

张兴旺

(北京气象学院大气科学系, 北京 100081)

提 要

考虑了大气中凝结潜热作用, 提出湿 Q 矢量概念并推导出非地转的湿 Q 矢量表达式以及用湿 Q 矢量散度作强迫项的 ω 方程。利用常规气象资料作实例分析, 结果表明在低纬度地区湿 Q 矢量分析优于准地转 Q 矢量分析。

关键词: 湿 Q 矢量 准地转 Q 矢量 凝结潜热

引 言

研究次级环流的强迫作用是现代天气动力学的一个重要课题。1978年 Hoskins^[1]提出了准地转 Q 矢量的概念并推导出以准地转 Q 矢量散度作为唯一强迫项的准地转 ω 方程。1991年 Davies-Jones^[2]由原始方程组出发, 提出广义 Q 矢量的问题并推导出以广义 Q 矢量散度作强迫项的非地转的 ω 方程。但这些 Q 矢量都假定大气是绝热条件下得到的。本文考虑了大气凝结潜热作用, 提出了湿 Q 矢量的概念, 并由非绝热的原始方程组出发, 推导出非地转的湿 Q 矢量表达式以及用湿 Q 矢量散度作唯一强迫项的非地转 ω 方程。

利用国家气象中心的常规网格点资料, 对1997年7月3日华南地区进行湿 Q 矢量诊断分析, 结果表明湿 Q 矢量与次级环流有良好的对应关系, 特别是低纬度地区, 湿 Q 矢量散度与暴雨落区的相应配置比准地转 Q 矢量散度与暴雨落区的相应配置更准确。这说明湿 Q 矢量是一个适用于气象台站的有力的诊断分析工具。

1 湿 Q 矢量数学描述1.1 湿 Q 矢量表达式的推导

考虑水汽凝结潜热释放的非绝热作用, 即热力学方程右边的加热率 $Q_T = -L\omega \frac{\partial q_s}{\partial p}$ 。由 p 坐标系的基本方程组(省略)出发, 令 $Z = C_p \left(\frac{p}{1000}\right)^{R/C_p}$ 是 p 的单值单调函数, 可以作垂直坐标。所以任意标量函数 $A(x, y, z, t) = A[x, y, p(x, y, z, t), t]$, 在静力近似的条件下, 利用复合函数求偏导数的方法, 作垂直坐标变换, 把 (x, y, p, t) 坐标系的基本方程组转换成 (x, y, z, t) 坐标系的基本方程组。对于准静力平衡、包辛内斯克近似、无粘性摩擦、 f 平面的原始方程组可以写成:

$$\frac{du}{dt} = fv_a \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} = -fu_a \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\theta \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = \frac{L}{c_p} \pi w \frac{\partial q_s}{\partial z} \quad (5)$$

其中 $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$, $u_a = u - u_s$,
 $v_a = v - v_s$, $w = hw$, $h = \frac{R}{p} \left(\frac{p}{1000}\right)^{R/C_p}$,

$\pi = (\frac{1000}{p})^{R/C_p}$, $\frac{\partial z}{\partial p} = h$; 其它量是气象上常用的符号。

对上述方程组作 $f \frac{\partial}{\partial z}(2) - \frac{\partial}{\partial x}(5)$ 和 $f \frac{\partial}{\partial z}(1) + \frac{\partial}{\partial y}(5)$ 的运算, 注意到 $z = C_p (\frac{p}{1000})^{R/C_p}$ 的右边只有 p 是变量, 等 p 面也是等 z 面, $(\frac{\partial \theta}{\partial x})_p = (\frac{\partial \theta}{\partial x})_z$, $(\frac{\partial \theta}{\partial y})_p = (\frac{\partial \theta}{\partial y})_z$, 因此, p 坐标系中的地转风关系式在 z 坐标系中仍成立。另外, 作 $\frac{\partial}{\partial x}(5)$ 和 $\frac{\partial}{\partial y}(5)$ 运算时, 利用式(3)的关系, 就可得:

$$f \frac{d}{dt} (\frac{\partial u_a}{\partial z}) = f (\frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x}) - \frac{\partial V}{\partial x} \cdot \nabla \theta - \frac{\partial}{\partial x} (\frac{1}{C_p} \pi \omega \frac{\partial q_s}{\partial z}) - f^2 \frac{\partial u_a}{\partial z} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (6)$$

$$f \frac{d}{dt} (\frac{\partial u_a}{\partial z}) = -f (\frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y}) + \frac{\partial V}{\partial y} \cdot \nabla \theta + \frac{\partial}{\partial y} (\frac{L}{C_p} \pi \omega \frac{\partial q_s}{\partial z}) + f^2 \frac{\partial u_a}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (7)$$

