

连续小波变换在上海近 100 年 降水分析中的应用

姚建群

(上海中心气象台, 200030)

提 要

利用上海地区 1900~1999 年月降水资料, 用 Marr 波及 Morlet 小波变换方法分析了上海地区 100 年来冬、夏季降水时间-频率的多层次时间尺度演变特征及其突变特征。结果表明, 其年际及年代际时间尺度的周期变化在时间域中分布很不均匀, 具有很强的局部化特征。这些特征可为上海地区短期气候预测服务提供十分重要的参考依据。

关键词: Marr 小波 Morlet 小波 多时间尺度 降水

引 言

地球上几乎所有的天气和气候现象均与多时间尺度相联系, 特别是气候变化, 包含多种时间尺度, 当前在短期气候变化方面主要研究的是月、季尺度、年际尺度和几十年尺度的长期变化。严中伟等^[1]的研究表明, 气候的变化不但具有全球性, 而且具有局地特征。另外, 传统的分析方法一般是傅里叶分析和滤波分析, 以找出气候资料中所包含的周期并与诸如太阳黑子周期等已知的周期相比较为目的。但事实上, 气候变化并不存在真正意义上的周期性, 而是时而以这种周期变化, 时而

又以另一周期变化, 并且同一时段中又包含各种时间尺度的周期变化, 即气候变化在时域中存在多层次时间尺度结构和局部化特征, 但传统的傅里叶分析却不能分析出这一特征, 而近年来在应用数学中迅速发展的小波分析方法克服了这一缺点, 它可以通过伸缩和平移等运算功能对函数或信号序列进行多尺度细化分析, 研究不同尺度(周期)随时间的演变情况。由于它所具备的这种特殊的“显微镜”功能, 已成功的应用于各个领域, 并成为研究气象要素长期变化的十分重要的工具^[2~4]。

本文将连续小波变换应用于降水资料的结构分析,以期找出上海地区冬、夏季降水的多时间尺度演变特征,更好地服务于短期气候预测。

1 资料和计算方法

使用上海中心气象台收集、整理的1900~1999年冬季(12、1、2月)、夏季(6、7、8月)降水资料。

关于小波分析方面的文献有很多^[2~4],这里只将Marr小波和Morlet小波及有关的计算公式作一说明。

小波变换的基本数学思想是用一簇函数去表示或逼近一个信号或函数,它通过一个基本小波函数的平移和伸缩得到。

若记基本小波函数为 $\Psi(x)$,则小波函数簇 $\Psi_{a,b}(x)$ 定义为:

$$\Psi_{(a,b)}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$$

其中 a 为尺度伸缩因子, b 为平移因子。

一个信号或函数 $f(x)$ 的小波变换定义为:

$$w_{a,b}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \Psi_{a,b}^*(x) dx$$

其中 Ψ^* 是 Ψ 的复共轭。

$\Psi(x)$ 的Fourier变换 $\Psi(\omega)$ 可表示为:

$$\Psi_{a,b}(\omega) = \sqrt{a} \Psi(a\omega) e^{-i\omega b}$$

可以证明,小波变换的分辨区域随着尺度因子 a 的变化而改变,当 a 较小时,对频域的分辨率较差,而对时域的分辨率较好。当 a 增大时,对频域的分辨率增加,而对时域的分辨率则减小。显然,小波分辨率的这种变化规律使得小波变换在高中心频率时窗自动变窄,而在低中心频率时窗自动变宽,从而使得小波变换在频率与时间之间达到了一种最佳的和谐。

2 结果分析

2.1 实值Marr小波及其应用

一些经常使用的实值Marr小波是Gaussian函数的 m 阶导数。

$$\Psi_m(x) = (-1)^m \frac{d^m}{dx^m} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

在这些Gaussian函数的导数中,最广泛使用的是Marr小波,也称之为“墨西哥帽”小波。

这里我们利用Marr小波变换方法来分析上海地区1900~1999年冬(12、1、2月)、夏季(6、7、8月)降水的变化特征。图1和图2分别给出了上海地区100年来冬季和夏季降水变化的Marr小波变换结果。

