

用奇异谱分析诊断地面气温

场低频振荡周期

董佩明 刘健文

(空军气象研究所, 北京 100085)

董 婕

(陕西师范大学, 西安 710062)

提 要

采用 SSA 方法分析我国东南地区地面气温场, 发现明显存在周期为 35—40 天的季节内低频振荡。计算还表明, SSA 不仅能有效识别振荡分量, 同样也是一种很好的时间滤波方法。

关键词: 奇异谱分析 低频振荡 地面气温

引 言

70 年代初, Madden 等首先发现热带太平洋地区纬向风有 40—50 天周期性振荡现象以来, 大气低频振荡已成为国内外大气科学的专门研究课题之一。大气低频振荡(变化)主要指大气中的 30—50 天和 10—20 天准周期振荡现象, 其不仅存在于热带地区, 中高纬地区同样存在。这种全球大气运动的普遍现象因同长期天气变化及短期气候异常间存在的密切关系而成为人们研究的重点。

研究低频振荡的周期性规律时广泛采用的是传统谱分析及滤波分析等手段, 这就需要把基本函数确定为规则的正弦或余弦波。国际上近年来提出的奇异谱分析(SSA)方法^[1,2], 没有采用基函数强迫, 而具有分析时间序列数据自适应优点。本文利用 SSA 技术, 并结合最大熵谱分析(MEM), 分析我国东南地区地面气温场的低频振荡周期。

1 数学原理

1.1 奇异谱分析(SSA)

奇异谱分析(Singular Spectrum Analy-

sis, 简称 SSA) 被证明是一种特别适合于研究周期振荡行为的方法, 它可以较好地有噪声的有限长度时间序列中提取信息。与最大熵谱法结合, 能够精确定出振荡周期。

SSA 在数学形式上完全等价于扩展的 EOF 分解, 对单变量序列 $X_i (1 \leq i \leq N)$, 其数学表达式为:

$$X_{i+j} = \sum_{k=1}^M a_i^k E_j^k \quad 1 \leq j \leq M \quad (1)$$

式中 M 称窗口长度或嵌入长度, 依研究对象确定。SSA 能很好地从时间序列中分离出周期介于 $(M/5, M)$ 、谱宽小于 $1/M$ 的振荡。

E^k 因加入了时间滞后信息, 称时空经验正交函数, 它是原始序列时滞矩阵 T_x 的特征向量, T_x 为 Toeplitz 结构的分块矩阵, 维数 $M \times M$ 。

同样 a^k 称时空主分量, 为原始序列在第 k 个时空 EOF 上的正交投影, 序列长度为 $N - M + 1$ 。

计算出 E^k 及 a^k 后, 通过重构可有效利用各主分量的作用。与第 k 个特征值相联系

的重构分量依下式计算:

$$X_i^k = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M a_{i-j}^k E_j^k \quad M \leq i \leq N - M + 1$$

$$X_i^k = \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i a_{i-j}^k E_j^k \quad 1 \leq i \leq M - 1 \quad (2)$$

$$X_i^k = \frac{1}{N - i + 1} \sum_{j=i-N+M}^M a_{i-j}^k E_j^k \quad N - M + 2 \leq i \leq N$$

原始序列 X_i 是所有重构分量之和:

$$X_i = \sum_{k=1}^M X_i^k$$

1.2 振荡的确定

以一个行进波为例。设 $W(t) = A \cos(\omega t)$, 其中 A 为振幅, ω 是频率。对任一实数 φ 有下式:

$$W(t+s) = A \cos(\omega t + \varphi) \cos(-\omega s + \varphi) + A \sin(\omega t + \varphi) \sin(-\omega s + \varphi) \quad (3)$$