式中 V 和 $\nabla \theta$ 都是二维矢量, Dutton^[3]曾指出, 替换平衡近似用地转风垂直切变代替实际风垂直切变, 要比用地转风代替实际风更为精确; 忽略一个量的个别变化比忽略一个量本身要好一些。对(6)和(7)两式作替换平衡近似, 即令 $\frac{d}{dt} (\frac{\partial u_a}{\partial z}) = 0$ 和 $\frac{d}{dt} (\frac{\partial v_a}{\partial z}) = 0$ 。注意到 $\frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial p}$, $\sigma = -h^2 \frac{\partial \theta}{\partial z}$, 把式(6)和(7)转换回垂直 p 坐标系中来, 得:

$$2Q_x^* = f^2 \frac{\partial u_a}{\partial p} - \sigma \frac{\partial \omega}{\partial x} \quad (8)$$

$$2Q_y^* = f^2 \frac{\partial v_a}{\partial p} - \sigma \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (9)$$

$$\text{其中, } Q_x^* = \frac{1}{2} [f (\frac{\partial v}{\partial p} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial p} \frac{\partial v}{\partial x}) - h \frac{\partial V}{\partial x} \cdot \nabla \theta - \frac{\partial}{\partial x} (\frac{LR\omega}{C_p \cdot P} \frac{\partial q_s}{\partial p})] \quad (10)$$

$$Q_y^* = \frac{1}{2} [f (\frac{\partial v}{\partial p} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial p} \frac{\partial v}{\partial y}) - h \frac{\partial V}{\partial y} \cdot \nabla \theta - \frac{\partial}{\partial y} (\frac{LR\omega}{C_p \cdot P} \frac{\partial q_s}{\partial p})] \quad (11)$$

式中 Q_x^* 和 Q_y^* 分别为 x 方向和 y 方向湿 Q 矢量分量, 是本文推出的湿 Q 矢量的表达式。很显然, 如果式中不考虑凝结潜热作用并用地转风代替实际风, 湿 Q 矢量就完全蜕化为 Hoskins 所定义的准地转 Q 矢量。

另外, 式(8)和(9)描述了湿 Q 矢量与次级环流之间的方向关系: 湿 Q 矢量方向总是指向气流上升区, 背向气流下沉区。

1.2 非地转的 ω 方程

作 $\frac{\partial}{\partial x}(8) + \frac{\partial}{\partial y}(9)$ 运算, 可得湿 Q 矢量散度为强迫项的非地转 ω 方程:

$$\nabla^2 (\sigma \omega) + f^2 \frac{\partial \omega}{\partial p^2} = -2 \nabla \cdot Q^* \quad (12)$$

当 ω 场具有波状特征时, 由式(12)则有:

$$\nabla \cdot Q^* \propto \omega \quad (13)$$

当 $\nabla \cdot Q^* < 0$ 则 $\omega < 0$, 上升运动

当 $\nabla \cdot Q^* > 0$ 则 $\omega > 0$, 下沉运动

式(12)描述了湿 Q 矢量与次级环流关系: 由于湿 Q 矢量散度存在, 必然要激发次级环流, 使大尺度大气进行调整, 直到重建新的热成风平衡。式(13)可以用来判断垂直运动。

值得注意的是湿 Q 矢量散度 $\nabla \cdot Q^*$ 中包含了凝结潜热加热率的拉普拉斯项 $\frac{R}{p} \nabla^2 (-\frac{L\omega}{C_p} \frac{\partial q_s}{\partial p})$, 它的物理意义是很明确的, 当该项值小于零的区域(几何形状为凸曲面), 表示凝结潜热加热率的大值区; 反之, 表示凝结潜热加热率的小值区。这对降水落区的诊断分析是很有意义的。