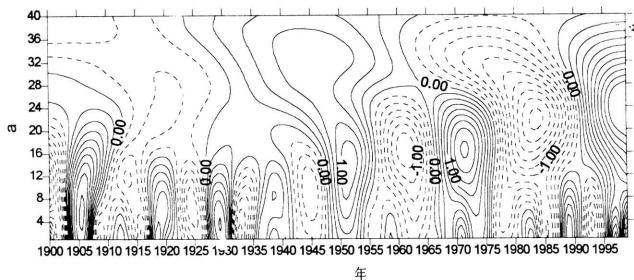


图1 上海地区一百年来冬季降水变化的Marr小波变换

间隔:0.2 虚线: <0.0 实线: ≥ 0.0

从图1中我们可以看出,上海地区100年来冬季降水在不同的时段表现出不同的周期变化。如:对应于32年时间尺度的降水演

变来说,主要经历了4个较大时间尺度的多少交替,它们分别是1929年以前的偏少期,1930~1961年的偏多期,1962~1987年的偏

少期和1988年以后的偏多期。对应于这种较大时间尺度的多少交替,上海地区冬季的降水变化表现出了十分明显的突变特征,突变点分别发生在1930、1962和1988年。而对应于较小时间尺度的气候演变来说,上海近100年冬季降水变化则表现为突变点增加。另外,从5年以上的时间尺度上海地区冬季降水变化来看,当前尚处于偏多期,可以预见,从5年以上时间尺度来讲,这种降水偏多现象仍将持续。而5年以下的时间尺度里冬季降水处于弱的偏少期,这样,从5年以下时间尺度来讲,降水趋于偏少。

从图2中可以分析出,上海地区近100年夏季降水也表现出不同的年际及年代际尺度变化。以24年时间尺度的降水变化特征来看,主要经历了以下6个阶段:1908年以前、1927~1940年、1960~1989年为偏少期,1909~1926年、1941~1959年、1990年以后

为偏多期,突变点分别出现在1909、1927、1941、1960和1990年。而对应于36年左右的时间尺度的降水变化来看,则经历了3个时段,即1933年以前的偏多期,1934~1979年的偏少期以及1990年以后的偏多期,突变点分别发生在1934年和1990年。另外,从图2中我们还可以看到,无论是较大时间尺度,还是较小时间尺度,上海地区夏季降水变化均处于较强的偏多期,且偏多的趋势仍较明显。

由此可以得出:由于Marr小波变换系数的零点对应于上海地区近100年冬、夏季降水变化的拐点,于是小波变换系数的零点位置对应于上海地区近100年冬、夏季降水变化的突变点位置。因此,可以用Marr小波变换来判别上海地区冬、夏季降水在不同时间尺度上变化的突变点位置,得出其多时间尺度特征和规律。

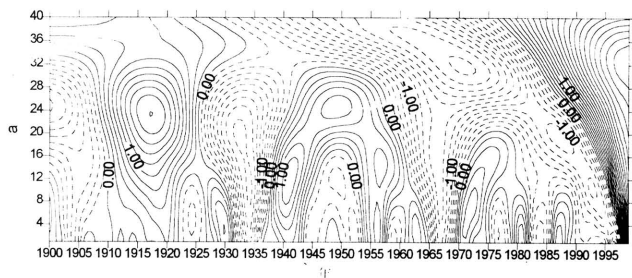


图2 上海地区近100年来夏季降水变化的Marr小波变换

间隔:0.2 虚线: <0.0 实线: ≥0.0

2.2 复值Morlet小波及其应用

复数形式的小波,因其实部和虚部的位相差为 $\pi/2$,用复小波变换系数的模来作为判别气候资料中包含的各尺度周期性的大小及这些周期在时域中分布的判据,能够消除用实型小波变换系数作为判据而产生的虚假振荡,使分析结果更准确。所以,本文中采用连续Morlet小波作为基函数进行小波变换,它能够很好地对资料序列连续进行时频局部化分析。

Morlet小波的形式为:

$$\Psi_m(x) = (-1)^m \frac{d^m}{dx^m} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

小波系数模、小波系数实部是Morlet小波变换得到的最重要的变量。小波系数模的大小表示特征时间尺度信号的强弱,其模值越大,表明其所对应的时段和尺度的周期性越明显。Morlet小波系数的实部包含着给定时间和尺度信号相对于其它时间和尺度信号的强度和位相两方面的信息。另外,Morlet

小波的实部本身也是一个对称的小波函数,它可以看成是一个平滑函数的二阶导数,所以,Morlet 小波变换系数的实部与“墨西哥

帽”小波变换系数一样,也可以用来判别气候资料序列中所包含的不同时间尺度下的降水多少的结构。

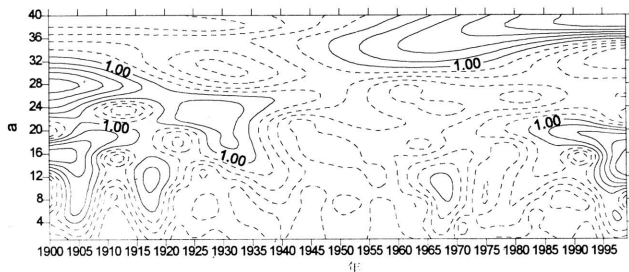


图3 上海地区近100年来冬季降水变化的 Morlet 小波变换模值

间隔:0.2 虚线: <1.0 实线: ≥1.0

图3给出上海地区近100年来冬季降水变化的 Morlet 小波变换模值。从图中可以看到,在年际尺度(1~10年)范围内,其在各个时段尺度变化的小波变换系数均很小,说明年际尺度范围的周期性非常弱,而年代际尺度(10年以上)的周期变化在以下4个阶段有较强的信号:1908年以前的16年左右的周期信号,90年代初~90年代末的14年左右的周期信号,20年代以前的28年左右的周期信号以及60年代以来的38年左右的周期信号。另外,20年代初~30年代中期还显

