

黄淮海平原极限干旱历时 概率特征研究

王 谦

(河南农业大学气象教研室, 郑州 450002)

提 要

引用 Sen 的相依水分序列、独立水分序列极限干旱历时确切概率密度函数及其特征, 分析了黄淮海平原 5 个代表点 30 年逐旬降水序列和逐年时段降水序列极限干旱历时的概率分布特征。

关键词: 相依序列 独立序列 极限干旱历时 黄淮海平原 概率分布

在干旱研究及生产实际中, 干旱持续的最长时间即极限干旱历时^[1]是人们关心的问题。Sen 用枚举法研究了相依序列及独立序列干旱历时的确切概率密度函数。王谦等^[2]应用 Sen 的方法分析了黄淮海平原季节性干旱年际历时的概率分布。Sen^{[1][3]}还用枚举法研究了相依及独立序列极限干旱历时的确切概率密度函数。本文将应用 Sen 的方法进一步分析黄淮海平原极限干旱历时的概率特征。

1 代表点和截取水平

对于极限干旱历时研究, 单点比多点平均结果意义更加明确, 所以在干旱发生的山前平原、黑龙港、鲁西北、山东丘陵和豫东豫北 5 个区各选了一个代表点(石家庄、沧州、德州、兖州和郑州), 资料年代为 1951—1980 年, 共 30 年。

截取水平即干旱指标根据前人关于黄淮海平原干旱问题的有关研究确定^{[4][5]}, 这也保证了与文献[2]中干旱历时概率特征研究的指标一致。季节性干旱中, 春旱指标为 3—4 月各旬降水都 $< 20\text{mm}$, 即若有一句 $>$

20mm , 则不计为发生春旱。依此, 初夏旱指标为 6 月各旬都 $< 20\text{mm}$, 伏旱指标为 7—8 月任意连续 3 旬都 $< 30\text{mm}$, 秋旱 9—10 月各旬都 $< 30\text{mm}$ 。11 月—2 月降水稀少, 而且有关冬季干旱的研究少, 没有确切的指标, 本文用降水距平指标, 相对变率取 -50% ^[5], 黄淮海平原 11 月—2 月降水多在 40mm 上下, 故取 20mm 为指标, 即 11 月—2 月总降水量 $< 20\text{mm}$ 为干旱。在逐旬降水的极限干旱历时分析中, 由于 11 月—2 月各旬降水多为 0 或极小, 无论指标如何, 其干旱连续性都必定较强, 若与其它各月综合分析, 势必影响春旱、初夏旱、伏旱、秋旱等主要干旱发生的连续性的规律。故 11 月—2 月不参与逐旬降水极限干旱历时的分析。

2 研究方法

2.1 相依序列

对于相依序列, 如逐旬降水, 用 x_i 表示某旬降水, x_i 有两种状态, 分别表示为 $S = \{x_i > x_0\}$ 、 $d = \{x_i < x_0\}$, x_0 为截取水平如干旱指标。若有连续的 $x_i < x_0$, $x_{i+1} < x_0$, $\dots$, $x_{i+L} < x_0$, 则 L 为干旱历时, 整个序列中可能

有若干个不同长度的干旱历时,其最大值为极限干旱历时。

表示二阶 Markov 过程的极限干旱历时需用以下参数:

(1) 序列原始概率 $p = P(x_i \geq x_0)$,

$q = 1 - p = P(x_i < x_0)$ 。

(2) 状态的一阶转移概率, $P(S/S)$ 、

$P(d/S)$ 、 $P(S/d)$ 、 $P(d/d)$, $P(S/S) = P(x_i > x_0, x_{i-1} > x_0)$, 类似地可知后三个转移概率的表达式。

