

植被冠层湍流代数应力模式

张运福

储长树

(辽宁省气候中心, 沈阳 110015) (南京气象学院, 南京 210044)

提 要

从植被冠层湍流时空平均雷诺应力方程出发, 根据植被冠层内有关参数化的准则, 建立了湍流代数应力模式, 并用玉米和小麦两种作物地的实测资料对模式进行了验证。

关键词: 植物冠层 参数化 代数应力模式

引 言

70年代末 Wilson 和 Shaw^[1]首次把高阶闭合模式引入到作物微气象模拟中来, 使植被边界层的湍流模拟在理论上前进了一步。但是, 高阶闭合湍流模式结构复杂, 数值求解困难, 且经验常数较多。

Rodi^[2]提出用代数方程计算应力通量, 将高阶闭合模式简化为代数应力模式。从理论上说, 代数应力模式既具有高阶闭合模式的优点, 计算又比较方便, 曾在水力学湍流模拟中得到应用, 并取得了良好的效果^[2]。

本文将对该模式能否成功地模拟植被冠层的湍流运动作一次尝试性的研究。

1 模式的建立

1.1 时空平均雷诺应力方程

在不计浮力的情况下, 对时间平均雷诺应力方程进行空间平均运算, 便得到时空平均雷诺应力方程^[3]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial t} + \langle \bar{u}_k \rangle \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_k} \\ & = P_{ij} + P_{w_{ij}} + D_{ij} + T_{dij} \\ & + T_{p_{ij}} + T_{m_{ij}} + \Phi_{ij} - \epsilon_{ij} \end{aligned} \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} P_{ij} &= - \left(\langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial \langle u'_j \rangle}{\partial x_k} + \langle u'_j u'_k \rangle \frac{\partial \langle u'_i \rangle}{\partial x_k} \right) && \text{(切变产生项)} \\ - P_{w_{ij}} &= (f_{Fi} + f_{wi}) \langle \bar{u}_j \rangle + (f_{Fj} + f_{wj}) \langle \bar{u}_i \rangle && \text{(尾流产生项)} \\ D_{ij} &= - \frac{\partial}{\partial x_k} \langle \overline{u'_i u'_j u'_k} \rangle && \text{(湍流输送项)} \\ \Phi_{ij} &= \left\langle \frac{P'}{\rho} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \right\rangle && \text{(压力应变率项)} \\ \epsilon_{ij} &= 2\nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right\rangle && \text{(粘性耗散项)} \\ T_{dij} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \langle \bar{u}''_k \cdot \overline{u'_i u'_j} \rangle && \text{(辐散输送项)} \\ T_{p_{ij}} &= - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \langle \overline{P' u'_j} \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial \langle \overline{P' u'_i} \rangle}{\partial x_j} \right) && \text{(压力输送项)} \\ T_{m_{ij}} &= \nu \frac{\partial^2 \langle \overline{u'_i u'_j} \rangle}{\partial x_k \partial x_k} && \text{(分子输送项)} \end{aligned}$$

式中, u 为速度, x 为空间坐标, t 是时间, P 为气压, ρ 为空气的密度, ν 为空气动力学粘性系数, f_{Fi} 为形状拖曳力, f_{wi} 是粘性拖曳力, “-”表示时间平均, “'”表示时间脉动, “ $\langle \rangle$ ”表示空间平均。

在植被冠层中, 形状拖曳力和粘性拖曳力通常可作如下处理^[1]:

$$f_{Fi} + f_{wi} = - C_d A \langle \bar{u} \rangle^2 \quad (2)$$

这里 A 为植被的叶面积密度, C_d 为植物元素的有效拖曳力系数。

1.2 参数化处理

1.2.1 压力应变率项 Φ_{ij}

根据 Hanjalic 和 Launder 的建议^[4], 该项可分解为二部分, 即

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij}^1 + \Phi_{ij}^2 \quad (3)$$

其中 Φ_{ij}^1 是仅由脉动速度间的相互作用产生的, Φ_{ij}^2 是由平均应变率和脉动速度间的相互作用造成的。

对于第一部分 Φ_{ij}^1 , 本文采纳了罗塔 (Rotta) 的“线性再现各向同性”假设^[2], 即

$$\Phi_{ij}^1 = -C_1 \frac{\epsilon}{K} (\langle \overline{u' u'_j} \rangle - \frac{2}{3} K \delta_{ij}) \quad (4)$$

这里 C_1 为常数, 可取 2.2^[2], δ_{ij} 为 Kronecker 函数, K 为湍流能量, ϵ 为湍流能量粘性耗散率。

按照量纲分析, 湍流能量 K 、湍流脉动的混合长 l 及湍流能量粘性耗散率 ϵ 之间存在以下关系

$$\epsilon = C_D \frac{K^{3/2}}{l} \quad (5)$$

式中 $C_D = 0.164$ ^[2], l 由下式决定^[1]

$$\begin{cases} l = 0 & z = 0 \\ \left| \frac{dl}{dz} \right| \leq \alpha & z > 0 \\ l \leq \alpha_1 / C_d A & 0 < z \leq H_c \end{cases} \quad (6)$$

