公众天气预报传播过程的数学模型①

郭　虎　　彭治班　吴宝俊　　王淑静

(北京气象台,100089)　(中国气象科学研究院)　(国家气象中心)

提　要

仿照流行病传播模型的思路,给出了公众天气预报传播过程最简单的数学模型。

关键词: 数学模型方法　公众天气预报　天气预报传播过程　气象服务

引　言

20 世纪 70 年代发展起来的数学模型方法[1],虽然已引入气象领域(例如参考文献[2]),但尚未见到用其讨论本文内容者。为了引起读者对数学模型方法在气象服务领域中应用的兴趣,我们仿照流行病传播模型[3]的思路,给出了公众天气预报传播过程最简单的数学模型。所谓公众天气预报传播过程,是指公众天气预报从媒体发布到公众知晓的过程。为了行文简便,下面有时将天气预报信息简称为信息。

1　数学模型概念[4,5]

广义理解的数学模型,包括数学中的各种概念、公式及理论,都是由现实世界的原型抽象出来的,因为它们都是现实世界的数学模型。按照这种观点,整个数学就是一门关于数学模型的科学。

狭义理解的数学模型,只指那些反映了特定问题或特定具体事物的数学关系结构。例如,生态模型与市场模型等。

所谓数学模型方法指的就是利用数学模型解决问题的方法,因此用的是狭义理解的数学模型。我们后面就是在这个意义上使用数学模型概念。为用数学模型法解决问题,首先要建立一个原型的数学模型,然后通过对模型的研究来揭示原型的特征和规律。

2　公众天气预报传播过程最简的数学模型

2.1　建模假设

①除初始时刻外,模型中只考虑已接收信息者和未接收信息者两类人的动态,并把已(未)接收信息者看作已(未)知晓信息者;

②已接收信息者都有传播信息的倾向,未接收者都有接收信息的倾向;

③除接收信息和传播信息特征外,人群的个体间没有差异。两类人在人群中呈均匀混合状态;

④人群的数量足够大,可以只考虑传播和接收信息过程的平均效应;

⑤人们接收信息的机会与他接触传播者的机会成正比,对于接触传播者的机会,简单地定义为已知晓信息者与未知晓信息者人数的乘积;

⑥信息传播率(定义见后)为常数;

⑦不考虑出生与死亡以及人群的迁入与迁出过程。

2.2　模型[3]

由假设①、②、③,已知晓信息者与未知晓者的人数将只是时间的函数,分别记为 $R(t)$ 和 $N(t)$。假设 ⑦ 表明在信息传播过程中人群的总数 T 是保持不变的,即 $R(t)+N(t)=T=$ 常数。为简单起见,我们不妨将 $R(t)$、$N(t)$ 理解为已知晓信息者与未知晓信息者在人群中所占有的比率,亦即:$R(t)+N(t)=1$。根据假设 ④,可以认为 $R(t)$ 与 $N(t)$ 是连续的,并且足够光滑。

根据假设 ⑤、⑥、⑦ 可知,在 $(t,t+\Delta t)$

① “新一代气象服务体系研究”、“冰雹落区预报逐级指导技术研究”课题共同资助。

的时段内知晓信息者增加的比率由下式给出：

$$[R(t+\Delta t)-R(t)]=kR(t)N(t)\Delta t \quad (1)$$

其中 k 为信息传播率。

考虑到 $R(t)$ 与 $N(t)$ 是连续的，并且足够光滑，令 $\Delta t\to 0$，由式(1) 可以得到：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}R(t)=kR(t)N(t) \quad (2)$$