(3) 状态的二阶转移概率, $P(S/SS)$ 、

$P(d/SS)$ 、 $P(S/Sd)$ 、 $P(d/Sd)$ 、 $P(S/dS)$ 、

$P(d/dS)$ 、 $P(S/dd)$ 、 $P(d/dd)$, 其中

$P(S/SS) = P(x_i > x_0, x_{i-1} > x_0, x_{i-2} > x_0)$,

$P(d/SS) = P(x_i < x_0, x_{i-1} > x_0, x_{i-2} > x_0)$, 类似地可知其它各二阶转移概率的表达式。

根据以上参数,用枚举法可分别写出对于样本容量为 1、2 和 3 时对应不同极限干旱历时的概率,即极限干旱历时的概率密度^[1],显然对于样本容量为 1 时极限干旱历时可能取值为 0 或 1,而对样本容量为 2 时,极限干旱历时可能取值为 0、1、2,即取小于或等于样本容量的正整数和 0。

依此,对于样本容量为 n ,有

$$P_n(L=0/SS) = P_{n-1}(L=0/SS)P(S/SS)$$

$$P_n(L=1/dS) = P_{n-1}(L=0/SS)P(d/SS) + P_{n-1}(L=1/Sd)P(d/Sd)$$

$$P_n(L=1/SS) = P_{n-1}(L=1/SS)P(S/SS) + P_{n-1}(L=1/Sd)P(S/Sd)$$

$$P_n(L=1/Sd) = P_{n-1}(L=1/Sd)P(S/Sd)$$

$$P_n(L=j/dd) = P_{n-1}(L=j-1/dS)P(d/dS) + P_{n-1}(L=j/dS)P(d/dS)$$

$$P_n(L=j/dS) = P_{n-1}(L=j/SS)P(d/SS) + P_{n-1}(L=j/Sd)P(d/Sd)$$

$$P_n(L=j/SS) = P_{n-1}(L=j/SS)P(S/SS)$$

$$+ P_{n-1}(L=j/Sd)P(S/Sd)$$

$$P_n(L=j/Sd) = P_{n-1}(L=j/dS)P(d/dS)$$

$$+ P_{n-1}(L=j/SS)P(S/SS)$$

$$\text{其中 } 2 < j < n-2 \quad (1)$$

$$P_n(L=n-2/dd) =$$

$$P_{n-1}(L=n-3/dS)P(d/dS)$$

$$P_n(L=n-2/dS) =$$

$$P_{n-1}(L=n-2/dd)P(d/Sd)$$

$$P_n(L=n-2/SS) =$$

$$P_{n-1}(L=n-2/Sd)P(S/Sd)$$

$$P_n(L=n-2/Sd) =$$

$$P_{n-1}(L=n-2/dS)P(S/dS)$$

$$P_n(L=n-1/dd) =$$

$$P_{n-1}(L=n-2/dd)P(d/dd)$$

$$P_n(L=n-1/Sd) =$$

$$P_{n-1}(L=n-1/dd)P(S/dd)$$

$$P_n(L=n/dd) =$$

$$P_{n-1}(L=n-1/dd)P(d/dd)$$

那么,极限干旱历时为 0, 1, …, n 的概率为

$$P_n(L=0) = P_n(L=0/SS)$$

$$P_n(L=1) = P_n(L=1/dS)$$

$$+ P_n(L=1/SS) + P_n(L=1/Sd)$$

$$P_n(L=j) = P_n(L=j/dd)$$

$$+ P_n(L=j/dS) + P_n(L=j/SS)$$

$$+ P_n(L=j/Sd) \quad (2)$$

$$P_n(L=n-1) = P_n(L=n-1/dd)$$

$$+ P_n(L=n-1/Sd)$$

$$P_n(L=n) = P_n(L=n/dd)$$

且有 $\sum_{i=0}^n P_n(L=i) = 1$ 。其期望值和方差分别

$$\text{为 } E(L) = \sum_{i=0}^n iP_n(L=i), V(L) = \sum_{i=0}^n i^2 P_n(L=i) - E^2(L)。$$