式中, α 为 Vonkarman 常数, α_1 为经验常数, 可取 $\alpha_1 = 0.06$ ^[1], H_c 为植被高度。

根据 Noat 和 Reynolds^[2], 压力应变率项的第二部分可写成

$$\Phi_{ij}^2 = -C_2 (P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_s) \quad (7)$$

式中 C_2 为常数, 可取 $C_2 = 0.6$ ^[2], P_s 为湍流能量切变产生率, 其数学式为

$$P_s = -\langle \overline{u' u'_j} \rangle \frac{\partial \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial x_j} \quad (8)$$

1.2.2 湍流输送项 D_{ij}

本文采用 Rodi^[2] 提出的一个有效的近似处理办法, 假定 $\langle \overline{u' u'_j} \rangle$ 的输送正比于 K 的输送, 比例因子为 $\langle \overline{u' u'_j} \rangle / K$, 即

$$\begin{aligned} \frac{D \langle \overline{u' u'_j} \rangle}{Dt} &= D_{ij} \\ &= \frac{\langle \overline{u' u'_j} \rangle}{K} (P_s + P_w - \epsilon) \end{aligned} \quad (9)$$

这里 P_w 为湍能的尾流产生项, 在植被边界层中, P_w 表明了植物元素对湍流动能的影响, 根据 Raupach^[3], 其表达式为

$$P_w = -\langle \bar{u}_i \rangle C_d A \langle \bar{u}_i \rangle^2$$

1.2.3 粘性耗散项 ϵ_{ij}

当高雷诺数、小尺度湍流运动时, 可认为耗散是各向同性的, 于是 ϵ_{ij} 可写成

$$\epsilon_{ij} = \frac{2}{3} \epsilon \delta_{ij} \quad (10)$$

1.2.4 $T_{mij}, T_{dij}, T_{pij}$ 项

在植被冠层湍流中, T_{mij} 通常忽略不计^[5], T_{dij} 的作用也可不计^[3]。至于 T_{pij} , 在湍流模拟中一般也将其忽略, 部分原因是不能测量, 也由于 P' 和 u' 的关联很弱^[6]。

1.3 模式方程和边界条件

本文仅限于中性、定常、水平均匀条件下的植被冠层湍流, 在此情况下, 将上述一系列参数关系式代入式(1)中, 并记 $P = P_s + P_w$, 得到关于 $\langle \overline{u' u'_j} \rangle$ 的代数关系式

$$\begin{aligned} \langle \overline{u' u'_j} \rangle &= K \left[\frac{2}{3} \delta_{ij} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1 - C_2) \left(\frac{P_{ij}}{\epsilon} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{P}{\epsilon} \right)}{C_1 - 1 + \frac{P}{\epsilon}} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

由于一维情况下, P_{ij} 和 P 的表达式中仅含有 $\langle \overline{u' w'} \rangle$ 和 $\langle \overline{w'^2} \rangle$ 两项应力, 因此, 我们只需写出 $\langle \overline{u' w'} \rangle$ 及 $\langle \overline{w'^2} \rangle$ 的具体表达式就行了。

$$-\langle \overline{u' w'} \rangle = K \frac{(1 - C_2) \langle \overline{w'^2} \rangle \frac{d \langle \bar{u} \rangle}{dz}}{\epsilon (C_1 - 1 + \frac{P}{\epsilon})} \quad (12)$$

$$\langle \overline{w'^2} \rangle = K \left[\frac{2}{3} + \frac{(1 - C_2) \left(-\frac{2}{3} \frac{P}{\epsilon} \right)}{C_1 - 1 + \frac{P}{\epsilon}} \right] \quad (13)$$

其中

$$P = -\langle \overline{u' w'} \rangle \frac{d \langle \bar{u} \rangle}{dz} + C_d A \langle \bar{u} \rangle^3$$

将式(13)代入式(12)中, 并记 $\tau = -\langle \overline{u' w'} \rangle$, 有

$$\tau = \frac{2}{3} (1 - C_2) \frac{C_1 - 1 + C_2 \frac{P}{\epsilon}}{(C_1 - 1 + \frac{P}{\epsilon})^2} \cdot \frac{K^2}{\epsilon} \frac{d \langle \bar{u} \rangle}{dz} \quad (14)$$

