

# 用多层非线性平衡

## $\omega$ 方程分析“91·7”梅雨锋暴雨

杨越奎 刘玉玲 万振栓

吴宝俊 沈文海

(空军气象研究所,北京 100085)

(中国气象科学研究院,北京 100081)

### 提 要

利用多层非线性平衡  $\omega$  方程,诊断分析了1991年6月29日—7月12日梅雨锋暴雨的特点。结果表明:应用该方程计算出的垂直运动的空间分布与该段梅雨期雨带的位置对应得较好。在诸强迫项中,稳定性凝结加热对这一时段梅雨锋暴雨的贡献最大,而对流凝结加热的作用很小。另外,涡度水平平流的作用小于温度水平平流的作用,而涡度平流垂直变化的作用比较重要。

**关键词:** 多层非线性平衡  $\omega$  方程 梅雨锋暴雨 稳定性凝结加热

### 引 言

大气中发生的凝结和降水过程,热量和动量的垂直输送过程以及位能和动能之间的转换过程,都与垂直运动有密切联系<sup>[1]</sup>。因此,垂直速度计算方法及其应用的研究,一直是气象领域的一个重要课题。垂直速度的计算方法,可以分为热力学法、运动学法和动力学法三类。运动学方法的应用最为普遍,但它只能反映垂直速度的总体表现,而不能区分动力因子和热力因子对垂直运动的贡献<sup>[2]</sup>,因此对于揭示垂直运动产生机理的研究,运动学法不是理想工具。而在多层非线性平衡  $\omega$  方程中<sup>[1-4]</sup>,包括了积云对流加热,大尺度凝结加热,辐射加热和摩擦作用等因子,比较全面地保留了各种实测资料中的天气信息,这一特性决定了在研究垂直运动产生机理方面,多层非线性平衡  $\omega$  方程是一种较为理想的工具。Krishnamurti 曾利用该方法研究中纬度气旋和副热带地区的扰动<sup>[5-6]</sup>,郑良杰等<sup>[1]</sup>、张丙辰等<sup>[2]</sup>曾利用该方法研究梅雨,都

取得了相当成功的结果。

郑良杰等<sup>[1]</sup>曾把多层非线性平衡  $\omega$  方程的计算结果同准地转模式和运动学模式的计算结果进行了比较。结果发现,多层非线性平衡  $\omega$  方程比准地转诊断模式有很大改进,在研究暴雨机制方面,比运动学模式有更多的优点。张丙辰等<sup>[2]</sup>的研究结果表明:决定梅雨期垂直运动的主要因子,是大尺度凝结加热、对流凝结潜热、温度平流的水平分布和涡度平流的垂直差异。

1991年6月29日至7月12日,淮河流域及长江中下游地区梅雨锋暴雨来势猛,持续时间长,范围广,造成了严重的洪涝灾害<sup>[7,8]</sup>,使人民的生命财产蒙受了巨大损失。本文应用多层非线性平衡  $\omega$  方程,诊断分析1991年6月29日至7月12日垂直运动的特点。

### 1 出发方程及数值计算方案

#### 1.1 出发方程

在  $p$  坐标系中,将热力学方程、涡度方程和平衡方程联立,并应用连续方程和静力平衡关系式,可以得到多层非线性平衡  $\omega$  方

程(推导过程参看[1]或[3]或[4]):

$$\nabla^2 \sigma \omega + f^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = \sum_{i=1}^{14} F_i \quad (1)$$

其中  $\sigma = -\frac{RT}{p\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p} = -\pi \frac{\partial \theta}{\partial p}$  为干空气的静力稳定度,  $F_i$  是强迫函数, 各强迫函数的表达式及意义如下:

$F_1 = f \frac{\partial}{\partial p} J(\psi, \eta)$  旋转风涡度平流的垂直变化;

$F_2 = f \frac{\partial}{\partial p} (\nabla \chi, \nabla \eta)$  辐散风温度平流的垂直变化;

$F_3 = \pi \nabla^2 J(\psi, \theta)$  旋转风温度平流的拉普拉斯;

$F_4 = \pi \nabla^2 (\nabla \chi, \nabla \theta)$  辐散风温度平流的拉普拉斯;

$F_5 = f \frac{\partial}{\partial p} (\nabla^2 \psi, \nabla^2 \chi)$  涡度和散度乘积的垂直变化;

