg·m<sup>-3</sup>者分别为7906和7699个高度点,占总数的54.7%和55.7%。这就是说,两种方法得到的各固定高度上的大气密度有90%其差值在0.003kg·m<sup>-3</sup>(在大气探测允许误差带来的大气密度精度范围,见表3)之内,如换算成月均值,则差值更小。表2给出

表2 1995年各几何高度上两种方法计算的月平均大气密度之差在不同量级的频数和占总数的百分比

密度之差 /kg·m <sup>-3</sup>	00时		12时	
	频数	频率	频数	频率
0	448	66.5%	443	68.2%
0.001~0.003	200	29.7%	190	29.2%
0.004~0.007	16	2.4%	11	1.7%
0.008~0.01	10	1.5%	1	0.2%
>0.01	0	0.0%	5	0.8%
合计	674		650	

1995年各几何高度上两种方法计算的月平均大气密度差值的统计结果。可见在96%以上的高度点上两种方法计算得到的大气密度差值在 $0.003\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ 以内。

表3 大气密度计算误差估计

高度 $H$ /m	气压 $p$ /hPa	温度 $T$ /℃	密度 $\rho$ 的 绝对误差 /( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )	密度 $\rho$ 的 相对误差
1500	$850\pm 1$	$15\pm 0.5$	0.003	0.3%
3000	$700\pm 1$	$5\pm 0.5$	0.003	0.3%
5500	$500\pm 1$	$-15\pm 0.5$	0.003	0.4%
10000	$250\pm 1$	$-50\pm 0.5$	0.003	0.8%
15000	$100\pm 2$	$-60\pm 1$	0.005	4.1%
20000	$50\pm 1$	$-60\pm 1$	0.003	4.1%

## 5 误差分析讨论

资料在信息化和传输过程中,个别数据难免出现错误,我们在资料预处理时作了比较严格的检查:通过气候极值检查,剔除了超过气候极值的数据;通过合理性检查,剔除了下层等压面的高度高于上层等压面的高度以及露点温度大于气温的不合理数据;通过静力学关系检查,保证了两等压面间厚度的计算误差保持在合理范围内;通过奇异值检查,剔除了出现几率在0.001以内的奇异值。这样,在原始数据中,已不会出现明显的重大错误。不过,由于大气密度为计算值,气压、温度的探测误差还会导致计算的大气密度产生误差,其量级可根据气压、温度探测误差的范围来估计。本项工作的资料取自日常业务的

观测结果,可以按世界气象组织制定的高空观测准确度的要求<sup>[3]</sup>,分别按气压、温度探测误差的上、下限来计算大气密度,其变化区间可作为大气密度的误差估计值。

## 6 小结

本项工作对库尔勒站1994~1998年的逐日00时与12时实测各规定等压面和特性层的高空资料,经过严格的数据处理,并运用两种不同的计算方法,求得各固定几何高度上的月平均大气密度。对比分析表明,两种方法的计算结果非常接近。在实际使用过程中,可根据实有的资料情况,确定计算方法。如果仅有规定层的资料,应采用方法一计算大气密度,这样计算简单,并且求得的大气密度随高度的变化曲线比较平滑;如果要求的大气参数不仅有大气密度,还有温度、气压、湿度等其它要求,则应该用方法二计算大气密度,这样同一几何高度上的各要素可以较好地相互对应一致。

## 参考文献

- 1 中央气象局. 高空气象观测手册——高空压、温、湿观测部分. 1976:563~572.
- 2 《大气科学辞典》编委会. 大气科学辞典. 北京:气象出版社,1994:716.
- 3 国家气象局气候监测应用管理司. 气象仪器和观测方法指南. 北京:气象出版社,1992:24.

# Methods of Calculating Atmospheric Density at Fixed Altitude

Zhu Yanjun Yao Li Li Xiaoquan

(National Meteorological Center, Beijing 100081)

## Abstract

Using the data from 1994 to 1998 on both mandatory levels and significant levels at Kuerle station, two different methods are designed for calculating the past years' atmospheric densities at a fixed altitude, which is at a distance of 500m ranging from surface to the most sea level elevation. The comparing analyses suggest that both results are very close.

**Key Words:** atmospheric density calculation methods comparing analyses