考虑到 $R(t)+N(t)=1$，可得：

$$R(t)=1-N(t) \quad (3)$$

将式(3) 代入式(2)，得：

$$\frac{\mathrm{d}R(t)}{\mathrm{d}t}=kR(t)[1-R(t)] \quad (4)$$

由文献[6]

$$\int\frac{\mathrm{d}u}{u(a+bu)}=-\frac{1}{a}\ln\left(\frac{a+bu}{u}\right)+c$$

可得已知晓信息者在人群中所占比率与时间 t 的关系为：

$$R(t)=[1+(R_0^{-1}-1)\mathrm{e}^{-kt}]^{-1} \quad (5)$$

其中 R_0 为初始时刻($t=0$) 已知晓信息者在人群中所占比率。

将式(5) 代入式(3)，得未知晓信息者在人群中所占比率与时间 t 的关系为：

$$N(t)=(R_0^{-1}-1)\mathrm{e}^{-kt}/[1+(R_0^{-1}-1)\mathrm{e}^{-kt}] \quad (6)$$

将式(5)、(6) 代入式(2)，得已知晓天气预报信息者在人群中所占比率随时间的增加率为：

$$\dot{R}(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}R(t)=k(R_0^{-1}-1)\mathrm{e}^{-kt}/[1+(R_0^{-1}-1)\mathrm{e}^{-kt}]^2 \quad (7)$$

式(4) ～ (7) 就是关于公众天气预报信息传播最简单的数学模型的表达式。

2.3　计算示例

某个拥有 100 万人口的城市，某日 1930UTC 已知晓某天气预报信息者为 60 万，假设信息传播率 $k=0.25$/ 小时，求该城市该日 1930UTC 知晓天气预报信息者在人群中所占的比率随时间的增加率。

在这个问题中，已知量为 $R_0=60\%$，$N_0=40\%$，$k=0.25$/ 小时，欲求量为初始时刻(1930UTC) 的 $\dot{R}=\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}=?$

将已知数据代入式(2)，得：

$$\dot{R}|_{1930\mathrm{UTC}}=0.60\times 0.40\times 0.25/\text{小时}=0.06/\text{小时}$$

2.4　信息传播率

由式(2) 知：

$$k=\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}/(R\cdot N) \quad (8)$$

考虑到建模时的假设 ⑤，信息传播率 k 是指已知晓信息者的增长率与未知晓信息者接触机会的比值。

将式(2) 写为以下形式：

$$k=\left(\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}\right)/N \quad (9)$$

式(9) 表明，信息传播率 k 也可理解为已知晓信息者的相对增长率与未知晓信息者的比值。例：已知 $R(t)=60\%$，$\dot{R}=\mathrm{d}R/\mathrm{d}t=6\%$/ 小时，则 $k=0.25$/ 小时。

在现实社会中，信息传播率与很多因素有关，其中尤其与人们对信息关心的程度以及信息传播环境条件有关。如：20 世纪 60 年代美国总统约翰 · 肯尼迪遇刺身亡的消息，在事发后 45 分钟之内近 90% 的美国人就已知晓[7]；又如：1998 年汛期长江流域与嫩江、松花江流域罕见特大洪水，牵动着每一个中国人的心。电视上播出之上述两流域水文、气象情况的实况及预报信息，人们很快即可知晓。由此可知，假设 ⑥ 所说的信息传播率 k 为常数，是指对同一时段、同一地区、同一信息的传播过程而言；当时段不同，或(和) 地区不同，或(和) 被传播的信息不同时，它将不是同一个常数。

3　与 $\dot{R}=\mathrm{d}R/\mathrm{d}t$ 有关的几个问题

3.1　在什么情况下 $\dot{R}$ 达最大

这是一个求极值的问题。由式(4) 得：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\dot{R}=k\dot{R}(1-2R) \quad (10)$$

这表明，在已知晓信息与未知晓信息者人数相等时，知晓信息者增长率达最大值。

3.2　$\dot{R}$ 达最大值的时间 $t_{\max}$

这也是一个求极值的问题。假设 $R_0\neq 1$，

则由式(10)可得：

$$t_{\max} = \ln(R_0^{-1} - 1)/k \qquad (11)$$

这表明，$t_{\max}$ 与信息传播率 k 成反比关系。

3.3 未来是否一定存在某时刻为 $t_{\max}$

由式(11)可知，当 $R_0 < 0.5$ 时，$t_{\max}$ 为负值，亦即未来找不到(或说未来不存在)$\dot{R}$ 达到极大值的时刻。这与§4.1的结论相一致。

