多年平均年降水量的面积分布律

马 力

（新疆气象科研所，乌鲁木齐 830002）

提 要

通过对全国、新疆、天山乌鲁木齐河流域三种不同区域多年平均年降水量的计算分析发现，在这三种区域里，多年平均年降水量与其占有的面积之间存在着同一种函数关系——负指数分布函数关系。这一关系式的得出，有助于①定量地描述某一气候区的降水气候状况。并且，这种对问题的提法既不太粗（只用一个平均值描述），也不太细（精确到每一个点的降水量是多少），而是只提降水量为某一值的区域占有多大的比例；②根据河水径流深估计无雨量站区域的多年降水量和计算水文气象学中的一些参数。

关键词： 年降水量 面积 分布函数

引 言

在地球上，各地的多年平均年降水量是不同的。出于实际工作的需要，人们常用分析一张降水量分布图的办法来描述降水分布的不均匀性。但从这样的图上只能定性地大致看出某些地方降水量大，某些地方降水量小。但究竟有多少地方大？多少地方小？是一眼看不出来的。

我们是否能对这种分布图给出一个定量的描述？比如用一个数学公式来描述它。本文利用分布函数的概念对一些区域（流域或行政区）的多年平均年降水量的面积分布律做了计算，发现它们都能与某一函数很好地拟合。有了这个分布函数，就可以对降水分布图进行定量描述了。

1 问题的提法

在本问题中，我们并不追究某一降水量值发生在什么地方这样一个降水的地理分布问题。而是利用分布函数的概念把问题提成：在一个区域中，降水量为某值 r 的权重有多大，也就是降水量为 r 的面积有多大。降水量值不同，它所占有的面积权重也不同，但每一个降水量值都仅对应着唯一的一个面积权重值。这样，降水量值就与其占有的面积权重构成了一一对应的函数关系。因此，这里的面积权重就是关于降水量的面积分布函数。降水的面积分布公式就是在这样一个指导思想下计算得出的。

2 多年平均年降水量的面积分布律

2.1 采用网格法求面积

2.1.1 把所研究区域里全部降水量观测站测得的多年平均年降水量值填在合适大小比例尺的地理底图上；

2.1.2 在上述图上分析降水量等值线；

2.1.3 在这张图上打上等面积大小的方格（以方格总数为 100—500 之间为宜）；

2.1.4 在图上读取每一格点上的降水量值；

2.1.5 统计降水量值为 r—$r+\Delta r$ 的格点数 n；

2.1.6 以降水量值为横坐标，以格点数为纵坐标，画出关于 n—r 的直方图。由于每一个格点代表了固定大小的面积，所以这张直方图也就表示了降水量的面积分布规律。

2.2 面积分布函数

2.2.1　新疆多年平均年降水量的面积分布规律

依上述作法（资料年代为建站—1980年），我们得出了新疆多年平均年降水量的面积分布函数（见图1a）。可以看出，降水量值大的占有面积小，降水量值小的占有面积大这样一个单减函数的规律。

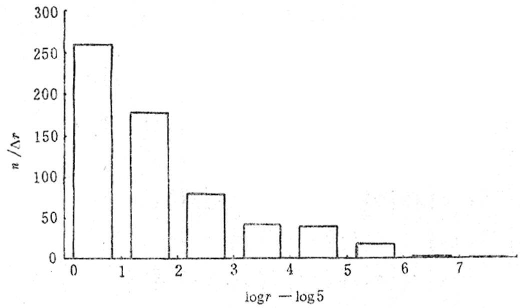

图1a　新疆多年平均年降水量的面积分布律
r 为多年平均年降水量，Δr 为降水量增量

2.2.2　乌鲁木齐河流域的多年平均年降水量的面积分布规律

在文献[1]给出的乌鲁木齐河流域的年降水量分布图上，用上述方法得出了这个流域的多年平均年降水量的面积分布函数（图1b）。可以看出，这个图形与图1a类似，它也具有降水量大的区域占有的面积小，降水量小的区域占有面积大这样一个单减函数规律的特点。

