

周维新 李建英

丘其宪

(中国气象科学研究院,北京 100081)

(中国测绘科学研究院,北京 100039)

提 要

发现使用了几十年的《气象常用表》重力计算公式有较大的误差;对WMO推荐的气象用重力计算公式进行了讨论,指出公式中对 H' 的定义是错误的;实例验证证明用布格修正法获得的重力值可以满足气压测量的准确度要求。最后提出了3点建议。

关键词:重力加速度 计算 气压

1 重力加速度对于气压测量的影响

气压是气象最重要的参数之一。在用水银气压表测量气压时,为了得到正确的测站气压值,必须对气压表读数进行器差、温度、纬度和海拔高程修正^[1],其中纬度和海拔高程修正的实质是重力修正。

水银气压表测量大气压的原理可由下式表示:

$$p = \rho \times g \times h \quad (1)$$

其中, p 是气压, ρ 是水银密度, g 是重力加速度, h 是水银柱相对高度。由此可见,在假定水银密度是常数、气压不变的情况下,如果重力加速度 g 不同, h 也不同。

因为水银气压表的标尺是按照在标准重力加速度 $g_n (=9.80665\text{m/s}^2)$ 、温度为 0°C 的条件下刻制的,并且直接将标准条件下的水银柱相对高度值刻制成相应的气压值,因此重力修正的实质是在非标准重力和(或)温度非 0°C 条件下的标尺读数换算到标准重力和(或)温度 0°C 条件下的标尺读数,由下式表示^[2]:

$$B_n = B(g_l/g_n) \quad (2)$$

其中, B 为水银气压表的标尺读数, g_l 为测站重力加速度值, g_n 为标准重力加速度值, B_n

指在同样气压、标准重力 g_n 条件下的标尺读数。因此,知道测站重力值是正确使用水银气压表进行气压测量的必要条件。

气象站一般使用的水银气压表的准确度指标是 0.4hPa ,而大气压一般在 1000hPa 左右,所以其允许最大相对误差为 $\pm 4 \times 10^{-4}$ 。因为引起水银气压表测量误差的因素有许多,因此作为物理常数的重力加速度值的误差希望控制在 10^{-5} 量级,就是说气压测量中对重力加速度值准确度的要求是 10^{-4}m/s^2 量级。

2 我国气象站目前获得重力加速度值的方法

目前重力测量技术已能达到 10^{-9}m/s^2 量级,我国已建立了精度很高的国家重力网,并公布了省会城市供公众使用的重力值。但由于气象站往往地处偏远地区,因此我国气象站目前仍主要靠使用公式计算的方法获得测站重力值。具体地说,是根据下列重力计算公式,制订气象用纬度、高度气压订正查算表(即《气象常用表》第3号^[2]),以下简称《常用表》。

$$g_0 = 9.80665(1 - 0.00265\cos 2\varphi) \quad (3)$$

$$g_h = g_0(1 - 1.96 \times 10^{-7} \times H) \quad (4)$$

为了后面讨论方便,这里改用符号 g_h 来表示测站重力加速度,它是测站纬度 φ 和海拔高程 H 的函数; g_0 是纬度为 φ 处平均海平面(海拔高程 $H = 0$) 上的重力加速度。

对于气象站来说,测站纬度、海拔高度都是已知常数,因此测站重力加速度用公式计算是方便的,尤其是在现代自动化气象测量

$$g_0 = 9.80620(1 - 0.0026442\cos 2\varphi) + 5.8 \times 10^{-6} \times \cos 2\varphi \quad (5)$$

$$g_h = g_0 - 3.086 \times 10^{-6} \times H + 1.118 \times 10^{-6} \times (H - H') \quad (6)$$

式中, H' 是以测站为中心、半径为 150km 范围内的平均海拔高程,单位为 m。《指南》还给出了位于水面的测站的重力计算公式,但由于我国的地形特点,本文只讨论陆上测站的重力计算问题。我们还注意到,公式(5)中的 3 个系数与第五版 WMO《气象仪器和观测方法指南》^[4] 比较,有微小的变化,这种变化对于气象应用来说,主要表现在新的纬度 45° 处平均海平面上重力值比第五版大 $4 \times 10^{-5} \text{m/s}^2$ 。

