

合力随时间线性变化的热带气旋路径分析

李开奇

(浙江舟山市气象局, 316004)

提 要

热带气旋在移动过程中,环境气压场和其自身内力等都在发生变化。假设这些影响热带气旋的力之和随时间的变化在某一时段内是线性的,从而导出热带气旋的路径曲线方程。分析方程,可以得到热带气旋移动的三个基本规律。通过实例计算,可以看到方程曲线与实际路径几乎一致的个例验证结果,并有意义地证实一些人们以前的研究成果。

关键词: 热带气旋 合力 路径方程 移动规律

引 言

热带气旋的移动是由诸多因素影响的,如环境场的温度、内部物理结构和各种地形条件等。但在通常情况下,环境场的气压梯度力和其自身的内力是影响热带气旋路径的最重要的因素。热带气旋在移动过程中,环境气压场和其自身内力等都在发生变化。当在低纬生成的热带气旋朝西北方向移动,特别是逐渐靠近副热带高压时,环境气压场的变化是明显的。在热带气旋的强度发生明显变化时,其自身内力的变化也会对移动路径产生影响。总而言之,我们认为环境场的气压梯度力和自身内力的合力是时间的函数,并假设它是一个线性函数。本文将在这一假设下,导出热带气旋的路径曲线方程。通过分析方程,可以得到热带气旋移动的三个基本规律。在实例计算中,我们可以看到其方程曲线与实际路径几乎一致的个例验证结果。

1 路径方程

从大气运动方程的水平分量公式出发,可以导出以下热带气旋中心的微分方程^[1]:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} - f \frac{dy}{dt} &= P_x + I_x \\ \frac{d^2y}{dt^2} + f \frac{dx}{dt} &= P_y + I_y \end{aligned} \quad (1)$$

式中 P_x, P_y 为热带气旋整体的平均气压梯度力, I_x, I_y 为热带气旋的内力;具体可由以下

公式计算^[2]:

$$P_x = -g \frac{\partial \bar{z}}{\partial x}, P_y = -g \frac{\partial \bar{z}}{\partial y} \quad (2)$$

$$I_x = -2\Omega \cos \varphi_0 \left(\bar{W}' - \frac{r_0 \bar{V}_r}{3R} \right) \quad (3)$$

$$I_y = \frac{2r_0}{3R} \Omega \cos \varphi_0 \bar{V}_\theta$$

式中 g 为重力加速度, $\frac{\partial \bar{z}}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial \bar{z}}{\partial y}$ 为环境场的平均气压梯度; r_0 为热带气旋半径, R 为地球半径, $\bar{V}_r, \bar{V}_\theta$ 和 \bar{W}' 分别为热带气旋的平均径向速度、平均切向速度和平均垂直速度; φ_0 为平均纬度。

我们将式(1)右边的气压梯度力 $P = P_x i + P_y j$ 与内力 $I = I_x i + I_y j$ 之和称为合力 $F = (P_x + I_x) i + (P_y + I_y) j$, 在热带气旋移动过程中合力随时间变化。式(2)的气压梯度力与 $\frac{\partial \bar{z}}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial \bar{z}}{\partial y}$ 成正比。在天气图上,如果热带气旋在某段时间内所经过的环境气压场等值线的疏密变化不是跳跃式的,而是线性增加或者减少,则气压梯度力的变化是线性的。同理,式(3)的内力与风速成正比,如果热带气旋在某段时间内的风速变化是相对平稳的,则内力的变化也是线性的。通常情况下,热带气旋的合力随时间变化在某段时间内可以认为是线性,如果合力变化是跳跃式的,则应分段

处理,将时间细切至合力的变化为线性止。

在 t_0 至 t_1 时段内,令 $\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j}$ 为合力线性变化常数(实际计算 $\mathbf{a} = (\mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_0) / (t_1 - t_0)$); $\mathbf{b} = b_x \mathbf{i} + b_y \mathbf{j}$ 为合力的初始值(实际计算 $\mathbf{b} = \mathbf{F}_0$)。则式(1)可改写为:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - f \frac{dy}{dt} = a_x t + b_x$$

① 热带气旋的移动速度方程:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{b_y}{f} + \frac{a_x}{f^2} + \frac{a_y}{f} t + \left(u_0 - \frac{b_y}{f} - \frac{a_x}{f^2} \right) \cos(ft) + \left(v_0 + \frac{b_x}{f} - \frac{a_y}{f^2} \right) \sin(ft) \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{b_x}{f} + \frac{a_y}{f^2} + \frac{a_x}{f} t - \left(u_0 - \frac{b_y}{f} - \frac{a_x}{f^2} \right) \sin(ft) + \left(v_0 + \frac{b_x}{f} - \frac{a_y}{f^2} \right) \cos(ft) \end{aligned} \quad (5)$$