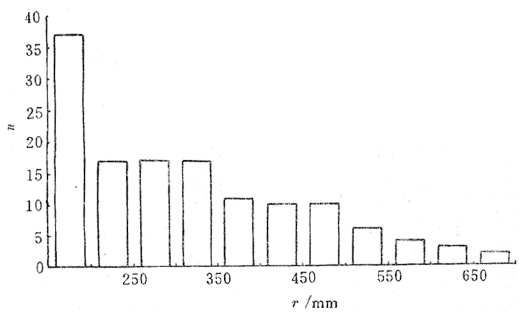

图1b　乌鲁木齐河流域多年平均年降水量的面积分布律
r 为多年平均年降水量，
n 是降水为 r—$r+\Delta r$ 的格点数（面积），下同

2.2.3　全国多年平均年降水量的面积分布律

在文献[2]给出的全国年降水量分布图上，用上述方法得出了全国多年平均年降水量的面积分布函数（见图1c）。图1的3个图形很相似。

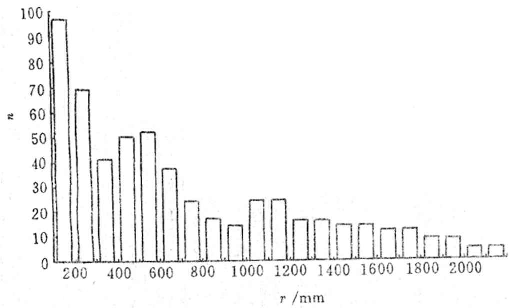

图1c　全国多年平均年降水量的面积分布律

2.3　函数拟合

图1中降水量随面积的分布是单减曲线形式，它很象是负指数函数。因此想到用负指数函数来拟合它们。

设负指数函数为

$$f(x) = ce^{-Bx} \tag{1}$$

式中 c、B 为待定常数。

对式(1)两边取对数，得

$$\ln f(x) = \ln c - Bx \tag{2}$$

由式(2)知，对负指数函数式(1)两边取对数可得 $\ln f(x)$ 与 x 是线性关系。因此，我们只要对图1中的格点数 n 取对数，再计算一下 $\ln n$ 与降水量 r 的线性相关系数是否能通过给定置信度的检验即可。

对于上述三例降水量与降水面积的对数的线性相关系数计算结果见表1。由表可见，上述3个区域的多年平均年降水量与其占有的面积的对数的线性相关系数都通过了置信度为0.05的显著性检验。也就是说，可以认为，它们的年降水量 r 与其占有的面积 a 之

间是负指数关系。

$$da = \alpha e^{-\beta r} dr \tag{3}$$

表1　$\ln(n)$与r的线性相关系数计算结果

区域	线性相关系数	自由度	相关直线的系数 φ	ψ	是否通过检验
新疆	−0.9510	7	4.407	−0.00672	通过
乌鲁木齐河流域	−0.9342	10	4.251	−0.004915	通过
全国	−0.9570	14	4.595	−0.001793	通过

* 置信度是 0.05

2.4　函数的参数估计

现在需要对式(3)的待定参数α、β进行估计。

式(3)是在总面积为A的区域中，降水量为r的面积有多少这样一个分布函数。根据分布函数的性质有

$$A = \int_0^{+\infty} \alpha e^{-\beta r} dr \tag{4}$$

$$\bar{r} \cdot A = \int_0^{+\infty} r \cdot \alpha e^{-\beta r} dr \tag{5}$$

式中$\bar{r}$是区域的平均降水量。由式(4)、(5)可以算出

$$\alpha = \frac{A}{\bar{r}} \qquad \beta = \frac{1}{\bar{r}}$$

将α、β代入式(3)，并令$f(r) = da/(dr \cdot A)$，得

$$f(r) = \frac{1}{\bar{r}} e^{-\frac{1}{\bar{r}}} \tag{6}$$

式(6)便是上述3个区域多年平均年降水量面积分布律的通式。式中的$A \cdot \bar{r}$针对不同的区域是不同的，并且它们都有明确的物理含义。与经验方程式(3)相比，式(6)的好处就在于此。那么式(6)与3个区域的线性相关方程究竟是否一致？为此，我们画出了图2。图中的实线是从实测资料算得的线性相关直线，虚线则是由式(6)变化而来的直线：

$$\ln(f(r)dr \cdot A) = \ln(A \cdot dr/\bar{r}) - \frac{1}{\bar{r}} r \tag{7}$$

(此式中的$\ln(A \cdot dr/\bar{r})$和$\frac{1}{\bar{r}}$正好与线性相关方程中的系数φ、ψ对应，它们在量值上很接近)而图中的“×”是实测点。可以看出，实线与虚线几乎完全重合。所以，我们可以直接使用物理意义更加清楚的式(6)作为多年平均年降水量面积分布律的拟合函数。

