地图图形数字化中的坐标转换

俞善贤

（浙江省气象科学研究所，杭州　310021）

提　　要

对兰勃脱、麦卡托、极射赤面投影的地图图形数字化中的直角坐标转换成相应的经纬度的过程进行讨论，并提出相应的方法。

关键词： 图形数字化　坐标转换　地图

引　言

随着地图图形数据库和GIS技术应用的深入，大量的天气图、气象要素图等地图图形数据进行计算机管理[1]。一般采用数字化仪或扫描仪对图形进行数字化处理，因为这些设备采集到的数据是直角坐标，且同放置的位置有关，所以必须转换成统一的经纬坐标。但这种逆向转换的方法还不多见，为此，本文对常用的几种地图的坐标转换进行讨论，并提出具体的方法。

1　兰勃脱(Lambert)投影[2]

$$x = A\mathrm{tg}^n \frac{1}{2}(\frac{\pi}{2}-\varphi)\cos n\lambda \tag{1}$$

$$y = A\mathrm{tg}^n \frac{1}{2}(\frac{\pi}{2}-\varphi)\sin n\lambda \tag{2}$$

式中，x，y的坐标原点在北极点上，x轴与0°经线重合，A是投影面上北极点到赤道的距离，如果标准纬度取为30°N和60°N，则$n=0.7156$。

实际中不能直接用上述关系式。因为地图其实只是投影面的一部分，且为了方便，允许地图在输入设备上任意放置，设置坐标与理论坐标重合几乎是很难做到的。需要作变形处理。

设r为投影面上任意点(x,y)到北极点的距离，θ为(x,y)点同北极点连线与0°经线的夹角，由式(1)、(2)得

$$r^2=x^2+y^2=A^2(\mathrm{tg}^2\frac{1}{2}(\frac{\pi}{2}-\varphi))^n= A^2(\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi})^n \tag{3}$$

$$\mathrm{tg}\theta=\frac{y}{x}=\mathrm{tg}n\lambda \tag{4}$$

由式(4)得 $\Delta\theta = n\Delta\lambda$　　(5)

由式(3)可知r与纬度有关，与经度无关。由式(5)可知，投影面上测得各经线间的夹角$\Delta\theta$与经线读数夹角$\Delta\lambda$呈简单的比例关系。

因为r、$\Delta\theta$与直角坐标系选取无关，所以可以用式(3)、(5)进行坐标转换。置地图于设备坐标中，选取4个定位点A、B、C、D，要求A和B，C和D分别在同一经线上；A和C，B和D分别在同一纬线上，设A(x_1,y_1)，B(x_2,y_2)，C(x_3,y_3)，D(x_4,y_4)分别对应的经纬度坐标为A(λ_1,φ_1)，B(λ_1,φ_2)，C(λ_2,φ_1)，D(λ_2,φ_2)，在直角坐标系中分别求出AB、CD的直线方程

$$l_1:\quad y = k_1x + b_1 \tag{6}$$

$$l_2:\quad y = k_2x + b_2 \tag{7}$$

这两条直线的交点(x_0,y_0)就是北极点，它们的夹角$\Delta\theta$为

$$\Delta\theta = \mathrm{arctg}\frac{k_2-k_1}{1+k_2k_1}\quad 当\ k_1k_2\neq -1 \tag{8}$$

若$k_1k_2=-1$，则取$\Delta\theta=\frac{\pi}{2}$

$$n=\frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}=\frac{\Delta\theta}{\lambda_2-\lambda_1} \tag{9}$$

n 为实际计算得到的圆锥常数。

为了与地图的比例尺相适应，设

$$r^2=r_E^2\left(\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi}\right)^n \tag{10}$$

其中 r_E^2 为待定系数，用定位点中的任意一点均可计算出 r_E^2，例如，对于 A 点，有

$$r_E^2=[(x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2]/\left(\frac{1-\sin\varphi_1}{1+\sin\varphi_1}\right)^n \tag{11}$$

考虑到定位点选取的误差，可分别用 A、B、C、D 分别计算出 r_E^2，用它们的平均值作为 r_E^2。

一旦确定了地图的这些参数后，就可以计算出任意一点 (x,y) 的 (λ,φ) 值，具体步骤是：

计算(x，y)和北极点(x_0,y_0)连线的斜率 k 和 l_1 直线的夹角 $\Delta\theta$，得

$$\lambda=\lambda_1+\Delta\theta/n \tag{12}$$

计算 (x,y) 到北极点距离平方值 r^2，得

$$\varphi=\arcsin\left(1-\left(\frac{r^2}{r_E^2}\right)^{\frac{1}{n}}\right)/\left(1+\left(\frac{r^2}{r_E^2}\right)^{\frac{1}{n}}\right)) \tag{13}$$