② 热带气旋的路径曲线方程:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \frac{v_0}{f} + \frac{b_x}{f^2} - \frac{a_y}{f^3} + \left(\frac{b_y}{f} + \frac{a_x}{f^2} \right) t + \frac{a_y}{2f} t^2 + \left(\frac{u_0}{f} - \frac{b_y}{f^2} - \frac{a_x}{f^3} \right) \sin(ft) - \left(\frac{v_0}{f} + \frac{b_x}{f^2} - \frac{a_y}{f^3} \right) \cos(ft) \\ y &= y_0 + \frac{u_0}{f} + \frac{b_y}{f^2} + \frac{a_x}{f^3} + \left(\frac{b_x}{f} - \frac{a_y}{f^2} \right) t - \frac{a_x}{2f} t^2 + \left(\frac{u_0}{f} - \frac{b_y}{f^2} - \frac{a_x}{f^3} \right) \cos(ft) + \left(\frac{v_0}{f} + \frac{b_x}{f^2} - \frac{a_y}{f^3} \right) \sin(ft) \end{aligned} \quad (6)$$

2 移动规律

将式(4)简写为:

$$\begin{aligned} x &= A_x + B_x t + C_x t^2 - D \cos(\theta + ft) \\ y &= A_y + B_y t + C_y t^2 + D \sin(\theta + ft) \end{aligned} \quad (7)$$

式中:

$$\begin{aligned} A_x &= x_0 - \frac{v_0}{f} + \frac{b_x}{f^2} - \frac{a_y}{f^3}, \\ A_y &= y_0 - \frac{u_0}{f} + \frac{b_y}{f^2} + \frac{a_x}{f^3} \\ B_x &= \frac{b_y}{f} + \frac{a_x}{f^2}, \quad B_y = \frac{b_x}{f} + \frac{a_y}{f^2} \\ C_x &= \frac{a_y}{2f}, \quad C_y = -\frac{a_x}{2f} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{\left(\frac{u_0}{f} - \frac{b_y}{f^2} - \frac{a_x}{f^3} \right)^2 + \left(\frac{v_0}{f} + \frac{b_x}{f^2} - \frac{a_y}{f^3} \right)^2} \\ \theta &= \arctg \left[\left(u_0 - \frac{b_y}{f} - \frac{a_x}{f^2} \right) / \left(v_0 + \frac{b_x}{f} - \frac{a_y}{f^2} \right) \right] \end{aligned}$$

式(7)表明方程是由随时间 t 变化的二次式和简谐振动项所组成。令: $\mathbf{S} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$, $\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j}$, $\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = b_x\mathbf{i} + b_y\mathbf{j}$, $\mathbf{D} = D\cos(-\theta - ft)\mathbf{i} + D\sin(-\theta - ft)\mathbf{j}$, 则热带气旋路径曲线方程矢量形式为:

$$\mathbf{S} = \mathbf{A} + \frac{t}{f^2} \mathbf{a} + \frac{t^2}{2f} \mathbf{a} \times \mathbf{k} + \frac{t}{f} \mathbf{b} \times \mathbf{k} - \mathbf{D} \quad (8)$$

式中: \mathbf{A} 是常量, \mathbf{D} 的模也是常数。于是得到以

$$\frac{d^2y}{dt^2} + f \frac{dx}{dt} = a_y t + b_y \quad (4)$$

设初始条件: 当 t_0 时, $t = 0, x = x_0, y = y_0,$

$\frac{dx}{dt} = u_0, \frac{dy}{dt} = v_0$; 则方程(4)有以下解。

下热带气旋运动的三个基本规律。

① 式(8)说明初始时刻合力 \mathbf{b} 对位移的贡献量为: $\mathbf{S}_b = \frac{t}{f} b_x \mathbf{i} - \frac{t}{f} b_y \mathbf{j} = \frac{t}{f} \mathbf{b} \times \mathbf{k}$ (9)

上式表明了第一个基本规律,即:不考虑打转时,作用于热带气旋的合力(主要是环境场的气压梯度力和内力),使热带气旋沿着这一合力的正右方移动(见图1)。例如:当合力主要是气压梯度力时,根据地转风关系式,它相当于热带气旋的引导气流规律^[3]。在副热带高压南侧的热带气旋向西移动,在北侧则向东移动。