4 几点说明

4.1 本文模型只适用讨论公众天气预报传播过程

目前我国气象服务体系基本框架由决策服务、公众服务、专项服务、专业服务四大部分组成[9]，其中公众气象服务是指通过各种媒体，包括：广播、电视、报刊、电话、印刷品和互联网等，为社会公众提供的天气预报服务[8]。本文给出的数学模型，只适用公众气象服务。

4.2 本文模型属最简单模型

公众天气预报传播过程涉及的因素很多。如果一开始就把所有的因素全部考虑在内来组建模型，那将无从下手。

一般在建模中总是先将问题简化，按照从简到繁、循序渐进的思路，逐步建立一个与实际相吻合的数学模型。不言而喻，本文给出的公众天气预报传播过程数学模型，只能归入最简单者。

4.3 模型应用示例

数学模型方法决不是“数学游戏”，而是有很高的实用价值，下面举一例说明。

1986年5月29日下午，一次大范围降雹、大风天气袭击加拿大魁北克省南部，造成了大约7亿加元的直接经济损失。在蒙特利尔市观测到高尔夫球、网球大小的雹块，许多汽车被砸，向保险公司索赔[10]。1998年6月21～22日，狂风、冰雹、暴雨袭击河北南部、河南北部部分县市，造成的损失约35亿元(人民币)[11,12]。可以想见，假若上述天气袭击北京，而且事前不进行防范，造成的直接经济损失将更大。

对于上述强对流天气，最有效的监测手段是雷达，其预报时效仅几个小时甚至更短。那么，在公众气象服务中，如何在很短时间内，使每个人都知道上述类型的天气预报信息呢？

我们可以借用式(5)说明。由式(5)得：

$$[1 - R(t)] = [(R_0^{-1} - 1)e^{-kt}] / [1 + (R_0^{-1} - 1)e^{-kt}] \qquad (12)$$

考虑到 $t \to \infty$ 不符合问题要求的条件，故该问题只有一个答案：$R_0 = 1$，亦即设法“一步到位”——在初始时刻就使每一个人都知道天气预报信息。

如何“一步到位”？考虑到强对流天气多发生在午后到傍晚，目前常用的公众天气预报传播手段，皆难如愿。例如，电视天气预报的收视率虽高[8]，但多在“黄金时段”。因此，要想将雷达等监测得到的强对流天气预报信息，在很短时间内，使每个人都能知道，需要另谋手段与途径。

参考文献

1 刘景麟等. 数学建模与实验. 南京：河海大学出版社，1996：前言及§12.4.
2 邵淑彩，崔承章. 关于调整气象观测站问题的数学模型. 工科数学，1997，13：14～16.
3 刘来福，曾文艺. 数学模型与数学建模. 北京：北京师范大学出版社，1997：§6.2.
4 王鸿钧，孙宏安. 数学思想方法引论. 北京：人民教育出版社，1992：§11.1.
5 徐利治. 数学方法论选评. 武汉：华中工学院出版社，1988.
6 四川矿业学院数学教研组. 数学手册. 北京：科学出版社，1978：153.
7 张学洪. 舆论传播学. 南京：南京大学出版社，1992：162.
8 秦祥士，张绍棣. 社会主义市场经济条件下的公众气象服务. 新一代气象服务体系研究文集(一)，1999年1月：67～73.
9 马鹤年. 关于社会主义初级阶段的气象服务体系的思考. 中国气象报，1998，2，19.
10 Siok, S. et al., The Great Montreal Hail Storm of 29 May 1986. Preprints, 16th Conf. on Severe Local Storm, 1990: 58～63.
11 刘玉玲等. 与冰雹预报有关的几个新物理参数. 航空气象科技，1998，(6)：4～12.
12 段英等. 华北平原对流风暴的个例分析. 气象，1999，25(11)：25～28.

A Mathematic Model of the Propagational Process for the Public Forecast

Guo Hu
(Beijing Meteorological Observatory, 100081)

Peng Zhiban Wu Baojun
(Chinese Academy of Meteorological Science)

Wang Shujing
(National Meteorological Center)

Abstract

Following the example of the thought of the modelling technique for the propagational process of the epidemic disease, a most preliminary mathematical model of the propagational process for the public forecast has been obtained.

Key Words: mathematical modelling methodology public forecast propagational process of weather forecast meteorological service