

国外雨滴谱分布函数的数值试验结果

严采繁 陈万奎

(人工影响天气研究所, 北京 100081)

提 要

采用文献[1]方法, 对国外温带地区(北威尔士)^[2]、亚热带地区(瓜得罗普岛)^[3]和热带海洋(GATE-1977)^[4]雨滴谱分布进行了数值试验, 结果表明: 伽玛分布($n(D) = a \cdot D^a \cdot e^{-\lambda D}$)能很好地拟合这些实测雨滴谱, 特别是非单调下降谱用伽玛分布拟合明显优于 $M-P$ 分布拟合, $M-P$ 分布仅是伽玛分布的一个特例($a=0$)。

关键词: 雨滴谱 伽玛分布 $M-P$ 分布

引 言

单位体积中, 直径为 $D_i - D_i + \Delta D$ 的雨滴数目 $n(D_i)$ 与平均直径 $D_i + \frac{1}{2} \Delta D$ 的关系, 称作雨滴数浓度分布, 简称雨滴谱分布。雨滴谱分布是降水物理学中的重要参数, 通过它可计算降雨强度、雨水含量、雷达反射因子和雨滴对微波的衰减等。更重要的是, 它反映了云中成雨过程、云动力学和微物理学之间的相互制约。早在40年代就有较系统的观测研究^[5], 但大多在地面进行。60年代后, 由于机载仪器的改进, 获取了大量空中雨滴谱资料, 我国从1982年开始, 用机载粒子测量系统获得了国内第一批空中雨滴谱连续观测资料^[1,6]。

常用雨滴谱分布公式为 $n(D) = N_0 e^{-\lambda D}$ 。文献[1]根据我国资料进行数值试验指出: $M-P$ 分布仅对单调下降谱能给出较好的拟合结果; 对非单调下降谱进行拟合, 不仅数浓度、特征直径、降雨强度、雷达反射因子等和实测值差异很大, 而且谱分布形状亦发生改变。而用伽玛分布 $n(D) = a \cdot D^a \cdot e^{-\lambda D}$ 进行拟合, 不仅特征值和实测值更接近, 而且谱型亦相像。该文并提出了用实测雨滴谱特征直径

比值求取伽玛分布的方法(下称比值法)。

1 计算方法

伽玛分布有3个参数, 其中参数 a 表示谱分布的形状, $M-P$ 公式是伽玛分布的一个特例($a=0$ 时)。在 $\ln n(D_i) - D_i$ 坐标系中, $M-P$ 分布为一直线, 而伽玛分布并不是直线。采用文献[1]的方法, 在计算机上运行其专用计算程序, 以实测雨滴数密度资料为输入量, 即可获得最佳拟合的伽玛分布参数及其有关的拟合量, 如数浓度、特征直径、降雨强度和雷达反射因子等。

2 计算实例

图1资料选自美国北威尔上 Carrog 地面雨滴谱资料^[2]。测量仪器为 Joss 雨滴谱仪, 取样面积 50cm^2 , 取样原理为将下落在取样面积上的各种大小雨滴动量转化为电脉冲信号, 经过脉冲高度-雨滴大小关系鉴别出雨滴大小, 可测雨滴大小范围 $0.3 - 6.0\text{mm}$, 共分成20种大小间隔。图中雨滴谱为10分钟平均值, 平均雨强为 $38.31\text{mm} \cdot \text{hr}^{-1}$ 。这是典型的非单调下降谱, 在 $\ln n(D_i) - D_i$ 坐标系中不呈直线, $M-P$ 分布拟合值和实测值偏离很大, 谱型亦严重歪曲。其中 D 为 $0.4 - 1.0\text{mm}$ 段, $M-P$