1.3 凝结潜热加热率的计算

丁一汇^[4]把凝结潜热的加热率写成:

$$Q = -L \frac{dq_s}{dt} \approx -L\omega \frac{\partial q_s}{\partial p} \quad (14)$$

$$\text{其中, } q_s = 0.622e_s/p \quad (15)$$

$$e_s = 6.11 \exp[\frac{a(T - 273.16)}{T - b}] \quad (16)$$

式中 $a = 17.1543$, $b = 36$

$\frac{\partial q_s}{\partial p}$ 代表沿一局地湿绝热线的饱和比湿的垂直坡度。由湿静力能量方程和饱和比湿公式可以求得：

$$\frac{\partial q_s}{\partial p} = \frac{(CRT_v - C_p)q_s}{(CLq_s + C_p)p} \quad (17)$$

其中 $T_v = T(1 + 0.61q_s)$ 称为虚温, $C = \frac{a(273.16 - b)}{(T - b)^2}$ 。把式(17)结果代入式(10)

和(11)即可以计算湿 Q 矢量。

2 实例计算结果与应用

利用国家气象中心提供的 1997 年 7 月 3 日 20 时常规的经纬网格点的实况资料, 网格距为 1.875 度, 计算了湿 Q 矢量及其散度等量并给出这些量的垂直剖面图和等压面分析图。

2.1 湿 Q 矢量与次级环流之间的方向关系

图 1 是 1997 年 7 月 3 日 20 时, 以 112.5°E 为基线的湿 Q 矢量 y 方向分量 Q_y^* 的垂直剖面图。图中小箭头是地转偏差 V_a 和垂直速度 w 合成矢量表示的次级环流。在 700hPa , 19°N 附近有个中心大于 $30 \times 10^{-12} \text{m} \cdot \text{hPa}^{-1} \cdot \text{s}^{-3}$ 的正值区, 表示该处 Q_y^* 是指向 y 正方向。由此可见, 湿 Q 矢量指向气流上升区, 背向气流下沉区。这与式(8)和式(9)的数学描述是一致的。

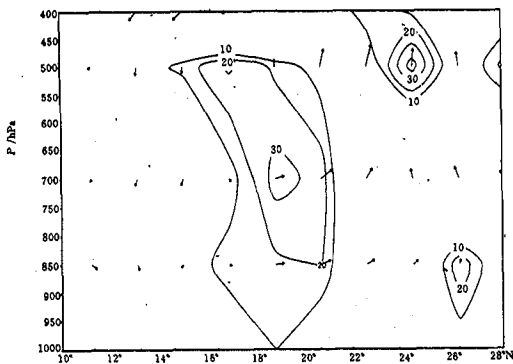


图 1 Q_y^* 垂直剖面图

单位: $10^{-12} \text{m} \cdot \text{hPa}^{-1} \cdot \text{s}^{-3}$

2.2 湿 Q 矢量散度与垂直运动关系

图 2 为 1997 年 7 月 3 日 20 时, 以 22.5°N 为基线的湿 Q 矢量散度垂直剖面图。图中小箭头是地转偏差 u_a 和垂直速度 w 合成矢量, 表示次级环流。等值线表示湿 Q 矢量散度分布。虚线为负值区, 表示湿 Q 矢量辐合区。由图可见: 湿 Q 矢量辐合区与垂直运动上升区基本上是一致的。这说明以湿 Q 矢量散度为强迫项的非地转 ω 方程所描写的动力学过程基本上符合大气的状况。因此, 湿 Q 矢量散度对垂直运动具有一定的诊断分析能力。由于它是非地转的, 可以用于低纬度地区。

