技术交流

日最大降水量服从极值分布的一个例证

杨 舵 张学文

（新疆气象科研所，乌鲁木齐 830002）

提 要

采用经验及统计理论方法推算出新疆喀什日最大降水量服从极值分布，其分布函数 $p(R)=1-\exp\{-\exp[-\frac{1}{6.78}(R-13.58)]\}$。这为"原始分布为指数分布，其最大项服从极值分布"的理论提供了又一个例证。

关键词： 日最大降水量 极值分布 新疆喀什

引 言

原始分布为指数型分布的随机变量，其最大项遵守极值分布[1]：

$$p(x)=1-\exp\{-\exp[-\alpha(x-u)]\} \quad (1)$$

式中，$p(x)$ 为分布函数，α、u 为待定参数。文献[2]从统计力学的角度证明了降水量的概率密度为指数分布。文献[3]进一步用大量资料验证了日降水量的指数分布律。因此，从理论上讲，日最大降水量应服从极值分布式(1)。

本文利用新疆喀什站日最大降水量资料，从经验和理论推导两方面证实了上述结论。这为文献[1]的理论提供了一个实例。

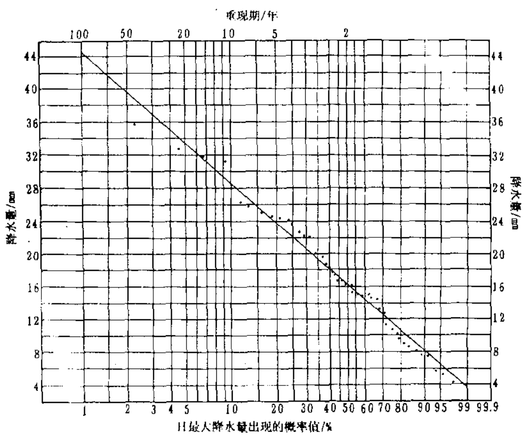
1 资料及经验计算方法

为了得到喀什日最大降水量的概率分布型，我们选用喀什站1951～1996年(1954～1956年迁站，资料不连续，按缺测算)每年一日最大降水量(共计43年)资料。将资料从大到小按顺序排序，计算其保证率，即每年出现某一日最大降水量的概率值：

$$p_m=\frac{m}{n+1}\times 100\% \quad (2)$$

其中 m 为日最大降水量排序的序号($m=\overline{1,n}$)，$n=43$ 为样本数，$\frac{1}{p_m}$ 为重现期。

将 p_m 和对应的日最大降水量 R_m 点绘于包维尔概率格纸上，得到一近似于直线的点的排列(附图)。



附图 检验日最大降水量服从极值分布的概率图
底图为包维尔概率格纸

包维尔概率格纸的作用是使极值分布式(1)在纸上成一直线(以下以日最大降水量 R 取代式(1)中的任一随机变量 x)，因此，可初步断定喀什日最大降水量服从极值分布。

2　理论证明

下面为附图上的点配一条最佳拟合直线并求出喀什日最大降水量的分布函数。

根据包维尔概率格纸的设计原理，我们对式(1)取两次对数，并令

$$y = -\ln\ln\left(\frac{1}{1-p}\right) \tag{3}$$

得到 $\hat{R} = \frac{1}{\alpha}y + u$　(4)

在最小二乘法意义下算出参数 α 和 u，则得到喀什日最大降水量的最佳拟合直线式(4)及最佳拟合值 $\hat{R}$。具体公式为：

$$\frac{1}{\alpha} = r\frac{S_R}{S_y} \tag{5}$$

$$u = \overline{R} - \frac{1}{\alpha}\overline{y} \tag{6}$$

其中 r 为 R 与 y 的相关系数

$$r = \frac{\sum_{m=1}^{n}(y_m - \overline{y})(R_m - \overline{R})}{\sqrt{\sum_{m=1}^{n}(y_m - \overline{y})^2}\sqrt{\sum_{m=1}^{n}(R_m - \overline{R})^2}} \tag{7}$$

S_R、S_Y 为 R 与 y 的均方差；$\overline{R}$、$\overline{y}$ 为 R 和 y 的均值。

用式(3)算出与 p_m 对应的 y_m 值($m = \overline{1,n}$)，再以 y_m 和 R_m 值代入式(5)、(6)，算出 $\frac{1}{\alpha} = 6.78, u = 13.58$，所以

$$\hat{R} = 13.58 + 6.78y \tag{8}$$

按式(8)，由 y_m 算出 $\hat{R}_m(m = \overline{1,n})$，与 R_m 求相关系数式(7)，得到 $r = 0.99$，且通过 0.005 信度的相关检验。

由以上理论计算，我们在包维尔概率格纸上证明了喀什日最大降水量服从极值分布。相应地将 α 和 u 代入式(1)，又可得到具体的极值分布函数为：

$$p(R) = 1 - \exp\{-\exp[-\frac{1}{6.78}(R - 13.58)]\} \tag{9}$$

上文中凡带下标 m 的变量均指离散样本值。

3　结论

通过以上分析、计算，得到喀什日最大降水量服从极值分布的如下特征：①在包维尔概率格纸上喀什日最大降水量 R 与自变量 $y = -\ln\ln\left(\frac{1}{1-p}\right)$ 为线性关系（p 为 R 出现的概率），其线性回归方程为式(8)，与原资料序列的相关系数达到 0.99，通过信度为 0.005 的相关检验；②喀什日最大降水量的极值分布函数为式(9)。这为“原始分布服从指数分布的随机变量、其最大项服从极值分布”的理论提供了又一个实例。

参考文献

1　金光炎. 水文统计原理与方法. 中国工业出版社，1964.

2　廖树生. 降水指数分布律的证明. 新疆气象，1981(4).

3　张学文等. 熵气象学. 北京：气象出版社，1992.

An Example of Extremum Distribution of Daily Mazimum Precipitation

Yang Duo　Zhang Xuewen

(Xinjiang Research Institute of Meteorological Science, Uruumq, 830002)

Abstract

It is formulated that the daily maximum precipitation obeys the extremum distribution in Kashi of Xinjiang by means of empirical and statistical theory method. Its distribution function is $p(R) = 1 - \exp\{-\exp[-\frac{1}{6.78}(R - 13.58)]\}$ This gave an example that its maxima obeys extremum distribution when the distribution of an random variable is exponentical one.

Key Words: daily maximum precipitation　bxtremum distribution　kashi of xinjinag