取时间离散形式 $t_i = i\Delta t$, 对上述行进波, 式(1)在取下面值时等式成立:

$$X_i = W(t_i)$$

$$\begin{aligned} E_j^1 &= F_1 \cos(-\omega_j \Delta t + \varphi) \\ E_j^2 &= F_2 \sin(-\omega_j \Delta t + \varphi) \\ a_i^1 &= A/F_1 \cos(\omega_i \Delta t + \varphi) \\ a_i^2 &= A/F_2 \sin(\omega_i \Delta t + \varphi) \end{aligned} \quad (4)$$

取值中 F_1, F_2 及 φ 由时空主分量及时空 EOF 的正交条件确定。可以看到, 对应该波动, 有一对时空经验正交函数 E^1 和 E^2 具有和波动一样的周期且 E^1, E^2 位相正交, 而其特征值 $\lambda_1 = A^2/(2F_1^2)$ 和 $\lambda_2 = A^2/(2F_2^2)$ 近似相等, 当 $M \rightarrow \infty$ 时两值趋于相等。

推而言之, 对一个含有 q 个谐振的混沌或带噪声时间序列, SSA 计算能给出 q 对特征值对子, 而时空 EOF 的周期与其对应的谐振周期相等。所以 SSA 方法识别振荡的特点就在于时间序列中的某一个振荡分量和奇异谱分析中的一对接近退化的特征值相联系, 当计算出两个相邻的特征值几乎相等, 其对应时空 EOF 描述的二个序列具有准周期性并且周期相等时, 则序列中存在一个与相应时空 EOF 周期相等的明显振荡。

1.3 最大熵谱分析(MEM)

1967 年 J. P. Burg 提出的最大熵谱分析

克服了谱估计的一些不足之处, 并具有较好的分辨率。在我们的应用中, 最大熵谱分析不是象传统的那样用于分析时间序列, 而是针对 SSA 计算出的特征值序列。鉴于各个时空主分量的功率谱和等于原变量时间序列的总功率谱, 我们以主分量方差百分比作谱图来确定分析序列的振荡周期。关于最大熵谱分析详细内容参见文献[3]。

2 资料及处理方案

计算所使用的资料为我国东南地区 18 个测站(见图 1)30 年(1961—1990 年)逐日地面日平均气温序列(日平均气温 = (日最高气温 + 日最低气温)/2)。由 18 个测站平均成一区域气温值, 然后进行 5 天滑动平均, 间隔 5 天资料取样, 从而构成一单变量时间序列。

取窗口长度 $M = 20$ ($20 \times 5 = 100$ 天)以重点分析季节内振荡。

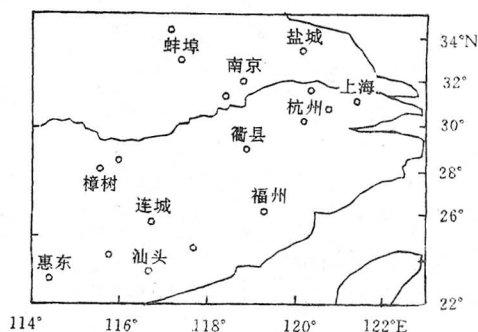


图1 东南地区 18 个测站的分布

3 计算结果分析

奇异谱分析计算(记作 EXP 1)得到的前 4 个特征值解释方差之和达 99.3%, 它们相应的时空 EOF 由图 2 给出, EOF1、2 代表了序列的均值及其反对称对子。前 4 个特征值实际上对应的是序列中的年变化和某些年内变化分量。1—4 的重构分量合成见图 3, 图中实线为原始序列, 虚线为 1—4 的重构分量合成, 可以看出, 即使是在资料序列的末端(1989 和 1990 年), 1—4 的重构分量合成也精确地反映了序列的年变化和年内变化分量。