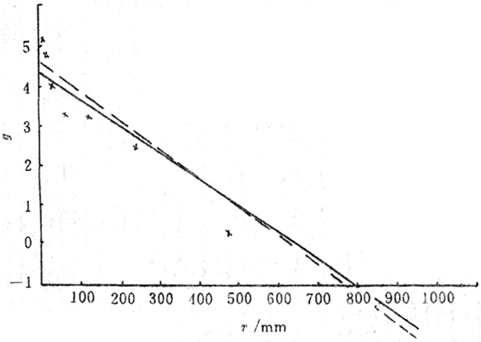

图2a　新疆降水量值(r)与其占有的面积的对数($\ln a$)的线性相关直线图

y为$\ln(a/r)$，$y = -0.00672r + 4.407$

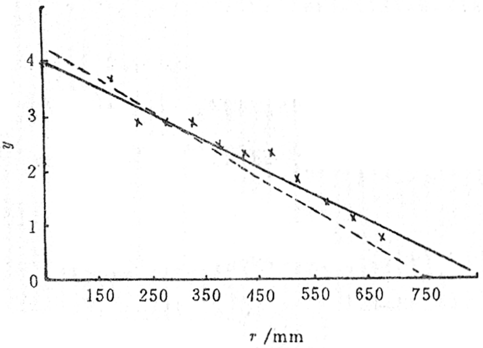

图2b　乌鲁木齐河流域降水量值(r)与其占有的面积的对数($\ln a$)的线性相关直线

y为$\ln(n)$，$y = -0.004915r + 4.251$

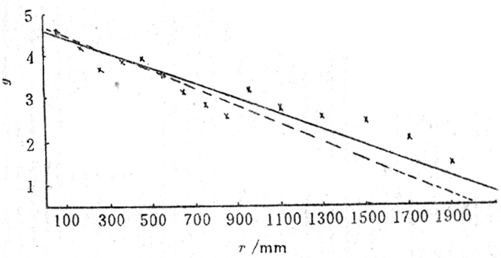

图2c　全国降水量值(r)与其占有的面积的对数($\ln a$)的线性相关直线

y为$\ln(n)$，$y = -0.001793r + 4.595$

3 应用

3.1 一些推论

3.1.1 若要求多年平均年降水量为 r_1—r_2 的面积 a，可对式(6)作 r_1—r_2 的积分，得

$$a = \int_{r_1}^{r_2} Af(r)\mathrm{d}r = A \cdot (\mathrm{e}^{-\frac{r_1}{\bar{r}}} - \mathrm{e}^{-\frac{r_2}{\bar{r}}}) \quad (8)$$

若把积分上限 r_2 取为 $+\infty$，则上式变为

$$a = A\mathrm{e}^{-\frac{r}{\bar{r}}} \quad (9)$$

其含意是降水量超过 r_1 者占有的面积。此式可用来推算某个地区的降水极值，以及它占有的面积。

3.1.2 若要求降水量为 r_1—r_2 的总降水体积 v，可做如下积分

$$v = A\int_{r_1}^{r_2} rf(r)\mathrm{d}r$$

$$= [(r_1 + \bar{r})\mathrm{e}^{-\frac{r_1}{\bar{r}}} - (\bar{r} + r_2)\mathrm{e}^{-\frac{r_2}{\bar{r}}}]A$$