② 式(8)说明合力在单位时间内的改变量 \mathbf{a} 对位移的贡献量为:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_a &= \left(\frac{t}{f^2} a_x + \frac{t^2}{2f} a_y \right) \mathbf{i} + \left(\frac{t}{f^2} a_y - \frac{t^2}{2f} a_x \right) \mathbf{j} \\ &= \frac{t}{f^2} \mathbf{a} + \frac{t^2}{f} \mathbf{a} \times \mathbf{k} \end{aligned} \quad (10)$$

上式表明了第二个基本规律,即:不考虑打转时,作用于热带气旋的合力(主要是环境场的气压梯度力和内力)在单位时间内的改变量,使热带气旋沿着这一改变量的右前方移动(见图2)。例如:低纬地区的弱环境气压场中的热带气旋,在移动过程中逐渐靠近副热带高压所增加的气压梯度力会阻止热带气旋北上而迫使其西移;一旦越过气压梯度较陡区域

(表现为等高线相对密集),位于副热带高压南 (\$\theta+ft\$)。即:
 侧的热带气旋有利于北上或转向东移。

$$[x]^2 + [y]^2 = D^2 \quad (11)$$

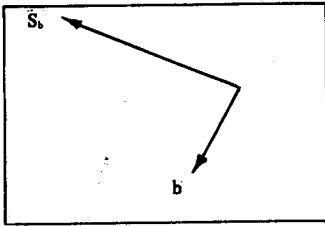


图 1 合力与路径位移关系

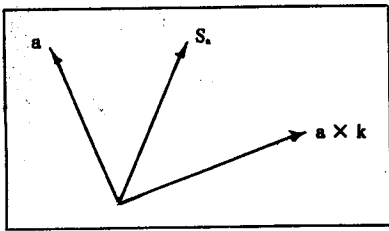


图 2 合力的变化与路径位移关系

③式(8)的 \$D\$ 在 \$X, Y\$ 方向的位移贡献量 \$[x], [y]\$ 为: \$[x] = -D\cos(\theta+ft), [y] = D\sin\$

$$\begin{aligned} x &= 13.82 - 12.17t + 0.170t^2 - 16.53\cos(0.2424t + 0.58) \\ y &= -9.056 + 6.647t + 0.2164t^2 + 16.53\sin(0.2424t + 0.58) \end{aligned} \quad (12)$$

式中, \$x, y\$ 的单位为公里, \$t\$ 的单位为小时。按每三小时对上式进行计算,然后通过直角坐标转化成地球经纬度的方法^[3],计算出各

式中

$$D^2 = \left(\frac{u_0}{f} - \frac{b_y}{f^2} - \frac{a_x}{f^3} \right)^2 + \left(\frac{v_0}{f} + \frac{b_x}{f^2} - \frac{a_y}{f^3} \right)^2,$$

这是一个圆方程,表明了第三个基本规律,即:热带气旋的打转与纬度、初始速度以及作用于热带气旋的合力和这一合力在单位时间内的改变量有关,打转半径的大小为 \$D\$。热带气旋的移动在方程二次式和简谐振动项的共同作用下,其路径可能是蛇行摆动或其它形状的曲线而很少发生打转。

3 实例应用

①我们将对舟山气象雷达站定位次数最多的一个热带气旋(8506号)个例进行具体的应用计算。通过对7月30日08时到30日20时的天气图和热带气旋实时情况的综合分析,按照文献[1]的数据处理方法,将分析数据代入式(2)和式(3),算出环境场的气压梯度力和热带气旋的内力极其变化值等数据,最后由式(6)得到8506号热带气旋在该时段的路径曲线方程:

时的热带气旋位置值。它与实际定位的比较,如图3所示。

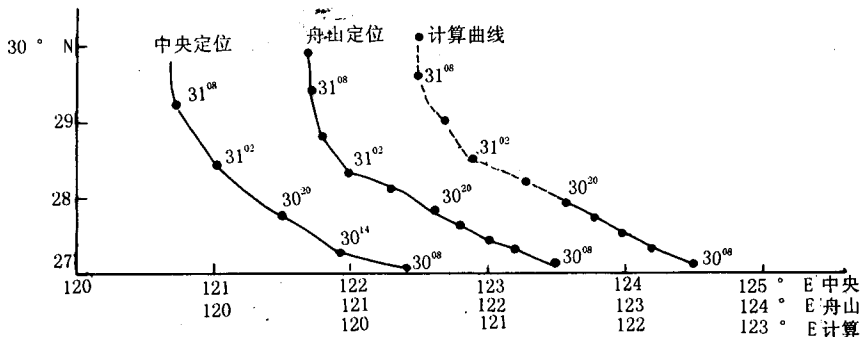


图 3 8506号热带气旋计算曲线与实际定位的比较

计算曲线的虚线部分为延长计算

由于式(12)的数据取自30日08时到30日20时,图3的虚线部分(即:外推预报

时段)表示 \$t > 12\$ 时按式(12)所计算的参考数据。显然,这些数据与实际位置也非常吻

合。这表明 8506 号热带气旋在 30 日 08 时到 31 日 11 时其内力变化很少,环境气压梯度力的变化接近于一个常量,于是式(12) t 的取值范围为: $0.0 \leq t \leq 27.0$ 。

②我们对热带气旋运行在副热带高压两侧的东风带和西风带中的情况进行讨论,文献[4]指出了引导气流与热带气旋移动速度之间的统计结果为:

$$C_E = 0.82V_g, C_W = 1.10V_g \quad (13)$$

这是因为实际上为式(5)假设了 $a_x = 0, a_y = 0, b_x = 0$, 并略去关于热带气旋打转的简谐振动项, 则 $\frac{dx}{dt} = \frac{b_y}{f}$ 或 $\frac{dx}{dt} = -\frac{g}{f} \frac{\partial \bar{z}}{\partial y} +$

$\frac{2r_0}{3Rf} \Omega \bar{V}_\theta \cos \varphi_0$; 对于一个中等规模的热带气旋, 可取 $\bar{V}_\theta = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, r_0 = 4$ 个纬距, $\varphi_0 =$

30° ; 令 $V_g = \left| -\frac{g}{f} \frac{\partial \bar{z}}{\partial y} \right|$, 得:

$$C_E = V_g - 1.2, C_W = V_g + 1.2 \quad (14)$$

对于引导气流为 $5 \sim 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时, 式(13)与式(14)计算结果相近。式(14)表明运行在副热带高压两侧的热带气旋的速度差异主要是内力作用的结果, 它有很明确的物理意义。

4 结语

以前人们已经做过与上述类似的一些研究(如文献[1,5])。但本文对影响热带气旋的合力的变化进行了合理的假设, 利用热带气

旋移动的特定的微分方程, 导出了热带气旋中心的速度和位移的解析表达式, 并得到了一些很有意义的规律。从而为研究热带气旋的移动规律提供了一种理论上的模式。

对于热带气旋的路径曲线方程来说, 虽然物理概念清楚, 但要准确地计算热带气旋路径非常困难。它不仅需要分时计算, 还要确定各个参数, 特别是确定 a_x, a_y 两个参数, 因为它需要未来环境气压场的分布情况, 用数值预报产品和其它经验性估计得到的 a_x, a_y 值是不可信的, 所以将它代入上述方程有时与实际路径距离较大。

本文叙述了热带气旋运动的三个基本规律, 虽然我们认为具有一定的普遍性, 但它是在合力为线性变化的条件下总结的, 因而受条件的约束。热带气旋路径在实际过程中受各种因素的影响而变得相当复杂。

参考文献

- 1 丁金才, 唐新章. 台风蛇行摆动路径的成因分析. 大气科学, 1985, 9(3): 217~225.
- 2 陈联寿, 丁一汇. 西太平洋台风概论, 北京: 科学出版社, 1979.
- 3 李开奇, 方舟能. 雷达观测台风的一些重要数据计算. 浙江气象科技, 1997, 18(4): 14~16.
- 4 陆忠汉, 陆长荣等. 实用气象手册, 上海: 上海辞书出版社, 1984: 255~256.
- 5 钮学新. 台风的内力. 大气科学, 1983, 7(1): 42~49.

Analysis of the Tropical Cyclone Track Under the Condition of Linear Variation of Composite Forces

Li Kaiqi

(Zhoushan Meteorological Bureau, Zhejiang Province 316004)

Abstract

The tropical cyclone motion is affected by many factors, such as the internal structure, the atmospheric temperature and the land conditions. However, the pressure gradient force of the environmental field and the internal force of the tropical cyclone are most important. The general solution of governing equation of the tropical cyclone motion is derived assuming the variation of these forces is linear with the time. Also the three basic rules of the tropical cyclone motion are derived from the general solution of governing equation. Some achievements in scientific research of tropical cyclones can be verified through the calculation and analysis the general solution.

Key Words: tropical cyclone composite forces track equation motion rules