由于式(5)是应用最新数据推算出来的,并顾及了地球是椭球的影响,因此要比式(3)准确。

对于式(6)我们将在第 5 节讨论。

4 顾及测站周围地形起伏影响的重力简化计算公式的推导

分两种情况讨论海拔高度为 H 的一点 P 的重力加速度值的计算。

(1) 只顾及 P 的周围地形是平坦的情况,如图 1 所示。

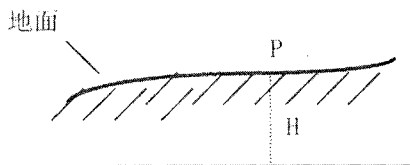


图 1

先根据式(5)计算 P 点在平均海平面上相应点 P_0 (海拔高程等于零, $H = 0$) 上的重

系统中更是这样。那么,使用目前这套公式计算的重力值的准确度是否能满足气压测量的准确度要求呢? 这正是本文要讨论的问题。

3 WMO《指南》推荐的重力计算公式

世界气象组织(以下简称 WMO)在第六版气象仪器和观测方法指南^[3](以下简称《指南》)中推荐的陆上测站重力计算公式如下:

力值 g_0 。然后再分两步考虑:

第一步,假定 P 点所处平面与平均海平面之间没有质量。设 P 点在平均海平面上的投影点的重力值为 g_0 , 则空间一点的重力值可用下式表示:

$$g'_h = g_0 + \Delta g_1 \quad (7)$$

称 Δg_1 为重力的空间修正量。假设地球质量集中于地心、并已知地球质量和平均半径,根据万有引力公式可以推导出:

$$\Delta g_1 = -3.086 \times 10^{-6} \times H \quad (8)$$

$$\therefore g'_h = g_0 - 3.086 \times 10^{-6} \times H$$

第二步,再考虑从测站地平面到平均海平面之间地层质量的引力问题。将对测站重力有贡献的地块等效为半径为 R 、高度为 H 的匀质圆柱体,如图 2 所示。则该地块质量引起的重力修正量为^[5]:

$$\Delta g_2 = f \int \frac{\cos \alpha}{r^2} dm$$

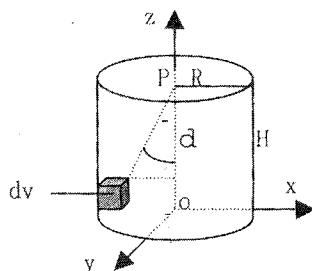


图 2

式中, f 为万有引力系数,质量元 $dm = \delta \cdot dV$, δ 为地层平均密度, dV 为体积元。当 $R \gg H$ 时,设 $\delta = 2.67$,则可解得重力的地层修正

量 Δg_2 :

$$\Delta g_2 = + 1.118 \times 10^{-6} \times H \quad (9)$$

因此,平坦地平面上点 P 的重力值 g_h 应为:

$$\begin{aligned} g_h &= g_0 + \Delta g_1 + \Delta g_2 \\ &= g_0 - 1.968 \times 10^{-6} \times H \quad (10) \end{aligned}$$

整理得: $g_h = g_0 \left(1 - \frac{1.968}{g_0} \times 10^{-6} \times H \right)$

在上式括号内的第二项中,若 g_0 用值 9.80665 代入,得

$$g_h = g_0 (1 - 2.01 \times 10^{-7} \times H) \quad (11)$$

与式(4)基本一致,可见《常用表》用的式(4)即是考虑测站周围地形平坦的情况。

(2)顾及 P 点的周围地形是起伏不平的情况,剖面图如图 3 所示。如果将以 P 点为中心、半径 150km 范围内的地面海拔高程取平均为 H' ,就不外乎两种情况:一种是周围平

$$\therefore g_h = g_0 + \Delta g_1 + \Delta g_2 + \Delta g_3$$

$$\begin{aligned} &= (g_0 - 3.086 \times 10^{-6} \times H + 1.118 \times 10^{-6} \times H) - 1.118 \times 10^{-6} \times (H - H') \\ &= g_0 - 3.086 \times 10^{-6} \times H + 1.118 \times 10^{-6} \times H' \quad (12) \end{aligned}$$

对于图 3b,先假定 P 点水平面之上没有质量情况的重力的计算,然后再考虑实际存在的这层地层的修正量 Δg_3 。因为处于 P 点

$$g_h = (g_0 + \Delta g_1 + \Delta g_2) + \Delta g_3$$

$$= (g_0 - 3.086 \times 10^{-6} \times H + 1.118 \times 10^{-6} \times H) - 1.118 \times 10^{-6} \times (H' - H)$$

$$= g_0 - 3.086 \times 10^{-6} \times H + 1.118 \times 10^{-6} \times (2H - H') \quad (13)$$