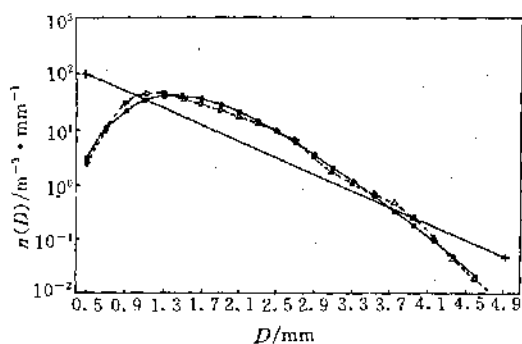


图1 北威尔士 Carrog(1972年)平均雨滴谱分布 (1)

△—△: 实测值, 取样时间10min, 雨强变化范围
32.6—99.9mm·hr⁻¹
○—○: 伽玛分布 $\alpha=7$ 拟合值
+—+: 伽玛分布 $\alpha=0$ (M-P 分布) 拟合值

拟合值明显高于实测值, 而在 D 为 1.2—3.6mm 段又明显低于实测值, 在 $D \geq 4.0$ mm 段又明显高于实测值。若用相对误差 $RE = |\text{实测值} - \text{拟合值}| / \text{实测值}$ 来表示拟合值和实测值偏离的大小, 那末 M-P 分布对于数浓度造成的相对误差 $RE(N) = 20.32\%$, 算术平均直径的 $RE(D_1) = 37.25\%$, 均方根直径的 $RE(D_2) = 31.29\%$, 均立方根直径 $RE(D_3) = 25.29\%$ 。数密度的相对误差 $RE(n_i)$ 则更大, 最大可达 3888% (在直径 0.4—0.6mm 处), 最小为 4% (在直径 3.8—4.0mm 处)。其中, $RE(n_i) \leq 40\%$ 的仅占 22.73%, 大多数 $RE(n_i) > 40\%$, 可见数密度拟合值和实测值偏离之大。

按照比值法计算得到的最好伽玛分布参数 $\alpha=7$, 对应的拟合值和实测值相当接近 (见图1)。数浓度、特征值相对误差比 M-P 拟合值明显减小, $RE(N) = 0.53\%$, $RE(D_1) = 3.27\%$, $RE(D_2) = 3.07\%$, $RE(D_3) = 1.72\%$ 。数密度相对误差亦明显降低, 最大相对误差仅 31.48%, 最小为 0.00%, 其中 $RE(n_i) \leq 20\%$ 的高达 63.64%, $RE(n_i) \leq 40\%$ 的已达 100.00%。

图2资料也选自 Carrog(1972年), 为29分钟平均谱, 平均雨强 7.07mm·hr⁻¹, 也是非单调下降谱。按比值法求得最佳 $\alpha=4$, 用此 α 值拟合结果明显优于 $\alpha=0$ (M-P 分布) 拟合值。由图可见, $\alpha=0$ 拟合的谱型与实测偏离较大; 在直径 0.4—1.0mm 段和大于 3.6mm 段明显高于实测值, 而在 1.4—3.2mm 段又明显低于实测值。而 $\alpha=4$ 拟合的谱分布形状与实测相近。各特征值相对误差也是 $\alpha=4$ 拟合的明显低于 $\alpha=0$ 拟合值 (见表1)。数密度相对误差 $RE(n_i)$ 也有明显差异, $\alpha=0$ 拟合的多数 (63.16%) 大于 40%, 最大相对误差达 550.00%; 而 $\alpha=4$ 拟合值多数 (占 68.29%) 小于 40%。

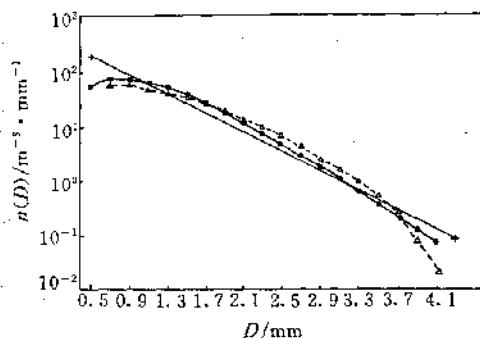


图2 北威尔士 Carrog(1972年)平均雨滴谱分布 (2)

△—△: 实测值, 取样时间29min, 雨强变化范围
6.6—7.5mm·hr⁻¹
○—○: 伽玛分布 $\alpha=4$ 拟合值
+—+: 伽玛分布 $\alpha=0$ (M-P 分布) 拟合值