Sen 通过分析得到 $P(S/SS)$ 的变化对极限干旱历时期望值的影响最大,影响最小的

是 $P(d/dd)$; 且随 $P(S/SS)$ 的增加而增加, 而随 $P(d/dd)$ 的增加而减少; $P(S/dS)$ 的作用与 $P(S/SS)$ 相类似, 但作用程度小; 各参数对方差的作用与对期望值的作用相同。

2.2 独立序列

对于独立序列 $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$, 截取水平为 x_0 , 亦有 $p = P(x_i > x_0)$, $q = P(x_i < x_0)$, 则对样本容量为 n , 极限干旱历时为 $0, 1$ 的概率为

$$\begin{aligned} P_1(L=0) &= p \\ P_1(L=1) &= q \end{aligned} \quad (3)$$

对于样本容量为 n 有

$$\begin{aligned} P_n(L=0) &= P_{n-1}(L=0)p \\ P_n(L=j) &= P_{n-1}(L=j)p \\ &\quad + (P_{n-1}(L=j-1) \\ &\quad - \sum_{i=1}^{k_1} P_{n-i-1}(L=j-1)pq^{i-1})q \\ &\quad + \sum_{i=1}^{k_2} P_{n-i-1}(L=j)pq^i \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $k_1 = \min(n-j, j-1)$,

$$k_2 = \min(n-j-1, j)$$

$$P_n(L=n) = P_{n-1}(L=n-1)q$$

其极限干旱历时的期望值随 q 值的增加而增加。

3 研究结果

3.1 逐旬降水极限干旱历时分析

统计 5 个代表点 30 年资料得转移概率参数和原始状态概率, 主要参数 $P(S/SS)$ 列于附表。

附表 黄淮海平原各代表点主要转移概率参数

代表点	郑州	沧州	兖州	德州	石家庄
$P(S/SS)$	0.4660	0.6111	0.5447	0.5484	0.4918

应用这些参数和式(1)、(2), 使用 PC-1500 计算机, 计算出各站点的概率密度分布, 由于各代表点的主要参数 $P(S/SS)$ 较接

近, 见附表, 所以求得极限干旱历时概率分布特征也相似, 这说明黄淮海平原干旱特点有一定的一致性。但不同的地区还是有差异的, 只是差异小。以郑州为例, 其极限干旱历时的概率分布示于图 1, 可见其概率密度曲线为不对称型, 密度大的在 L 为 2 旬处。

3.2 季节性干旱极限干旱历时分析

求各站点各季节性干旱 30 年中发生的原始概率 q , 用式(3)、(4)求概率密度, 并求极限干旱历时达 L 年以上的概率如图 2。它清楚地反映出各点各极限干旱历时概率分布规律及大小次序。各点各极限干旱历时比较, 沧州的春旱极限干旱历时明显大于其它各地各季节干旱; 其次为德州, 其春旱极限干旱历时也明显大于其它季节性干旱; 再次为石家庄, 也是春旱明显极限干旱历时为大; 郑州和兖州各季节性干旱极限干旱历时概率相差不多。