在上述式(12)和式(13)中,称 Δg_3 为重力的周围地形修正量。

令测站海拔高程与周围地形平均高程之差的绝对值为 ΔH ,即对于 $H > H'$ 的图 3a 的情况,用 $\Delta H = H - H'$ 代入式(12);对于 $H < H'$ 的图 3b 的情况,用 $\Delta H = H' - H$ 代入式(13)。于是得到统一的顾及周围地形是起伏情况的重力计算公式:

$$\begin{aligned} g_h &= g_0 - 3.086 \times 10^{-6} \times H + 1.118 \\ &\quad \times 10^{-6} (H - \Delta H) \quad (14) \end{aligned}$$

或者参照式(11)写成:

$$g_h = g_0 (1 - 2.01 \times 10^{-7} \times H) - 1.118$$

均海拔高程 H' 低于 P 点海拔高程 H ,如图 3a;另一种是周围平均海拔高程 H' 高于 P 点海拔高程 H ,如图 3b。

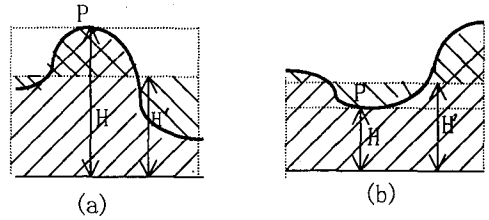


图 3 测点地形示意图

a: 凸出地形 b: 凹陷地形

对于图 3a,先假定 P 点周围是平坦情况的重力的计算,然后再考虑从 H' 到 H 之间的地形修正量 Δg_3 。因为实际上不存在从高度 H 到 H' 之间这层地块质量,所以地层修正量 Δg_3 是负值,即有:

$$\Delta g_3 = - 1.118 \times 10^{-6} \times (H - H')$$

上方的地层引力方向与地心引力相反,所以修正量 Δg_3 也应是负值,于是同样有:

$$\times 10^{-6} \times \Delta H \quad (15)$$

5 关于 WMO《指南》推荐的重力计算公式的讨论

我们比较式(14)与式(6),虽然在形式上两者极为相似,但是括号内的第二项不仅仅是符号的差异,而且给予的定义完全不同,因此不可能得到相同的效果。

下面,我们就两种特殊情况来讨论并分析式(6)是否正确。

(a) 设 $H' = 0$ 。根据式(6)的定义,它意味着以测站为中心、在半径为 150km 范围内的平均海拔高程为零,即与平均海平面等高,

也就是说具有海拔高程为 H 的测站 P 与平均海平面之间没有任何质量,测站 P 的重力应当是平均海平面的重力值(即所谓的正常重力值)加空间修正量,也就是说应当采用式(8),即:

$$g_h = g_0 - 3.086 \times 10^{-6} \times H$$

可是,用 $H' = 0$ 直接代入式(6)时得不到式(8)的结果,而是:

$$g_h = g_0 - 1.968 \times 10^{-6} \times H$$

因此,根据式(6)的 H' 的定义,用式(6)计算得不到 $H' = 0$ 时应有的结果。

(b) 设 $H' = H$ 。即认为测站周围地面平均海拔高程与测站海拔高程是等高的,即相应于周围地形平坦时具有海拔高程为 H 的测站 P ,它与平均海平面之间存在厚度为 H 的地层质量影响,因此,应当采用式(10),即:

$$g_h = g_0 - 1.968 \times 10^{-6} \times H$$

或 $g_h = g_0(1 - 2.01 \times 10^{-7} \times H)$

可是用 $H' = H$ 代入式(6)时,同样也得不到式(10)或式(11)的结果,而是:

$$g_h = g_0 - 3.086 \times 10^{-6} \times H$$

根据上述两条理由,作者认为:WMO《指南》推荐的陆上重力计算公式由于对 H' 的定义是错误的,所以,该公式是错误的。如果把式(6)中的 H' 不是定义为:“测站周围地面平均海拔高程”,而是重新定义为:“测站海拔高程与周围地面平均海拔高程之差的绝对值”,则式(6)才能正确,而且与作者推导得到的式(14)完全一致,是等价的。

6 利用布格修正重力及实例验证结果

事实上,利用式(14)计算重力时,其计算结果的准确度还要受到许多因素的影响。比如,公式要用到周围 150km 范围内的平均海拔高程这个参数,而一般情况下却难于得到它的准确值;再比如,根据万有引力公式,引力与距离的平方成反比,所以近处地块对测站引力的影响比远处地块大得多。因此如图 3 所示的、在推导式(14)时,笼统地取 150km

范围内地形平均海拔高程作地形修正仍是一种简化的模型^[5];还有,在以上讨论中考虑重力与地块引力的关系时,引用了地壳平均密度($\delta = 2.67$),由于各处实际地块密度不可能都一样,由此,重力计算结果必定又有误差。因此利用式(14)计算的重力值与实际值仍然相差较大。