表1 特征值的相对误差/%

α	$RE(N)$	$RE(D_1)$	$RE(D_2)$	$RE(D_3)$
0	54.49	25.21	23.88	20.95
4	10.27	4.20	0.00	2.03

图3资料选自亚热带地区的瓜得罗普岛, 也是用雨滴谱仪观测的结果。图3a 是晚上观测结果, 谱宽明显小于白天 (图3b), 但无论白天或晚上, 雨滴谱都是非单调下降谱。按比值法求得 $\alpha=8$ (晚上), 对应的拟合值均明显优

于 $\alpha=0$ 拟合值(见表2)。数密度相对误差($RE(n_i)$) $\alpha=0$ 时多数(71.43%)大于40%,而 $\alpha=8$ 时全部小于40%。

按比值法算得白天雨滴谱分布参数 $\alpha=4$,对应的拟合值除均方根直径 D_2 偏离实测值略大于 $\alpha=0$ 拟合值外,其余均比 $\alpha=0$ 拟合值接近实测值(见表2、图3(b))。数密度相对误差 $RE(n_i) \leq 40\%$ 的, $\alpha=0$ 拟合值仅占50%,而 $\alpha=4$ 拟合时高达81.25%。 $RE(n_i) \geq 100\%$ 的, $\alpha=4$ 拟合时不出现, $\alpha=0$ 拟合时占25%。这些结果表明:用 $\alpha=4$ 拟合优于 $\alpha=0$ 。

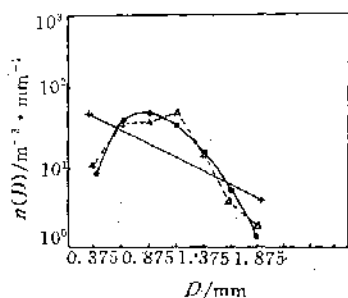


图3a 瓜得罗普岛平均雨滴谱分布
 Δ — Δ :实测值(晚上),平均雨强8.21mm·hr⁻¹
 $\bigcirc$ — $\bigcirc$:伽玛分布 $\alpha=8$ 拟合值
 $+$ — $+$:同图1说明

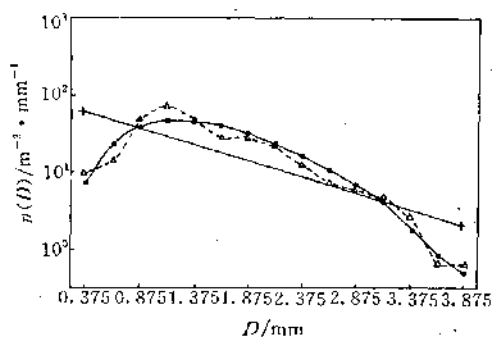


图3b 瓜得罗普岛平均雨滴谱分布
 Δ — Δ :实测值(白天)平均雨强15.27mm·hr⁻¹
 $\bigcirc$ — $\bigcirc$:伽玛分布 $\alpha=4$ 拟合值
 $+$ — $+$:同图1说明

图4是GATE试验期间,NOAA飞机用

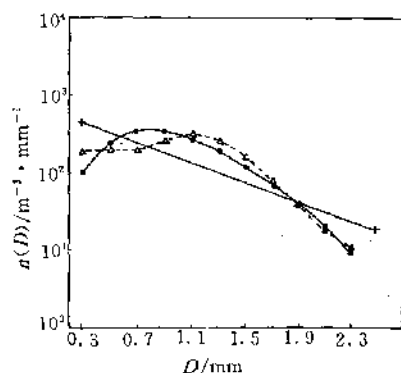


图4a 空中雨滴谱分布(GATE试验)100—1000m高度层
 Δ — Δ :实测值
 $\bigcirc$ — $\bigcirc$:伽玛分布 $\alpha=4$ 拟合值
 $+$ — $+$:说明同图1

