用 Shepard 插值法作大雨过程预报

马锦章　曹　杰

（云南红河州气象台，蒙自　661100）

提　要

5、6 月全州性大雨是红河州的关键性天气之一。大雨过程预报对红河州工农业生产有着重要的意义。在假定相似大气状况和过程产生相似结果的基础上，将 Shepard 插值方法引入到大雨过程预报中，试用结果表明，效果显著。

关键词： 插值　大雨预报　非线性　非模式

引　言

目前，广泛应用的预报方法为：根据已发生的事实，用模式来描述预报对象与预报诸因子之间的关系，用建立的模式外推得出预报结论。然而，大气的变化是错综复杂的，其中包括许多非线性过程，所遇到的问题有时难以用甚至不适合用建立模式的方法来解决。为此，本文将 Shepard 插值方法引入到大雨过程预报中，得到一类非线性非模式预报方法。初步试用表明，该方法有较强的实用性。

1　基本原理

假定相似的大气状况和过程将产生相似的结果，则可按历史上出现的最相似个例来类推未来将要出现的天气过程。

设预报对象 Y 和 m 个预报因子 X 取 n 个样本，构成 $m+1$ 维空间。记为：

$$\begin{matrix} y_1 & x_{11} & x_{12} & \cdots\cdots & x_{1m} \\ y_2 & x_{21} & x_{22} & \cdots\cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots\cdots & \vdots \\ y_n & x_{n1} & x_{n2} & \cdots\cdots & x_{nm} \end{matrix}$$

当给出第 $n+1$ 个时刻的预报因子：$x_{n+1,1}$，$x_{n+1,2}$，……，$x_{n+1,m}$后，通过考虑 Y 和 X 的 n 个样本间的关系，寻找到 $\hat{y}_{n+1}$使：

$$E=\sum_{i=1}^{n} w_i(\hat{y}_{n+1}-y_i)^2 \tag{1}$$

达到最小。式(1)中：

$$\begin{cases} w_i = 1/r_i^u \\ r_i = \sqrt{\sum\limits_{j=1}^{m}(x_{ij}-x_{n+1,j})^2} \end{cases}$$

w_i 称为权重因子，表示每个预报因子历史值 x_{ij}距预报因子实时值 $x_{n+1,j}$的距离，刻划对 $\hat{y}_{n+1}$的预报作用贡献大小。

对式(1)求导并令其为零得：

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}y_{n+1}} = 2\sum_{i=1}^{n} w_i(\hat{y}_{n+1}-y_i)=0$$

$$\hat{y}_{n+1}=\sum_{i=1}^{n} w_i y_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} w_i \tag{2}$$

于是式(2)为该类方法的预报公式，式中 $w_i=1/r_i^u$，$r_i=\sqrt{\sum\limits_{j=1}^{m}(x_{ij}-x_{n+1,j})^2}$，$i=1,2,\cdots,n$；$j=1,2,\cdots,m$。

由式(2)可推得预报值 $\hat{y}_{n+1}$在：

$$\min y_i \leqslant \hat{y}_{n+1} \leqslant \max y_i$$

由于类推过程中包含了大气本身的所有非线性变化，因此这类方法是一种非线性预报方法。

2　求解方案

式(2)中仅有的待估参数为 u，下面就 u 的求解过程具体描述如下：

2.1　生成距离矩阵

设预报因子阵为：

$$X=\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots\cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots\cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \cdots\cdots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots\cdots & x_{nm} \end{bmatrix}$$

则按 $r_{ij}=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(x_{ik}-x_{jk})^2}$ 生成距离矩阵 $\boldsymbol{R}$ 为：

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix} 0 & r_{12} & \cdots\cdots & r_{1n} \\ r_{21} & 0 & \cdots\cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots\cdots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots\cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$k=1,2,\cdots\cdots,m$。

2.2 用非线性参数寻优法求解参数 u

2.2.1 设待估的非线性参数 u 的可能取值区间为$[u_{\min},u_{\max}]$，参数 u 一般选为大于 1 的常数，故 $u_{\min}$ 和 $u_{\max}$ 可选满足上述要求的任意实数，精度要求为 e，置 $l=0$。

2.2.2 用下列公式计算试探点

$$d^{(l)}=\mathrm{d}r=u_{\min}+\tau(u_{\max}-u_{\min}) \quad (3)$$

$$d^{(l+1)}=\mathrm{d}l=u_{\min}+(1-\tau)(u_{\max}-u_{\min}) \quad (4)$$

其中 $\tau=0.618$

2.2.3 对 $\mathrm{d}r$ 和 $\mathrm{d}l$，计算历史预报误差 $E(\mathrm{d}r)$ 和 $E(\mathrm{d}l)$

由距离矩阵 $\boldsymbol{R}$，根据公式：

$$w_{ij}=\begin{cases} 0 & i=j \quad r_{ij}=0 \\ 1/r_{ij}^{u} & i\neq j \quad r_{ij}\neq 0 \\ 1E+10 & i\neq j \quad r_{ij}=0 \end{cases} \quad (5)$$