为了获得比用纯公式计算的结果可靠的测站重力,WMO 推荐直接使用重力仪或利用布格重力异常图进行内插求取测站重力^[3,4]。利用布格异常求算测站重力公式如下:

$$g_h = g_0 - cH + A_B \quad (16)$$

其中系数 $c = 1.968 \times 10^{-6}$, A_B 是利用布格重力异常等值线图进行内插获得的测站布格异常值。

布格异常 A_B 定义为实测值与 $(g_0 - cH)$ 之间的差值。比较式(16)和式(10)可见, $(g_0 - cH)$ 正是只考虑周围地形是平坦情况时的重力计算公式;因为《常用表》中的式(4)与式(10)原则上是一致的,所以从本质上讲,《常用表》的误差就在于完全没有顾及布格异常。

很显然,除了考虑在制作布格异常等值线图以及在根据异常图进行内插时难免存在误差外,从原理上讲,布格内插具有利用实测值进行内插的性质,因此比较可靠。利用布格重力异常图进行内插不仅要比根据周围地形平均海拔高程计算高程差修正值要准确,而且也容易得多。

选择典型的地理位置和地形特点,根据纬度、海拔高程以及布格异常值资料,用式(4)和式(16)计算所得重力值与实测重力值的比较结果如表 1 所示。

由表 1 可见,利用《常用表》公式计算的重力值的误差很大,而利用布格异常资料根据式(16)来计算测站重力值比用式(4)所得结果准确得多。

7 结论及建议

根据以上讨论,作者得到如下结论:

①WMO《指南》推荐的式(5)比《常用表》中使用的式(3)准确,应当用式(5)代替式(3)来计算平均海平面上的正常重力值。

②《常用表》中的式(4)只考虑测站周围地形平坦的情况,没有顾及周围地形起伏的影响,这是《常用表》重力计算误差的主要原因;在复杂地形条件下,利用《常用表》计算的重力值不能满足气压测量准确度的要求。

③为了顾及测站周围地形起伏的影响,可以利用式(14)或式(15)计算重力值。但由于公式所需的周围150km范围内平均海拔高程难于获得,因此,式(14)或式(15)难于应用。

④WMO《指南》推荐的式(6),由于把 H' 定义为“测站周围地面平均海拔高程”,因而是错误的。如果将 H' 定义为“测站海拔高程与周围地面平均海拔高程之差的绝对值”,则式(6)是正确的,并且与式(14)是一致的。

⑤利用现有的全国布格异常图资料,根据式(16)计算测站重力值可以满足气压测量准确度要求。

作者建议:

①省气象局仪器检定所在开展水银气压

表与非水银气压表的交叉校准需用重力值时,最好使用实测重力值;如果检定所离当地重力点很近,应该优先采用国家公布的重力值;如果检定所离重力点水平距离不远、但有一定高差时,应使用式(8)进行空间修正。

②气象站在不能得到实测重力值的情况下,可以采用下列办法之一进行计算:

a)在能够得到布格异常图、查到测站布格异常值的情况下,可用式(16)计算;

b)在能够得到测站周围150km范围内平均海拔高程的情况下,可以用式(14)或式(15)、或者用对 H' 重新定义后的式(6)计算;

③在上述②中,无论采用哪种办法,平均海平面上的正常重力值都应该用WMO在《指南》中推荐的式(5)计算。

参考文献

- 1 赵柏林,张藹琛. 大气探测原理. 北京:气象出版社, 1987.
- 2 气象常用表(第3号). 北京:中央气象局,1974.
- 3 WMO Guide To Meteorological Instruments and Methods of Observation (Sixth edition). Secretariat of WMO,1996.
- 4 国家气象局气候司. 气象仪器与观测方法指南. 北京:气象出版社,1992.
- 5 管泽霖,宁津生. 地球形状及外部重力场. 北京:测绘出版社,1981.
- 6 地面气象仪器观测规范. 北京:气象出版社,1979.

Research on Gravity Acceleration Formula Used in Meteorology

Zhou Weixin Li Jianying Qiu Qixian

(Chinese Academy of Meteorological Sciences, Beijing 100081)

Abstract

It has been noticed that there is big systematic error with the gravity acceleration formula quoted from the 《General Meteorological Tables》, which has been using for long time in China. The gravity acceleration formula in the Guide recommended by WMO was also discussed. It pointed out that the definite of H' with the gravity formula in the Guide is incorrect. It has been verified by examples that the gravity used with Bouguer correction is enough accurate for atmospheric pressure measurement. At the end, some pieces of suggest have been given.

Key Words: gravity acceleration formula Bouguer correct pressure