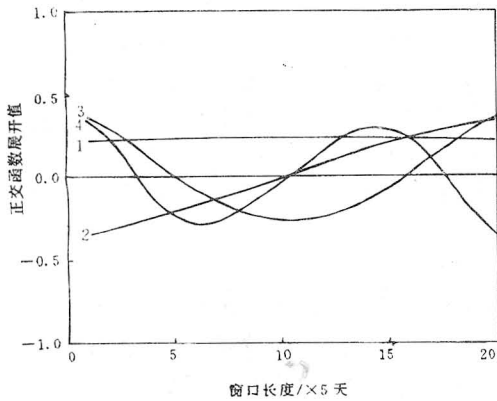


图2 气温场前4个时空 EOF 分布

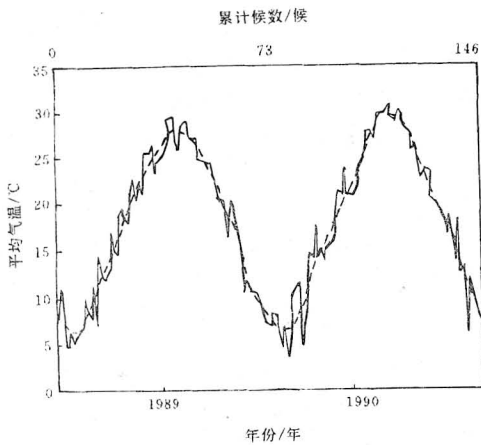


图3 原气温时间序列(实线)及1—4 重构分量合成(虚线)

EXP 1 的 5、6 特征值成对,相应的时空 EOF(图 4)位相正交,可以推断其对应着序列中的一个振荡分量。前 6 个时空 EOF 的最大熵谱分析(图 5)中,分量 5、6 合成的谱峰位于频率 0.12 处,相应的周期为 40 天,约占该频段总方差 86%。

从附表中看,EXP 1 的特征值对于 5、6 所占的解释方差极小,这是可以理解的,因为序列中年变化和年内变化分量占有重要的部分。原气温时间序列 X_i 可以表示为两部分重构分量之和:

$$X_i = \sum_{k=1}^4 X_i^k + \sum_{k=5}^M X_i^k$$

即将原序列看成由 1—4 分量代表的年变化及年内变化分量与 5—20 分量代表的其它分量合成。由谱分析图 5,右端第一项 1—4 的重构分量合成所解释的 100 天以上时间尺度部分占总方差的 95%以上,从原始序列中减去 1—4 的重构分量合成,则相当于去掉了 100 天以上时间尺度部分,从而将更加便于季节内振荡的研究(记作 EXP 2)。

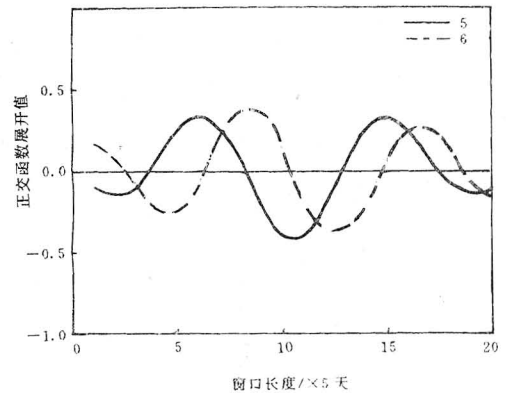


图4 第5和第6时空 EOF

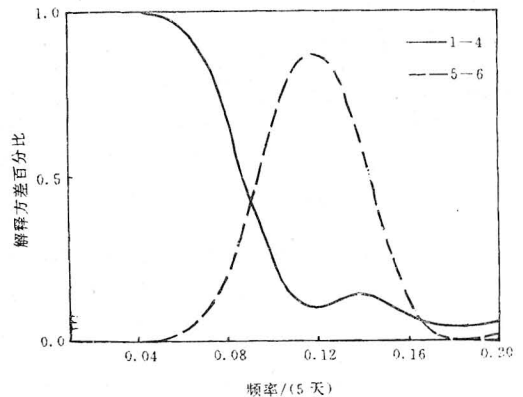


图5 EXP 1 前 6 个时空 EOF 的谱分布图

附表 EXP 1、EXP 2 计算结果对比

	特征值对子	特征值解释方差(%)	谱峰相应周期	谱峰处占总方差百分比
EXP 1	5、6	0.14	40 天	86%
EXP 2	1、2	16.0	38 天	92%