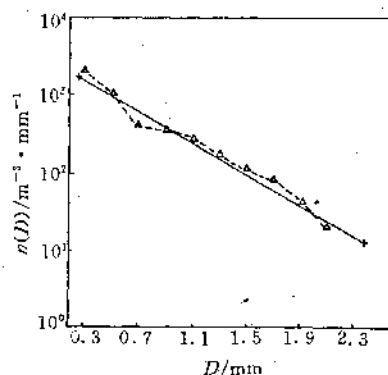


图4b 空中雨滴谱分布(GATE试验)3000m以上
 Δ — Δ :实测值
 $+$ — $+$:说明同图1

铝箔取样器取得的空中雨滴谱资料。图4a资料为DC-6飞机在100—1000m高度层获取,是典型的热带海洋降雨滴谱,有很多中等大小的水滴,仅有少量较大雨滴。平均降雨强度为5.6mm·hr⁻¹。雨滴谱呈明显非单调下降谱。用 $\alpha=0$ 拟合,结果不佳;在直径为0.2—0.6、0.8—1.8和2.0—2.4mm段与实测值偏离很大。按比值法算得 $\alpha=4$,在直径0.2—1.0mm段和实测值亦有较大偏离,但仍比 $\alpha=0$ 拟合值更接近实测值(仅直径为0.6—

1.0mm 段例外),特征值相对误差除数浓度 N 的略大于 $\alpha=0$ 拟合值外,其它均优于 $\alpha=0$ 拟合值(见表3)。 $\alpha=0$ 拟合的数密度相对误差小于40%的仅占36.36%,多数(63.64%)大于40%, $RE(n_i)$ 在41—80%的占45.45%;而 $\alpha=4$ 拟合的数密度相对误差则大多数(81.82%)小于40%, $RE(n_i)$ 在41—60%的仅占18.18%。可见 $\alpha=4$ 拟合的数密度比 $\alpha=0$

更接近实测值。

图4b 资料由 C-130 飞机在3000m 高度上测得,为平均雨滴谱,平均雨强5.6mm. hr^{-1} ,是单调下降谱。按比值法计算, $\alpha=0$ 拟合较好,特征值相对误差最大为10.7%(见表3),数密度相对误差绝大多数(90%)小于40%,仅10%出现在 $40 \leq RE(n_i) \leq 60\%$ 范围内。

表2 雨滴谱特征值及其相对误差(瓜得罗普)

资料性质	N (m^{-3})	$RE(N)$ (%)	D_1 (mm)	$RE(D_1)$ (%)	D_2 (mm)	$RE(D_2)$ (%)	D_3 (mm)	$RE(D_3)$ (%)
实测值	41.7		0.93		0.98		1.03	
晚上 $\alpha=8$ 拟合值	43.2	3.60	0.92	1.08	0.97	1.02	1.02	0.97
$\alpha=0$ 拟合值	35.3	15.35	0.88	5.38	1.08	10.20	1.30	25.21
实测值	78.1		1.45		1.60		1.75	
白天 $\alpha=4$ 拟合值	75.4	3.46	1.54	6.21	1.69	5.63	1.84	5.14
$\alpha=0$ 拟合值	69.8	10.63	1.24	14.48	1.59	0.63	1.96	12.00

表3 特征值及其相对误差(GATE 试验)

资料性质	N (m^{-3})	$RE(N)$ (%)	D_1 (mm)	$RE(D_1)$ (%)	D_2 (mm)	$RE(D_2)$ (%)	D_3 (mm)	$RE(D_3)$ (%)
0.1— 实测值	348.7		1.00		1.09		1.17	
1.0 $\alpha=4$ 拟合值	371.1	6.42	0.97	3.00	1.06	2.75	1.15	1.71
(km) $\alpha=0$ 拟合值	355.8	2.04	0.90	10.00	1.14	4.59	1.39	18.80
3 实测值	892.0		0.60		0.72		0.84	
(km) $\alpha=0$ 拟合值	864.0	3.14	0.64	6.67	0.78	8.33	0.93	10.71

