最优加权组合预测方法在气候预测中的应用研究①

刘海波　苏炳凯　　　　项静恬

（南京大学大气科学系，南京 210093）　　（中国科学院应用数学研究所，北京　100080）

提　要

把组合预测的方法引用到夏季降水预测综合集成研究中，讨论了最优加权方法的性质和特点，计算结果表明组合预测可以提高综合预测结果的可靠性和准确率，在气候预测业务与研究中有一定的使用价值。

关键词：最优加权　组合方法　气候预测

引　言

我国是开展气候预测研究和业务比较早的国家之一，从 50 年代开始，就开始做月、季、年气候趋势预测，获得了许多宝贵的经验和可喜的成果，在多年来的研究和业务实践基础上建立了一些有关降水、温度等要素长期趋势预测的统计学模型和动力学模式，为预报员提供了大量的预测结果。由于气候系统本身具有高度的非线性，影响它的因子非常多，而这些气候预测模型和模式都是对实际系统的简化和抽象，其包含的影响因子必定是有所选择并十分有限，因此需要对它们的预测结果进行客观综合集成。本文采用一种非线性系统综合技术方法——组合预测方法对这些模型的结果进行综合研究，以期提高预测结果的可靠性和客观性。

组合预测方法，在国外称为 Combination forecasting，Combined forecasting 和 Combination of forecasts 等，在国内也称为综合预测、结合预测或复合预测。组合的主要目的是较大限度地综合利用各种模式或模型所提供的信息，尽可能地提高预测精度。它比单个预测模型考虑问题更系统、更全面，能有效减少单个模型预测过程中一些环境因素的影响。只要组合适当，这一目的是完全可以实现的。

1　4 种气候预测模型及其评估

本文中采用了在我国夏季（6～8 月，下同）降水预测业务中最常用的 4 种统计学模型自 1980 年至 1998 年的预测资料，4 种模型分别是：模型 1：汛期旱涝预测模型[1]，模型 2：地温热力学模型[2,3]，模型 3：带周期分量的逐步回归模型[4]，模型 4：特征量相似模型。采用的实况资料为 1980 至 1998 年中国 160 站夏季降水距平百分率，降水量多年平均值时段为 1961～1990 年。

在本文中对预测模型预测结果的评定采用两种指标：降水预测评分和距平相关系数，它们的计算方法参见文献[5]。

表 1 为这些模型自 1980 年以来降水距平百分率预测结果的评分和距平相关系数。

① 国家“九五”重中之重项目“我国短期气候预测系统的研究”(96-908-04-06)专题资助。

表1 4种预测模型历年预测结果检验

年份	距平相关系数					预报评分/%				
	模型1	模型2	模型3	模型4	平均	模型1	模型2	模型3	模型4	平均
1980	0.57	0.15	−0.54	−0.18	0.00	81.68	64.84	41.98	53.89	60.60
1981	0.15	0.09	−0.08	−0.43	−0.07	70.93	63.10	65.93	51.74	62.93
1982	0.35	−0.09	−0.34	0.12	0.01	77.71	64.88	42.44	62.79	61.96
1983	0.51	−0.07	−0.46	−0.19	−0.05	75.74	58.56	44.51	59.78	59.65
1984	0.21	−0.15	−0.25	0.03	−0.04	73.21	59.64	65.73	69.52	67.03
1985	0.29	−0.02	−0.04	−0.15	0.02	71.20	59.43	60.00	60.67	62.82
1986	0.30	0.03	−0.08	0.01	0.07	73.66	62.65	64.61	66.47	66.85
1987	0.43	0.13	0.06	−0.07	0.14	77.67	60.45	62.94	57.47	64.63
1988	0.34	0.17	0.04	0.09	0.16	73.12	64.80	67.71	69.65	68.82
1989	0.41	0.05	0.37	0.21	0.26	79.76	63.79	76.88	68.68	72.28
1990	0.12	−0.09	−0.22	0.01	−0.05	72.56	58.05	55.49	68.78	63.72
1991	0.30	−0.05	0.30	−0.17	0.10	70.12	58.62	67.07	54.49	62.58
1992	0.14	0.11	0.00	0.04	0.07	74.73	59.89	73.53	67.22	68.84
1993	−0.10	−0.01	−0.21	0.14	−0.05	56.71	53.53	63.75	71.20	61.30
1994	0.29	−0.02	0.37	−0.25	0.10	71.98	60.67	77.27	56.67	66.65
1995	0.12	0.17	0.15	−0.06	0.09	62.50	68.36	68.68	67.69	66.81
1996	0.01	0.06	0.19	0.03	0.07	58.24	60.59	67.68	71.12	64.41
1997	−0.17	−0.14	0.32	0.08	0.02	54.32	50.00	76.51	72.67	63.38
1998	−0.20	0.05	0.31	−0.05	0.03	55.42	57.06	83.81	63.24	64.88
多年平均(1980～1998年)	0.21	0.02	−0.01	−0.04	0.05	70.07	60.47	64.55	63.88	64.74
多年平均(1990～1998年)	0.05	0.01	0.13	−0.02	0.04	64.06	58.53	70.42	65.90	64.73