EXP 2 中 1、2 特征值成对,特征值所占解释方差达到 16%(附表),相应时空 EOF (图略)位相正交。最大熵谱分析(图 6)中,100 天以上时间尺度部分在谱的表现中已近于零,1、2 对应振荡的谱峰在频率 0.13 处,相应的周期为 38 天,占该频率段总方差超过 90%。

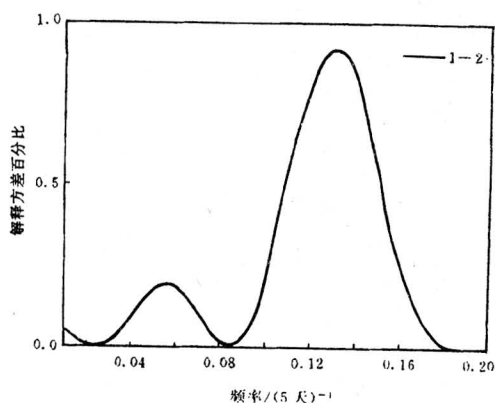


图 6 EXP 2 前二个时空 EOF 的谱分布图

由上述计算可见,在研究的东南地区地面气温场中存在着周期为 35—40 天的明显季节内低频振荡,EXP 1 和 EXP 2 的计算还表明,序列中有一个 10—20 天的振荡周期,不过该周期在我们所取的窗口长度 M 确定的可分辨周期范围($M/5, M$)的边缘,统计信度较低,文中未深入讨论。这些低频振荡周期

与当前的研究结果是一致的^[4]。EXP 1 和 EXP 2 的比较可以看出,奇异谱分析即便在序列中的振荡分量所占比重较小的情况下,也能够准确地分离出振荡分量,其对振荡行为的分辨能力是相当强的。同时,SSA 也是一种很好的时间滤波器,滤波后更加利于振荡分量的分离。

4 结 语

本文采用奇异谱分析对东南地区地面气温场低频振荡周期的分析表明,其明显存在着 35—40 天周期。主要目的在于阐明奇异谱分析在分离振荡分量和时间滤波方面的特性。

文中没有深入讨论振荡行为的基本特点及传播特征,SSA 在这些方面的应用也有较好的效果,如进一步对振荡位相和振幅合成,还可以揭示出振荡行为与其它天气(气候)现象的相互作用,并可有效应用于气候预测研究^[5]。

参考文献

- 1 Plaut G, Vautard R. Spells of low-frequency oscillations and weather regimes in the Northern hemisphere. *J Atmos Sci*, 1994(51): 210—235.
- 2 Vautard R, P Yiou and M Ghil. Singular spectrum analysis: A toolkit for short, hoisy chaotic signals. *Physica D*, 1992(58): 95—126.
- 3 黄嘉佑, 李黄. 气象中的谱分析. 北京: 气象出版社, 1984: 79.
- 4 李崇银. 大气低频振荡. 北京: 气象出版社, 1993.
- 5 刘健文, 周小刚. SSA 方法在气候时间序列分析和预测中的应用. *气象科技*, 1996(3): 18—22.

Diagnosis of Low-Frequency Oscillation Period of the Surface Temperature Field in the Southeast China

Dong Peiming Liu Jianwen

(Air Force Meteorological Institute, Beijing 100085)

Dong Jie

(Shaanxi Normal University, Xian 710062)

Abstract

The Singular Spectrum Analysis(SSA) method is applied to the surface temperature field of southern China, in which a major low-frequency oscillation with period of 35—40 days is found. Calculation also identifies that SSA could not only recognize the oscillation component, but also an adaptive time filter.

Key Words: singular spectrum analysis low-frequency oscillation surface temperature