当 $i=j$ 时，$r_{ij}=0$，$w_{ij}=1/r_{ij}^{u}=\infty$，$u>0$，但不可能用自身来预报自身，故令其权重 $w_{ij}=0$；当 $i\neq j$ 时，$r_{ij}=0$，$w_{ij}=1/r_{ij}^{u}=\infty$，$u>0$，为一过程与另一过程的预报因子完全相似的情况，故令其权重为一大数来代替 $w_{ij}=\infty$，该权重值比其他不完全相似情况的权重值大数个量级，于是得权重矩阵 $\boldsymbol{W}$

$$\boldsymbol{W}=\begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \cdots\cdots & w_{1n} \\ w_{21} & 0 & \cdots\cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots\cdots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \cdots\cdots & 0 \end{bmatrix}$$

根据公式：

$$\hat{y}_i=\sum_{j=1}^{n}w_{ij}\cdot y_i/\sum_{j=1}^{n}w_{ij} \quad (6)$$

可计算得历史预报值：$\hat{y}_i$，$i=1,2,\cdots,n$，则：

$$E(\mathrm{d}r)=\sum_{j=1}^{n}w_{ij}^{(\mathrm{d}r)}(\hat{y}_i^{(\mathrm{d}r)}-y_j)^2$$

$$E(\mathrm{d}l)=\sum_{j=1}^{n}w_{ij}^{(\mathrm{d}l)}(\hat{y}_i^{(\mathrm{d}l)}-y_j)^2$$

$i=1,2,\cdots\cdots,n$。

2.2.4 若 $E(\mathrm{d}r)>E(\mathrm{d}l)$，则置 $u_{\max}=\mathrm{d}r$，$\mathrm{d}r=\mathrm{d}l$，转入 2.2.3 再计算新内点 $\mathrm{d}l$；否则，置 $u_{\min}=\mathrm{d}l$，$\mathrm{d}l=\mathrm{d}r$ 转入 2.2.3 再计算新内点 $\mathrm{d}r$。

2.2.5 若 $E(\mathrm{d}l)-E(\mathrm{d}r)<e$，则结束搜索，所得 u^* 值即为参数 u 的最优估计；否则转入 2.2.3 继续搜索。

2.3 当给出第 $n+1$ 时刻的实时预报因子资料后，则可根据式(2)作出第 $n+1$ 时刻的预报，式(2)中参数 u 的值为 u^*。

3 实例计算

我们以红河州 13 县市 5、6 月区域性大雨以上降水天气过程为预报对象，其标准为：4 站以上，日降水量≥25mm；根据专家经验，选取当日 08 时 700hPa 图上，成都至昆明是否有切变或者有 3080gpm 闭合低压；西宁、兰州、成都或者新疆地区或新疆至兰州一带为闭合高压或高压环流，位势高度大于等于成都；西宁、兰州或武都为西北风或北风，风速≥$4\mathrm{m\cdot s^{-1}}$；当天 08 时地面图上，冷锋(静止锋)位于会泽、沾益、广南一线或在 25°N 附近(即丽江、沾益、兴仁、桂林一线)，14 时有所加强南移，或者我州受锋面影响等共 9 个项目为预报因子，并将预报对象和预报因子作 0，1 化处理，即满足条件为 1，不满足条件为 0。给出 $u_{\min}=0$，$u_{\max}=5$，搜索得非线性参数 u 的最优值 $u^*=2.528$；历史预报值：

$\hat{y}=(1.00, 1.00, 0.83, 1.00, 0.89, 1.00,$
0.91, 1.00, 1.00, 1.00, 1.00, 0.87,
1.00, 0.80, 0.80, 0.80, 1.00, 1.00,

0.86, 1.00, 0.82, 0.87, 0.80, 1.00, 0.66, 0.00, 1.00, 0.80, 0.67, 0.00)

历史实测值

$y=(1,1,1,1,1,1,0,1,1,1,1,0,1,1,1,1,0,1,0,1,1,1,1,1,1,0,1,1,1,0)$

比较 $\hat{y}$ 和 y 两序列可以看出，以≥0.55 代表发生红河州 13 县(市)出现区域性大雨以上降水天气过程，则该类方法的历史预报准确率为:86.7%。

应用该方法，1993 年 6 月 21 日作未来 24 小时预报，得 $\hat{y}=1.00>0.55$，预报将有一次全州性大雨以上天气过程，实测结果全州出现一次区域性大雨以上天气过程；1993 年 6 月 28 日作未来 24 小时预报，得 $\hat{y}=1.00>0.55$，全州将出现一次区域性大雨以上天气过程，实测与预报结果吻合。可见，该方法具有一定的实用性和准确性，值得进一步探索试用。

参考文献

1 冯康. 数值计算方法. 北京：国防工业出版社，1978.

2 周光亚等. 非定量数据分析及其应用. 北京：科学出版社，1993.

3 严华生等. 非线性统计预报.（待出版）.

A Preliminary Study on Prediction of Strong Rainfall by Shepard Interpolation

Ma Jinzhang Cao Jie

(Honghe District Meteorological Service, Mengzi, Yannan Province, 661100)

Abstract

In Honghe district, strong rainfall in May or April is the key weather, it is significant for agriculture and industry to predict the strong rainfall successfully. So, based on the assumption that the similiar atmospheric situation makes the similiar results, Shepard interpolation is drawn into weather forecast and one kind of nonlinear nonmodel method is obtained.

Key Words: heavy rainfall prediction Shepard interpolation nonlinear nonmodel