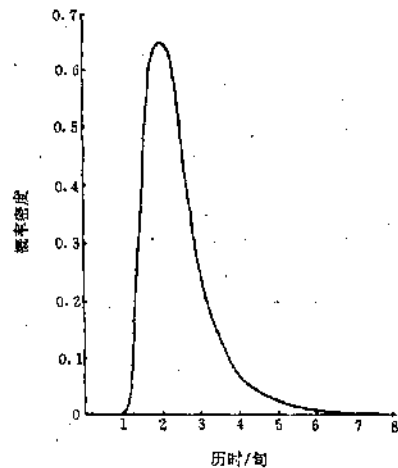


图 1 郑州逐旬降水极限干旱历时的概率密度分布

各代表点某一季节干旱极限干旱历时的概率大小次序可在图 2 各图之间比较, 如春旱次序为沧州、德州、石家庄、兖州、郑州。

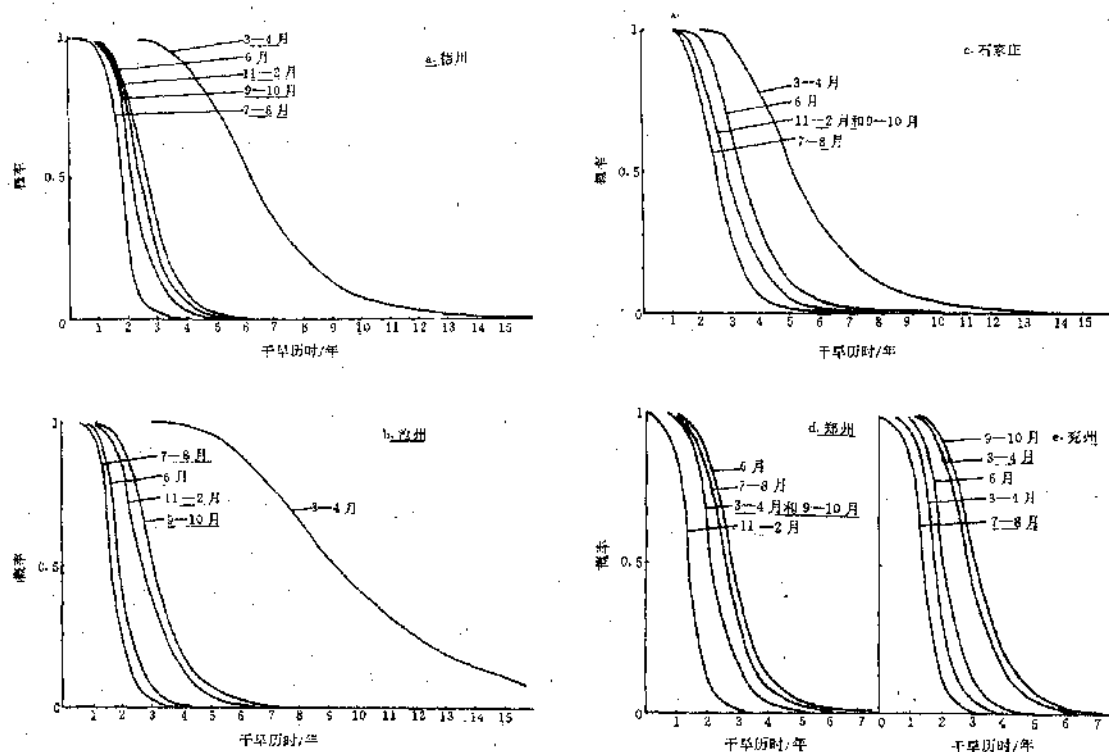


图2 各代表点各季节性干旱极限干旱历时达L年以上的概率

参考文献

- 1 Sen Z. Critical drought analysis by second-order Markov chain. J. Hydrol., 1990, 120: 183-202.
- 2 王谦等. 黄淮海平原干旱历时概率特征研究. 中国农业气象, 1995(1).
- 3 Sen Z. On the probability of longest run length in an inde-

pendent series. J. Hydrol., 1991, 125: 37-46.

- 4 韩湘玲. 黄淮海地区的干旱特点与农业发展. 黄淮海平原“六五”科技攻关报告论文集之六——黄淮海地区农业气候资源开发利用及图集. 北京农业大学, 1985.
- 5 北京农业大学农业气候教学组编. 农业气候学. 北京: 农业出版社, 1987.

The Study on the Probability Features of Critical Drought Duration in Huang-Huai-Hai Plain

Wang Qian

(Henan Agricultural University, Zhengzhou 450002)

Abstract

Sen's probability Distribution Function (PDF) of both dependent and independent series have been introduced. The probability features of critical droughts duration of precipitation for ten-day periods and year to year seasonal periods were analysed at 5 stations, on the Huang-Huai-Hai plain.

Key Words: dependent series independent series critical drought duration probability features Huang-Huai-Hai plain