示出24年左右的周期信号,而其余时间尺度的周期变化是不明显的。

从图3中还可以看到,从90年代以来,冬季降水的变化,主要表现在以14年和38年为主的年代际尺度的周期变化,而年际尺度的周期不明显。

图4为上海地区近100年夏季降水序列 Morlet 小波变换系数的模值在时-频域中的分布图,从图中可以清楚地看到,上海地区夏季降水近100年来的变化主要表现在年代际尺度的周期变化,而在年际尺度的周期信号

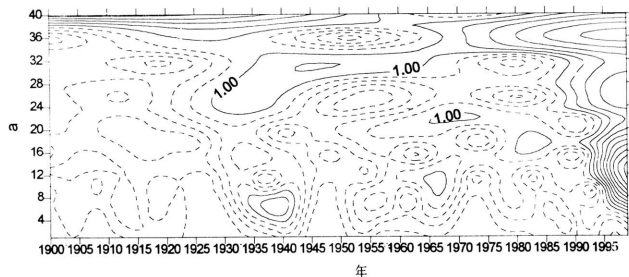


图4 上海地区近100年来夏季降水变化的 Morlet 小波变换模值

间隔:0.2 虚线: <1.0 实线: ≥1.0

不明显。其主要的年代际尺度的变化周期有以下几个时段:90年代初到90年代末的12年左右的周期信号,80年代后期到90年代末的26年左右的周期信号,60年代中期到90年代末的36年左右的周期信号以及50年代中期以前的40年甚至更长时间尺度的周期信号,另外,30年代中期到60年代初还显示出弱的30年左右的周期信号。

另外,图4还显示出,90年代以来,上海地区夏季降水表现出3个不同的年代际时间尺度的周期变化(12、26、36年),这说明了上海地区近100年来夏季降水的多时间尺度特征。

同样,分析上海地区近100年来冬、夏季降水变化的Morlet小波变换实部(图略),也可以得到与Marr小波变换类似的结论。

3 结 论

通过对上海地区近100年来冬、夏季降水变化的连续小波变换分析,得出以下主要结论:

(1)上海地区近100年冬季降水年代际尺度(10年以上)的周期变化在以下4个阶段有较强的信号:1908年以前的16年左右的周期信号,90年代初至90年代末的14年左右的周期信号,20年代以前的28年左右的周期信号以及60年代以来的38年左右的周期信号。而在年际尺度(1~10年)范围内,其周期性非常弱。

(2)上海地区夏季降水近100年的变化主要表现在年代际尺度的周期变化,而在年际尺度的周期信号不明显。其主要的年代际

尺度的变化周期有以下几个时段:90年代初到90年代末的12年左右的周期信号,80年代后期到90年代末的26年左右的周期信号,60年代中期到90年代末的36年左右的周期信号以及50年代中期以前的40年甚至更长时间尺度的周期信号。

(3)上海地区冬季降水从5年以上的时间尺度变化来看,其尚处于偏多期,可以预见,从5年以上时间尺度来讲,这种降水偏多现象仍将持续。而5年以下的尺度里冬季降水处于弱的偏少期,这样,从5年以下时间尺度来讲,降水趋于偏少。

(4)无论是较大时间尺度,还是较小时时间尺度,上海地区夏季降水变化均处于较强的偏多期,且偏多的趋势仍较明显。

(5)从90年代以来,上海地区冬季降水的变化,主要表现在以14年和38年为主的年代际尺度的周期变化,而年际尺度的周期不明显。而夏季降水表现出3个不同的年代际时间尺度的周期变化(12、26、36年),这说明了上海地区近100年来降水的多时间尺度特征。

参考文献

- 1 严中伟,季劲钩,叶笃正. 60年代北半球夏季气候跃变, (1)降水和温度变化. 中国科学(B辑), 1990, 20: 97~103.
- 2 王绍武. 近百年气候变化与变率的诊断研究. 气象学报, 1994, 52(3): 261~273.
- 3 杨辉, 宋正山. 华北地区水资源多时间尺度分析. 高原气象, 1999, 18(4): 496~507.
- 4 邓自旺, 林振山, 周晓兰. 西安市近50年来气候变化多时间尺度分析. 高原气象, 1997, 6(1): 81~93.

An Application of Continuous Wavelet Transforms to Precipitation Analysis in Shanghai during One Hundred Years

Yao Jianqun

(Shanghai Central Meteorological Observatory, Shanghai 200030)

Abstract

Using Marr wavelet and Morlet wavelet transforms, the variations of winter and summer precipitation in Shanghai during one hundred years were analysed. Some multi-time-scale and jump features of the variations were discovered. These features are very important in short-range climate forecast for Shanghai. The multi-time-scale pattern and the background of Shanghai winter and summer precipitation were given.

Key Words: Marr wavelet Morlet wavelet multi-time-scale precipitation