表4 地面雨滴谱特征值及其相对误差

资料性质	N (m^{-3})	$RE(N)$ (%)	D_1 (mm)	$RE(D_1)$ (%)	D_2 (mm)	$RE(D_2)$ (%)	D_3 (mm)	$RE(D_3)$ (%)
实测值	31.1		0.65		0.69		0.73	
$\alpha=0$ 拟合值	28.8	7.4	0.64	1.54	0.69	0.00	0.74	1.37

图5是北威尔士 Carrog(1972年)地面雨滴谱观测值,它是2185分钟观测时间平均值,平均雨强为0.95mm. hr^{-1} ,为典型的单调下降谱。按比值法求得最佳拟合的 α 值为0,特

征值相对误差均小于10%(见表4),数密度相对误差亦不大,最大相对误差小于60%,其中 $RE(n_i) \leq 20\%$ 的占75%, $RE(n_i) \leq 40\%$ 的占91.67%,拟合相关系数高达-0.997。

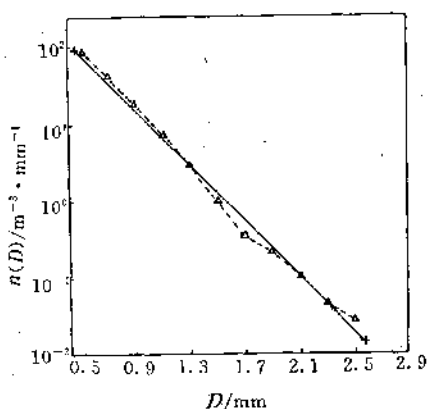


图5 北威尔士 Carrng(1972年)平均雨滴谱分布
 Δ — Δ :实测值,取样时间2185min,平均雨强
 $0.95\text{mm}\cdot\text{hr}^{-1}$
 $+$ —— $+$:同图1说明

3 结论

雨滴谱分布受云内外热力、动力和微物理过程的影响,造成了雨滴谱时空变化很大^[6],无论在空中还是地面观测的雨滴谱均如此。常用的 $M-P$ 分布仅能较好地拟合单调下降谱,而实际观测的雨滴谱多数是非单调下降谱,用 $M-P$ 分布拟合它,将出现很大偏离,特别是用它估算降水强度误差更大。从

上述不同气候区雨滴谱分布拟合实例看出:用三参数伽玛分布($M-P$ 分布仅是 $\alpha=0$ 的一个特例)拟合,可使拟合值和实测值相对误差明显减小,谱形也更接近实际谱形。

用文献[1]提出的用特征直径比值求取伽玛分布的方法,可保证拟合值和实测值间相对误差最小。对国内外实测资料拟合结果都证实了这一点。

参考文献

- 1 严采紫,陈万奎. 对流层下部雨滴谱分布. 应用气象学报,1990,1(2):191—198.
- 2 Nicholas, C. A., P. R. Larke. Raindrop-size distributions in a hilly region. Met. mag., 1976, 105 (1253): 361—381.
- 3 Pontikis, C., et al. Night and day distributions in precipitation drop spectra at subtropical latitudes. 4th WMO Scientific Conference on Weather Modification, Hawaii, U. S. A., 12—14 August, 1985. pp13—15.
- 4 Austin, P. M., S. G. Geotis. Raindrop sizes and related parameters for GATE. J. APPL. Meteor., Vol. 18, pp569—575, 1979.
- 5 Marshall, J. S., W. M. Palmer. The distribution of raindrops with size. J. Meteor., 1948, 5(2).
- 6 陈万奎,严采紫. 雨滴谱及其特征值水平分布的个例分析. 气象, 1988, 14(1): 8—11.

The Fitting Result of Raindrop Spectra Distribution from Abroad

Yan Caifan Chen Wankui

(Chinese Academy of Meteorological Sciences, Beijing 100081)

Abstract

The raindrop spectra distribution fitting experiments are carry out based on data obtained from abroad. Fitting results show that exponent type spectra($M-P$) is a case only, and most of the universal types are of Γ type distributions.

Key Words: raindrop spectra Γ type distribution $M-P$ type distribution