此式连同文献[7]中的动量方程和湍流能量方程可构成一闭合方程组

$$\begin{cases} \frac{d\tau}{dz} = C_d A \langle \bar{u} \rangle^2 \\ \tau = \frac{2}{3} (1 - C_2) \frac{C_1 - 1 + C_2 \frac{P}{\epsilon}}{(C_1 - 1 + \frac{P}{\epsilon})^2} \cdot \frac{K^2}{\epsilon} \frac{d\langle \bar{u} \rangle}{dz} \\ \frac{d}{dz} (C_s \frac{K^2}{\epsilon} \frac{dK}{dz}) + \tau \frac{d\langle \bar{u} \rangle}{dz} + C_d A \langle \bar{u} \rangle^3 - C_D \frac{K^{3/2}}{l} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

其边界条件为^[1]:

$$z = 0 \text{ 时 } \begin{cases} \tau = [\alpha \langle \bar{u}_p \rangle / \ln(z_p/z_s)]^2 \\ \langle \bar{u} \rangle = 0 \\ K = 3.5\tau \end{cases}$$

$$z = 2H_c \text{ 时 } K = 3.5u_*^2$$

这里 C_s 为常数, 取值 0.088^[7], u_* 为植被冠层上方等应力层中的摩擦速度, $z_p = H_c/20$, $\langle \bar{u}_p \rangle$ 为 z_p 处的平均风速, z_s 为地面粗糙度。

2 数值求解

本模式数值求解的基本过程是先将各量作无量纲化处理, 然后用逐次迭代法求解无量纲方程。具体步骤为:

(1) 给定 $\bar{u}_i^0, \bar{K}_i^0, \bar{\tau}_i^0$ 的初值 $\bar{u}_i^0, \bar{K}_i^0, \bar{\tau}_i^0$;

(2) 根据 $\bar{\tau}_i^0$, 由 \bar{u} 的差分方程迭代解出 \bar{u}_i^1 ;

(3) 令 $\bar{u}_i = \alpha \bar{u}_i^1 + (1-\alpha)\bar{u}_i^0$, 并将其代入 \bar{K} 的差分方程迭代解出 \bar{K}_i^1 ;

(4) 令 $\bar{K}_i = 2\bar{K}_i^1 + (1-\alpha)\bar{K}_i^0$, 将 \bar{u}_i 和 \bar{K}_i 代入 $\bar{\tau}$ 的差分方程, 解出 $\bar{\tau}_i^1$;

(5) 令 $\bar{\tau}_i = \alpha \bar{\tau}_i^1 + (1-\alpha)\bar{\tau}_i^0$, 重复(2)至(4)的步骤, 直至

$$\begin{aligned} & \max(|\bar{u}_i^n - \bar{u}_i^{n+1}|, \\ & |\bar{K}_i^n - \bar{K}_i^{n+1}|, |\bar{\tau}_i^n - \bar{\tau}_i^{n+1}|) < \delta \end{aligned}$$

这里“~”表示无量纲量, δ 为收敛标准, n 为迭代次数, α 为松弛因子。

3 模式验证

为了验证模式, 本文选择了小麦 ($C_d = 0.21$) 和玉米 ($C_d = 0.22$) 两种作物为例。其中, 玉米地的实测资料取自于文献[7], 包括叶面积密度、平均风速、雷诺切应力等。

3.1 小麦田间观测试验

1990年5月12日(晴), 在南京气象学院农业气象试验站墙外东侧300m处的均匀麦田中做了风速和叶面积密度观测。此时小麦正处于乳熟期, 植株平均高度为1.0m。

风速观测共设6个观测高度 ($z = 0.4, 0.6, 0.8, 1.2, 1.6, 2.0$ m)。采用QDF型热线微风仪做同步观测, 观测间隔时间为1小时, 取样时间为10分钟。

观测地段内小麦植株平均密度为480株/m²。取样30株, 用叶面积仪分6层(0—20, 20—30, 30—40, 40—50, 50—60, 60—100cm)分别测其叶面积, 求出各层内的叶面积指数, 然后除以每层的厚度, 得到小麦群体的叶面积密度垂直分布。

3.2 模拟结果

图1、图2分别为小麦和玉米地模拟和实测平均风速的垂直分布。从图中可见, 在植被冠层顶部附近风速梯度很大, 这是由于植被顶部摩擦作用消耗大量动量, 风速急剧减小所致。在靠近植株基部附近, 平均风速存在一个微弱的极大值。