若把积分上限 r_2 取为 $+\infty$，则上式就表示了降水量大于 r_1 的部分的总降水体积

$$v = A(r_1 + \bar{r})\mathrm{e}^{-\frac{r_1}{\bar{r}}} \quad (10)$$

此式在讨论水份循环问题时非常有用。

若将式(9)、(10)联立，则有

$$v = a(r_1 + \bar{r}) \quad (11)$$

这说明降水量超过 r_1 以上部分的总降水体积与面积有简单的线性关系，这给实际计算带来了很大方便。

由于 v/a 具有降水量大于 r_1 的地域的平均降水量的含义，故有 $\bar{r}_1 = v/a$，所以有

$$\bar{r}_1 = r_1 + \bar{r} \quad (12)$$

这表明，降水量超过 r_1 部分的平均降水量恰好等于它本身的降水量与全区域平均降水量之和。

3.1.3 若要求降水量超过 r_1 部分的平均降水量 $\bar{r}_1$ 与其占有面积 a 的关系，可联立式(11—12)得

$$\frac{\bar{r}_1}{r} = 1 - \ln(\frac{a}{A}) \quad (13)$$

3.2 应用举例

3.2.1 推算某一区域中的多年平均年降水量的最大值及其占有的面积。

利用式(9)可以计算出某一区域中降水量大于某值时它占有的面积。若对此式两边同除以区域总面积 A 并乘以 100%，就可知道它占有的面积百分数。表 2 的第一和第三列分别给出了三个区域里降水量值大于等于 200mm、500mm 的区域占全区面积的百分数。由表可见，新疆不愧为是干旱区，年降水量≥200mm 的区域仅占总区域的 25.8%（即四分之一）。

表 2 各区域某些降水量值占有的相对面积、水体贡献百分数和区域的最大降水量

区域	$r \geq 200$mm		$r \geq 500$mm		r_{max}
	a/A	v/V	a/A	v/V	
新疆	25.8%	60.8%	3.37%	14.8%	2112mm
乌鲁木齐河流域	52.8%	86.5%	20.3%	52.7%	1503mm
全国	66.9%	93.8%	36.6%	73.3%	8006mm

若假定区域降水量最大值覆盖的面积可小到 1km^2，则利用式(9)可计算出此时的降水量值。我们认为这个值就是这个区域的降水极大值。表 2 的最后一列列出了 3 个区域的这个数据。可见，即使在新疆这样一个干旱区，最大年降水量也可达到 2000mm 以上。

3.2.2 推算降水量值大于某些值的区域对全区域降水水体的贡献。

利用式(10)可计算出降水量值大于某值的地区的降水水体对全域总降水水体的贡献，表 2 的第 2、4 列所列出的是这个数的百分数。可见，在新疆年降水量大于 500mm 的地区的降水水体对全疆的总降水水体的贡献只有 14.8%了（近于七分之一）。

3.2.3 用来表征一个地区的降水气候特征。

过去一般是用一个地区的平均降水量来表示这里的降水气候状况的，这显然是过粗了。现在用一个地区降水量与其占有面积的函数关系来描述降水气候状况是比较合适的，它比上述提法详细但又不至于详细到每一个点如何，而且还给出了一个函数表达式。一般说来，在一个稳定的气候期里，这个函数式的形状应不变化。

4 总结与讨论

4.1 本文利用分布函数的概念，计算得出了新疆、乌鲁木齐河流域、全国三个区域的多年平均年降水量的面积分布律是负指数分布函数。这使得对降水量地理分布不均匀性的描述由定性转为定量。

4.2 有了这个分布公式，给我们计算水文气象学中的一些参数带来了很大方便。如估算某一无资料地区的多年降水量值等。

4.3 这3个分布公式的特点是并不追究某地降水量有多大这样一个降水的地理分布问题，而是考虑降水量值为某值的区域占有多大的面积这样一个分布函数问题。用这种对问题的提法和表征方式来表达某地的降水气候状况很好，因为它对问题描述的方式恰当且有定量性和稳定性。

4.4 为什么上述3个区域的多年平均年降水量的面积分布律都符合负指数分布？是否所有的区域的降水面积分布律都符合负指数分布？这方面的工作和理论解释还有待去做。而解决这个问题的重要入手点是找出它的统计模型。

参考文献

1 施雅风，曲耀光等. 乌鲁木齐河流域水资源承载力及其合理利用，科学出版社，1992.

2 中央气象局. 中华人民共和国气候图集(资料年代1951—1970年). 地图出版社(中国北京)1978.

致谢：张学文老师对本文的工作及论文写作提出了许多指导性的意见，在此表示衷心的感谢！

The Area Distribution Law of the Mean-years Annual Precipitation

Ma Li

(Xinjiang Meteorological Institute, Urumchi 830002)

Abstract

The mean-years annual precipitation in three areas, the national range, Xinjiang Autonomy and the Urumchi River valley was analysed. The result shows that there is a functional relationship between the mean-years annual precipitation and its area, the relationship is a negative exponential distribution. The method can be used to (1) describe quantitatively the precipitation state in a climatic region, and (2) estimate the mean-years annual precipitation in the regions without rainfall station by the flow-off of the river water and calculate some hydrometeorological parameters.

Key Words: annual precipitation rainfall area distribution function