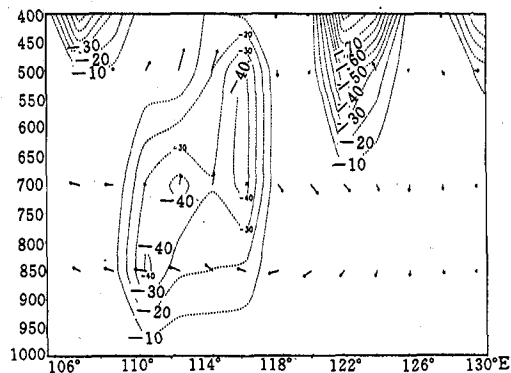


图 2 湿 Q 矢量散度垂直剖面图

单位: $10^{-17} \text{hPa}^{-1} \cdot \text{s}^{-3}$

2.3 湿 Q 矢量散度在降水落区诊断分析中的应用

许多有经验的预报员都发现 Q 矢量辐合区与暴雨的落区有很好的对应关系。汪克付^[5]指出: “ Q 矢量辐合区与梅雨锋云带有良好对应关系, …… 但与梅雨锋暴雨区的配合并非存在一一对应关系。”这是不足为怪的, 因为以 Q 矢量散度作为唯一强迫项的 ω 方程中, 只有假定 ω 场是一个具有波状特征的函数时, 才能得到 $\nabla \cdot Q \propto \omega$ 的结论。但事实上, ω 并不是一个严格的具有波状特征的函数, 所以 Q 矢量辐合区有可能出现在下沉气流区域, 因此就不会与暴雨落区成一一对应

关系。为了克服上述的缺点,在计算 Q 矢量散度时,加上 $\nabla \cdot Q \propto \omega$ 的约束条件,实质上就是用 Q 矢量散度辐合区与垂直运动上升区重叠的区域作为降水落区诊断分析的指标,就可以提高 $\nabla \cdot Q$ 对降水落区定性的诊断分析的准确率。下面给出加了上述约束条件的湿 Q 矢量散度的计算分析结果。

图3和图4分别是1997年7月3日20时700hPa湿 Q 矢量散度和准地转 Q 矢量散

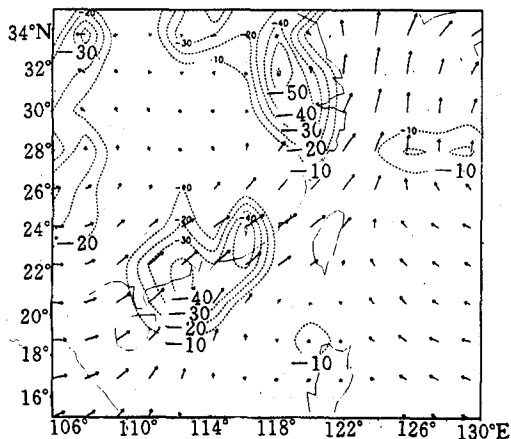


图3 1997年7月3日20时700hPa湿 Q 矢量散度图
单位: $10^{-17} \text{hPa}^{-1} \cdot \text{s}^{-3}$

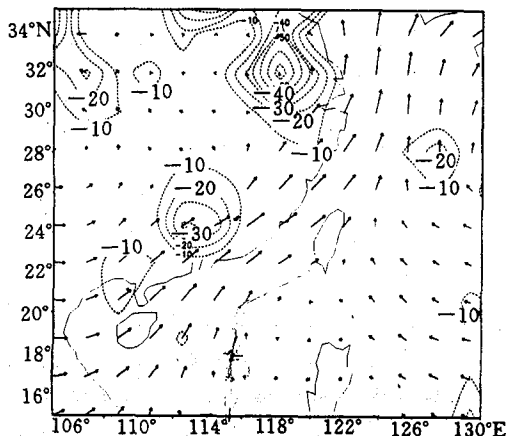


图4 1997年7月3日20时700hPa准地转 Q 矢量散度图
单位: $10^{-17} \text{hPa}^{-1} \cdot \text{s}^{-3}$

度的分布图。图5为1997年7月3日08时至4日08时大到暴雨站点频数图。站点频数用以下方法来确定:以某个网格点为中心的田字格区域内,日降水量大于30mm的站点数称为该网格点的大到暴雨站点频数。图中站点频数的等值线围成区域表示大到暴雨落区。从图3可见,在我国东南沿海有两块湿 Q 矢量的辐合区,一块从广东雷州半岛至闽南,另一块在长江口附近;与之相对应,在图5中也有两块大到暴雨落区。两者的方位和形状都很相似。图3中在113°E附近、32°N以北有一块湿 Q 矢量辐合区;图5中也有一块暴雨落区与之相对应。另外,图3中有一长条湿 Q 矢量辐合区;在图5中105°E附近,只有30°N以南有一小块暴雨落区与之对应。(查当日降水量实况,30°N以北也有小于30mm的降水区与之对应)。