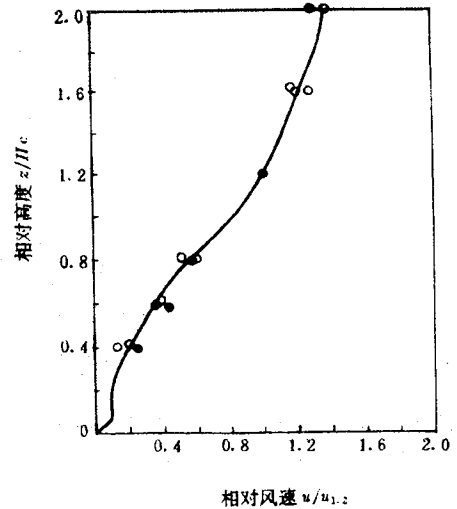


图1 小麦地平均风速垂直分布

图中 u 为某一高度上的风速,

$u_{1.2}$ 为 1.2m 处的风速

两图中平均风速的模拟值和实测值都比较吻合, 说明代数应力模式对平均风速的模拟效果较好。

图3是玉米地雷诺切应力的垂直分布。由图3可知, 雷诺切应力从植被冠层顶部向

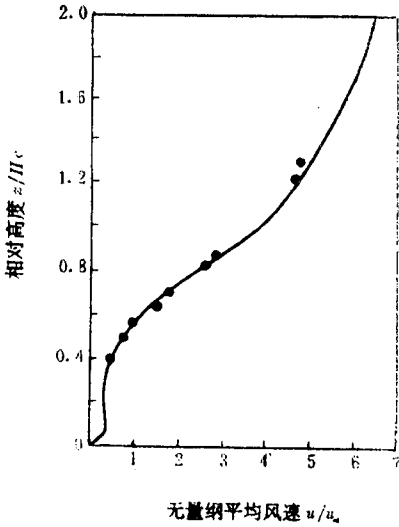


图2 玉米地平均风速垂直分布
图中 u 为某一高度上的风速, u_* 为植被冠层上方等应力层中的摩擦速度

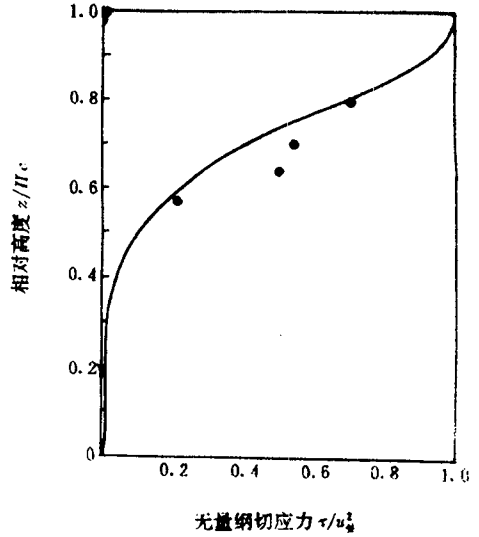


图3 玉米地雷诺切应力垂直分布
图中 τ 为某一高度上的切应力, u_* 为植被冠层上方等应力层中的摩擦速度

下急剧减小,而在相对高度 0.5 左右以下,则减小地比较缓慢。

从模式对雷诺切应力的模拟效果看,代数应力模式对雷诺切应力的模拟不如对平均风速的模拟,尤其是 0.64 和 0.7 两个相对高度上的模拟值和实测值相差较大。

4 小结

本文所建的代数应力模式虽较国外一些模式简单,但其物理意义明确,模拟效果也是令人满意的。

本模式只适用于均匀植被冠层中性条件下湍流流动的模拟,因此,本文对植被冠层湍流模拟的研究仅是初步的。更深入的问题,如湍流输运过程在植被冠层中的“短路”现象等,有待于进一步的研究。

参考文献

- Wilson N R and Shaw R H. A higher-order closure model for canopy flow. *J App Meteor*, 1977, 16: 1197—1025.
- W. 罗迪著. 环境问题的紊流模型. 贺意英译, 北京: 水利电力出版社, 1987: 30—90.
- Raupach M R, Coppin P A, Legg B J. Experiments on scalar dispersion with a model plant canopy. part I: the turbulence structure. *B L Meteor*, 1986, 35: 21—52.
- Lanjalic K, Launder B E. A Reynold stress model of turbulence and its applicationn to thin shear flows. *J. Fluid Mech*, 1972, 52: 609—638.
- 陈镜明. 植物与大气间的湍流交换. *地理研究*, 1988, 7 (3): 89—102.
- 陈矛章编著. 粘性流体力学理论及紊流工程计算. 北京: 北京航空学院出版社, 1986: 200—235.
- 尹协远, Lin J D. 植被内部及上方湍流场的数值模拟. *气象学报*, 1988, 17(4): 194—201.

An Algebraic Stress Model for Canopy Flow

Zhang Yunfu

Chu Changshu

(Liaoning Climate Center, Shenyang 110015) (Nanjing Institute of Meteorology, Nanjing 210044)

Abstract

Based on the parameterization rules for closure, an algebraic stress model was prepared for canopy flow. The simulation results of the model are compared satisfactorily with that from the wheat and corn field.

Key Words: turbulence parameterization algebraic stress model