由表1可以看出，自1980至1998年共19年，4种预测模型相关系数平均为0.05，预测评分为64.74。总体来看相关系数不是很高，这也反映了目前降水强度预测水平还不高，但是从趋势评分来看，预测的结果还是有参考价值的。从历年的值来看，各个模型的预测结果并不是很稳定，变化幅度较大。模型1的多年平均评分最高，达到70.07，从时间上看，在80年代至90年代初评分较高，且较稳定，但是近几年不稳定，评分较低，仅1994年较高。模型3的预报评分和距平相关系数也较高，但是从多年平均状况看比模型1稍差，在时间分布上大致与模型1相反，前期评分较低，后期评分较高，这一点也可以从1990～1998年的平均值看出。模型2和模型4的评分相对比较稳定，模型4后期评分比前期略有提高，模型2的评分前期比后期略好。预测结果的这些特点说明无论哪种预报模型，其预报效果都不稳定，在某一段时间好，另一段时间可能差，这个问题在实际预报中经常遇到，给预测综合带来一定的难度，因此，必须研究一种较为客观的方法对这些预测结果进行综合，以便吸取各个模型的优点，提高预测结果的可靠性和稳定性。

2 最优加权方法原理及精度分析

2.1 最优加权方法基本原理

设$\{x_t\}, t=1,2,\cdots,N$为某个物理量的观测序列，$\{\hat{x}_t(j)\}, j=1,2,\cdots,J, t=1,2,\cdots,N$，为对应的用$J$个预测模型得到的拟合序列。对$x_{N+k}, k=1,2,\cdots,K$用$J$个不同模型获得的预测值记为$\hat{x}_{N+k}(j), j=1,2,\cdots,J$，将这$J$个模型对$x_{N+k}$的组合预测值记为$\hat{x}_{N+k}$，则有：

$$\hat{x}_{N+k}=\sum_{j=1}^{J} w_j \hat{x}_{N+k}(j),\ k=1,2,\cdots,K \tag{1}$$

式中$w_j, j=1,2,\cdots,J$为第j个模型在综合预测值中所占的权重，一般情况下为了保持综合模型的无偏性，w_j应满足归一化约

束条件

$$\sum_{j=1}^{J} w_j = 1 \tag{2}$$

最优加权方法是依据某种最优准则构造目标函数 Q,在约束条件(记为 s.t.)下极小化 Q 求得综合模型的加权系数 $w_j, j=1,2,\cdots,J$,这些权重系数就是各个模型的最优权,这时的综合模型便是最优综合模型,它是以下规划问题的解。

$$\begin{cases} \min Q = Q_0(w_1, w_2, \cdots, w_J) \\ \text{s.t.}(\quad) \end{cases} \tag{3}$$

式(3)中 Q 为目标函数,s.t. 为该规划问题的约束条件。对于 w_j,式(2)是必须满足的约束条件。

目标函数 Q 的形式由误差统计量及极小化准则的类型确定,我们采用的误差统计量为拟合误差 $e_t, t=1,2,\cdots,N$:

$$\begin{aligned} e_t &= x_t - \hat{x}_t = x_t - \sum_{j=1}^{J} w_j \hat{x}_t(j) \\ &= \sum_{j=1}^{J} w_j (x_t - \hat{x}_t(j)) \end{aligned} \tag{4}$$

目标函数极小化准则采用最常用的最小二乘准则,构成如下形式的目标函数:

$$Q = \sum_{t=1}^{N} (e_t)^2 \tag{5}$$

确定目标函数和极小化准则后,式(3)变为

$$\begin{cases} \min Q, & Q = \sum_{t=1}^{N} e_t^2 \\ \text{s.t.} & \sum_{j=1}^{J} w_j = 1 \end{cases} \tag{6}$$

为求解 $w_j, j=1,2,\cdots,J$,将上式表示为矩阵形式,

$$\begin{cases} \min Q, & Q = \boldsymbol{W}^{\tau} \boldsymbol{E} \boldsymbol{W} \\ \text{s.t.} & \boldsymbol{R}^{\tau} \boldsymbol{W} = 1 \end{cases} \tag{7}$$

其中 $\boldsymbol{W} = (w_1, w_2, \cdots, w_J)^{\tau}$,$\boldsymbol{R} = (1, 1, \cdots, 1)^{\tau}$,$e_{ij} = \sum_{t=1}^{N} (x_t - \hat{x}_t(i))(x_t - \hat{x}_t(j)), i,j = 1, 2, \cdots J$,

$$\boldsymbol{E} = \begin{vmatrix} e_{11} & \cdots & e_{1J} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{J1} & \cdots & e_{JJ} \end{vmatrix}$$,矩阵 $\boldsymbol{E}$ 称为信息阵,为对称正定。