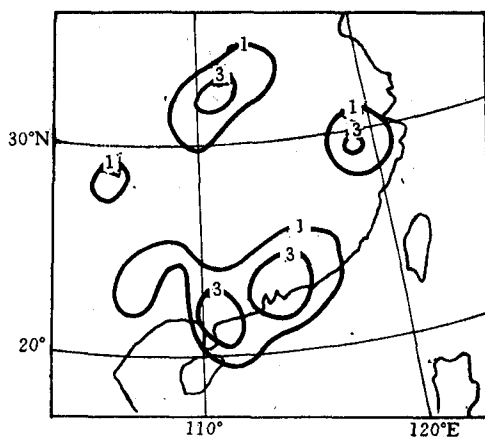


图5 1997年7月3日08时~4日08时大到暴雨站点频数图

由此可见,700hPa上湿 Q 矢量辐合区与降水落区有很好的对应关系,是降水落区定性诊断分析的有力工具。

由图4可见,700hPa准地转 Q 矢量辐合区与降水落区也有类似的对应关系。但是,在

低纬度地区,这种对应关系不如湿 Q 矢量辐合区与降水落区的对应关系密切。例如,在图 5 中从雷州半岛以东至闽南的大到暴雨落区,与之相对应的图 4 中准地转 Q 矢量辐合区分裂为两块,一块偏离到雷州半岛以西,另一块中心偏北。查当日降水量实况,大于 100mm 的暴雨中心位于雷州半岛以东沿海地区,与图 3 中相应地区的湿 Q 矢量散度的 $-40 \times 10^{-17} \text{hPa}^{-1} \cdot \text{s}^{-3}$ 的中心很接近,而与准地转 Q 矢量辐合中心偏离较远。由此可见,在低纬度地区,对于暴雨落区定性诊断分析来说,非地转的湿 Q 矢量的辐合区比准地转 Q 矢量的辐合区更适用。

3 结语与讨论

3.1 湿 Q 矢量方向总是指向气流上升区,背向气流下沉区。

3.2 以湿 Q 矢量散度作为唯一强迫项的非地转的 ω 方程描述了湿 Q 矢量散度与垂直运动的关系:湿 Q 矢量辐合对应上升运动,反之,湿 Q 矢量辐散对应下沉运动。

3.3 在低纬度地区,非地转的湿 Q 矢量辐合区与降水落区对应的配置关系比准地转 Q 矢量辐合区与降水落区对应的配置关系更接近。

3.4 3.1 和 3.2 两点结论是在理想的模式大气中得到的。实例计算表明这两点结论与大气实际基本上相符合,但也有一些偏差。例如,在实际大气中, ω 场并非是严格的波状特征的函数,这就会直接影响湿 Q 矢量散度与垂直运动的对应关系。因此建议:在做降水落区诊断分析时,对湿 Q 矢量散度的计算加上 $\nabla \cdot Q \propto \omega$ 的约束条件,以便提高降水落区判断的准确率。

致谢:国家气象中心正研级高级工程师王淑静同志为本文提供了大到暴雨站点频数图并对工作予以大力支持和帮助,特此致谢!

参考文献

- 1 Hoskins, B. J., I. Draghici and H. C. Davies. A new look at the ω -equation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 1978, 104: 31~38.
- 2 Davies-Jones, R. P., The Frontogenetical Forcing of Secondary Circulations. *J. Atmos. Sci.*, 1991, 48: 497~509.
- 3 Dutton, J. A., *The Ceaseless Wind*. McGraw-hill, 1976: 579.
- 4 丁一汇. 现代天气学中的诊断分析方法. 北京: 科学出版社, 1989: 114~116.
- 5 汪克付等. 江淮梅雨锋暴雨过程 Q 矢量分析及落区预报. *气象*, 1995, 21(3): 40~43.

An Expression of the Wet Q Vector and Application

Zhang Xingwang

(Department of Atmospheric Sciences, Beijing Meteorological College, 100081)

Abstract

Taking account of the latent heat of the vapour condensation in the atmosphere, the concept of the wet Q vector was proposed. An expression of the wet Q vector and the non-geostrophic ω equation, in which the divergence of wet Q vector was taken as a forcing term, was derived. By using routine meteorological data for diagnostic analysis, the results show that the wet Q vector is better than the quasi-geostrophic Q vector in the low latitude area.

Key Words: wet Q vector quasi-geostrophic Q vector latent heat of condensation