需要特别指出的是上述在计算 k_1、k_2、k、$\Delta\theta$ 时，只讨论一般情况，即 $x_1\neq x_2$，$x_3\neq x_4$，$x\neq x_0$，当程序设计时，应加以考虑。

为了检验和控制精度，可选一些点进行试验，也可用上述4个定位点来试验，如果误差超过规定值，则需要重新定位。若双标准投影地图，计算出的 n 值与理论差别较大时也需重新定位。

2 麦卡托(Mercator)投影

$$x=a\cos\varphi_0\lambda \tag{14}$$

$$y=a\cos\varphi_0\ln\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}+\varphi_0\right)} \tag{15}$$

这种投影直角坐标原点 $\lambda=0$，$\varphi=\varphi_0$ 点重合，经线之间相互平行且等距，纬线之间相互平行且不等距。

置地图于设备的直角坐标系中，定位点的选取与要求同上。考虑一般情况，即经线不平行于 y 轴，也就是 $x_1\neq x_2$。

设 $$k_1=(y_2-y_1)/(x_2-x_1) \tag{16}$$

$$\theta_1=\operatorname{arctg}k_1 \tag{17}$$

取旋转角

$$\theta=\begin{cases}-\left(\frac{\pi}{2}-\theta_1\right) & \theta_1\geqslant 0\\ \frac{\pi}{2}+\theta_1 & \theta_1<0\end{cases} \tag{18}$$

对 x,y 坐标进行旋转

$$x'=x\cos\theta+y\sin\theta \tag{19}$$

$$y'=-x\sin\theta+y\cos\theta \tag{20}$$

用上式对定位点的设备坐标进行旋转变换得 $A'(x_1',y_1')$，$B'(x_2',y_2')$，$C(x_3',y_3')$，$D'(x_4',y_4')$，为了与地图比例尺相适应，根据式(14)可设

$$\lambda=a_1x'+b_1 \tag{21}$$

用 A'，C' 坐标代入可求得 a_1，b_1。根据式(15)可设

$$y'=a_2\ln\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)+b_2 \tag{22}$$

用 A'，B' 坐标代入，可求出 a_2，b_2。

当然还可用其它的定位点分别求出其中的参数，并进行修正。对于设备坐标中的任意一点 (x,y)，分别用式(19)，(20)，(21)，(22)，就可以计算出相应的经纬度坐标。

上述方法与交线纬度 φ_0、地图比例尺相适应。

3 极射赤面投影

$$x=ma\cos\varphi\cos\lambda \tag{23}$$

$$y=ma\cos\varphi\sin\lambda \tag{24}$$

$$m=\frac{1+\sin\varphi_0}{1+\sin\varphi} \tag{25}$$

北极点与直角坐标原点重合，0°经线与 x 轴重合。由于 $\operatorname{tg}\theta=\frac{y}{x}=\operatorname{tg}\lambda$ (26)

$$r^2=x^2+y^2=m^2a^2\cos^2\varphi=a^2(1+\sin\varphi_0)^2\frac{1-\sin\varphi_0}{1+\sin\varphi} \tag{27}$$

设 $$r^2=r_E^2\frac{1-\sin\varphi_0}{1+\sin\varphi} \tag{28}$$

(下转42页)

（上接38页）

对比式(26)和(4),(28)和(10),可以认为极射赤面投影在(x,y)转换成(λ,φ)过程中只是兰勃脱投影的特例($n=1$)。所以完全可以用兰勃脱投影来处理。此外,也可采用北极点和其它任意一点的定位方法。

4 结束语

本文提出的3种投影地图在设备坐标系中转换成λ,φ坐标的方法简单实用,无须了解投影的标准纬度和地图的比例尺,适应性强。

使用时要注意定位点读数的准确性,地图的一些参数均是通过这些定位点来确定的,并注意用试验点来检查其准确性。

参考文献

1 俞善贤等. 天气图图形数据库系统的研究. 气象,1994,20(6).

2 廖洞贤,王两铭. 数值天气预报原理及其应用. 北京:气象出版社,1986.