引入 Lagrange 乘子后可解得最优权 $\boldsymbol{W}_0$ 和最小 Q 值 Q_0,

$$\begin{cases} \boldsymbol{W}_0 = (\boldsymbol{R}^{\tau} \boldsymbol{E}^{-1} \boldsymbol{R})^{-1} \boldsymbol{E}^{-1} \boldsymbol{R} \\ Q_0 = (R^{\tau} \boldsymbol{E}^{-1} \boldsymbol{R})^{-1} \end{cases} \tag{8}$$

Q_0 即为最优综合模型的误差平方和。

用 4 种预测模型前 n 年的预测结果与对应的实况资料代入式(8)可计算出第 $n+1$ 年 4 种预测模型在最优综合模型中所占权重值,用这个权重向量乘以每种预测模型的第 $n+1$ 年的预测值便得到最优综合模型第 $n+1$ 年的预测值。表 2 是 1990 至 1998 年的 4 种预测模型在最优综合预测模型中所占权重。从表 2 中可以看出,模型 1 和 2 在综合预测模型中所占权重随时间在降低,模型 3 的权重随时间增加而持续上升,模型 4 的权重则变化不是很大;4 种模型权重随时间的变化与前面所分析的 4 种模型预测效果的随时间的变化趋势基本一致。模型 1 和 2 的权重一直为正值,模型 1 所占权重为最大,模型 2 次之,模型 3 和 4 的权重值基本为负值,因此它们在综合模型预测中常起相反的作用。

表 2 4 种预测模型在最优综合模型中所占的权重值

年份	模型 1	模型 2	模型 3	模型 4
1990	1.06	0.36	−0.26	−0.16
1991	1.06	0.35	−0.27	−0.14
1992	1.05	0.34	−0.25	−0.14
1993	1.06	0.30	−0.25	−0.11
1994	1.04	0.33	−0.23	−0.13
1995	1.03	0.26	−0.13	−0.16
1996	1.03	0.27	−0.11	−0.19
1997	0.97	0.31	−0.10	−0.16
1998	0.89	0.25	0.02	−0.14
多年平均(1990~1998 年)	1.03	0.30	0.18	−0.15

2.2 最小二乘准则下最优综合模型的精度分析

我们采用均方误差作为模型组合预测的精度表征，它定义为观测序列与预测序列间误差平方和的平均值，即：

$$\text{均方误差}=\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}(x_t-\hat{x}_t) \tag{9}$$

均方误差值越小，表明组合预测模型预测精度越高。

关于最小二乘法得到的最优综合模型的精度以及最小的目标函数 Q_0 有以下两个主要结论：(1)最小二乘法确实可以求得误差平方和最小的综合预测模型，因而它是最优的，其精度优于其中任何一个单一模型和其它综合模型(证明略)。

表3是4种预测模型1990～1998年的均方误差及用最小二乘法所得最优综合模型的距平百分率均方误差(以下简称均方误差)，计算方法是用前 n 年的资料计算第 $n+1$ 年的最优综合模型。由表可见，这9年个例中，4种预测模型各自的均方误差及4种模型的多年平均值都比用最小二乘法得到的最优综合模型的均方误差要差，而且多数都差一倍以上，实际计算结果的分析与结论(1)相吻合。

表3　4种预测模型及最优综合模型的均方误差

年份	模型1	模型2	模型3	模型4	4种模型平均	最优综合模型
1990	0.257	0.334	0.279	0.234	0.276	0.081
1991	0.234	0.306	0.253	0.213	0.252	0.085
1992	0.223	0.308	0.241	0.196	0.242	0.091
1993	0.229	0.323	0.241	0.184	0.245	0.104
1994	0.249	0.356	0.245	0.198	0.262	0.110
1995	0.233	0.332	0.230	0.226	0.255	0.117
1996	0.219	0.312	0.216	0.225	0.243	0.118
1997	0.222	0.310	0.212	0.212	0.239	0.125
1998	0.215	0.295	0.203	0.203	0.229	0.127
多年平均(1990～1998年)	0.231	0.320	0.236	0.210	0.249	0.106

(2)当参加综合的模型个数由 J 种增加到 $J+1$ 种时，最优综合模型的预测误差平方和满足不等式(证明略)

$$Q_{J+1}\leqslant Q_J \tag{10}$$

上式等号成立的充分必要条件为

$$W_J^T\alpha=Q_J,\alpha=(e_{1,J+1},e_{2,J+1},\cdots,e_{J,J+1}) \tag{11}$$

从式(10)和(11)可以看出，向量反映了第 $J+1$ 种预测模型与前 J 种预测模型预测误差平方和之间的关系，揭示了新模型所提供的预测误差信息，我们称它为新息向量。结论(2)表明，当增加一种预测模型后，最优综合模型的误差平方和是否减少，完全取决于新息向量。当式(11)成立时，新增加一种模型后，最优综合模型的误差平方和保持不变，即没有减少。换言之，新增加的方法未能对减少组合预测方法的误差平方和作出贡献，在构成组合预测模型时，分配给这种模型的权重应为零。事实上，第 $J+1$ 种模型权重为0的充要条件是 $W_J^T\alpha=Q_J$。这个结论的证明可见文献[6]。在实际工作中，当我们已经建立了最优综合模型后，在新的预测模型加入前，可以先计算式(11)是否成立，来判断该模型是否对最优综合模型有贡献。

图1是用不同的模型数所做的最优综合模型的均方误差，同样是用前 n 年的资料计算第 $n+1$ 年的最优综合模型。在做试验时，根据表3中各模型均方误差的大小，先用均方误差小的模型建立最优综合模型，计算出均方误差；然后增加均方误差大的模型再做模型数多的最优综合模型。从图1明显看出增加新模型以后，尽管新模型的均方误差较大，但是最优综合模型的均方误差并没有增加，而是减少的。这个结果有力地验证了结论(2)。

3　结论与讨论

组合预测研究理论中，以预测误差平方和为目标函数，可以用最小二乘法解得各预测模型的最优权系数的解析解，精度也比较高，且增加新的模型以后，最优综合模型的均方误差不会增加，因此可以提高预测结果的可靠性和客观性。

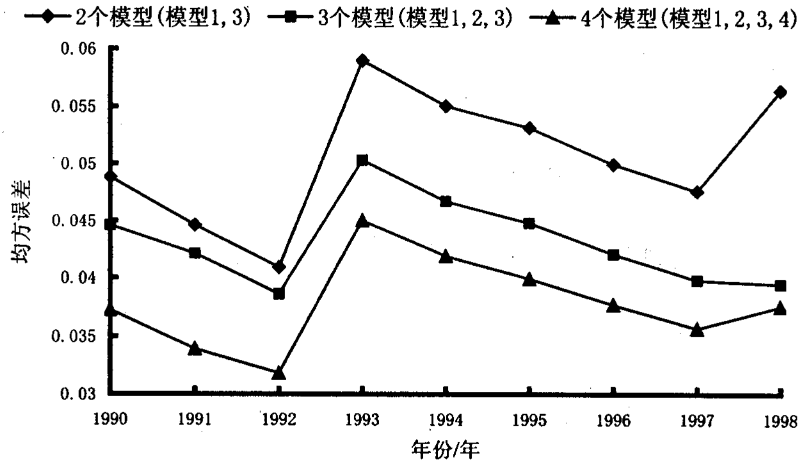

图1 用不同模型数计算的最优综合模型的均方误差比较

由前面的计算可知，在最优权向量中可能出现负权重分量，我们研究的对象是降水，其最小值为0，如果给某个模型以负权重，就意味着会出现负降水，这与实际情况不符。因此，当权向量中出现负分量时，即使该解在数学意义上是最优也不能采用，还应探讨和研究正权综合方法，即每种参加综合的预报模型在综合预测模型中的权重都限定为正值，这样可以保证符合实际问题的约束。由于我们在做试验研究时是单站独立计算的，所以各个站权重分布各不相同，当某个站所得的最优权系数不出现负值时可以采用最优综合模型，而出现负值时则采用正权综合方法。

参考文献

1 廖荃荪，赵振国. 我国东部夏季降水分布的季度预报方法. 应用气象学报，1992，3(增刊)：1～9.

2 丑纪范等. 长期数值天气预报. 北京：气象出版社，1995：113～127.

3 汤懋苍等. 理论气候学，北京：气象出版社，1989：241～255.

4 魏凤英，张先恭. 一种夏季大范围降水趋势分布的预报方法. 气象，1995，21(12)：25～28.

5 陈桂英，赵振国. 短期气候预测评估方法和业务初估. 应用气象学报，1998，9(2)：178～185.

6 项静恬，史久恩. 非线性系统中数据处理的统计方法. 北京：科学出版社，1997：107～108.

The Application of Combined Forecasting Method with Optimal Weight to Climate Prediction

Liu Haibo Su Bingkai
(Department of Atmospheric Science, Nanjing University, Nanjing 210093)
Xiang Jingtian
(Institute of Applied Mathematics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract

The combined forecasting method was introduced to the research and application of climate prediction. The characteristic of optimal weighted method was discussed. The computed result shows that combined forecasting method can improve the reliability and accuracy of forecasting result.

Key Words: optimal weighting combined method climate prediction