$F_6 = -\nabla f \cdot \nabla \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)$  科氏参数变化的作用;

$F_7 = -2 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial p} J \left( \frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)$  变形效应;

$F_8 = fg \frac{\partial^2}{\partial p^2} \left( \frac{\partial \tau_x}{\partial x} - \frac{\partial \tau_z}{\partial y} \right)$  摩擦应力的作用;

$F_9 = -\frac{R}{c_p p} \nabla^2 H_s$  下垫面感热作用;

$F_{10} = -\frac{R}{c_p p} \nabla H_R$  辐射加热作用;

$F_{11} = -\frac{R}{c_p p} \nabla^2 H_L$  稳定性凝结加热作用;

$F_{12} = -\frac{R}{c_p p} \nabla^2 H_C$  对流凝结加热作用;

$F_{13} = f \frac{\partial}{\partial p} (\nabla \omega \cdot \nabla \frac{\partial \phi}{\partial p})$  涡管扭转项的垂直变化;

$F_{14} = f \frac{\partial}{\partial p} \left( \omega \frac{\partial \nabla^2 \psi}{\partial p} \right)$  涡管垂直平流的垂直变化。

其中  $\psi$  为流函数,  $\chi$  为速度势,  $\eta$  为绝对涡度, 余为惯用符号。

## 1.2 数值计算方案

在各强迫项确定的情况下, 方程(1)是一个线性二阶偏微分方程。若  $\sigma > 0$ , 亦即大气层结对流稳定时, 方程满足椭圆型条件; 若  $\sigma \leq 0$ , 则人为调整至一很小正数。方程(1)的解可以表示成各强迫项产生的垂直速度  $\omega_i$  的代数和<sup>[3]</sup>。即首先求解方程:

$$\begin{cases} \nabla^2 \sigma \omega_i + f^2 \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial p^2} = F_i, & i = 1, 2, \dots, 14 \\ \omega_0 = 0 & \text{下边界条件} \\ \omega_T = 0 & \text{上边界条件} \\ \omega_L = 0 & \text{侧边界条件} \end{cases} \quad (2)$$

本文对式(2)采用超松弛迭代法求解, 其超松弛系数取为1.6。在计算对流凝结加热时, 采用郭晓岚的对流凝结加热参数化方案。因为缺少有关资料, 没能计算下垫面感热和辐射加热的作用, 又由于科氏参数变化的作用很小, 在计算方案中未予考虑。强迫项中含有的  $\omega$  是由修正的运动学方法得出, 摩擦应力的作用则通过计算下垫面的摩擦引起的垂直速度来考虑, 即解齐次方程:

$$\begin{cases} \nabla^2 \sigma \omega + f^2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = 0 \\ \omega_0 = \omega_H + \omega_F & \text{下边界条件} \\ \omega_T = 0 & \text{上边界条件} \\ \omega_L = 0 & \text{侧边界条件} \end{cases} \quad (3)$$

其中  $\omega_H$  和  $\omega_F$  分别为地形抬升和地面摩擦造成的上升运动:

$$\omega_H = -\rho_0 g \vec{V}_0 \cdot \nabla Z_s \quad (4)$$

$$\omega_F = -\rho_0 g \sin 2\alpha \sqrt{\frac{K}{2f}} \zeta_x \quad (5)$$

式中  $\rho_0$  为地面空气密度, 本文取标准大气的海平面值,  $\vec{V}_0$  为地面风,  $K = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 为湍流系数,  $\alpha$  为地面风与地面等压线之间的夹角, 其值取为:

$$\alpha = \begin{cases} 15^\circ & \text{海上} \\ 22.5^\circ & \text{陆上} \end{cases}$$

最后, 总的垂直速度为:

$$\omega = \omega_{HF} + \sum_{i=1}^{14} \omega_i \quad (6)$$

在本文中,当  $i=6,9,10$  时未予考虑。

### 1.3 资料来源及客观分析方案

#### 1.3.1 资料来源

原始资料取自气象台站日常预报业务中的实时资料。

#### 1.3.2 网格设计

采用 Lambert 平面投影直角坐标系,以汉口附近为基准点( $31^{\circ}\text{N}, 114^{\circ}\text{E}$ ),水平格距为  $75\text{km}$ ,格点数为  $36 \times 30$ (图1)。

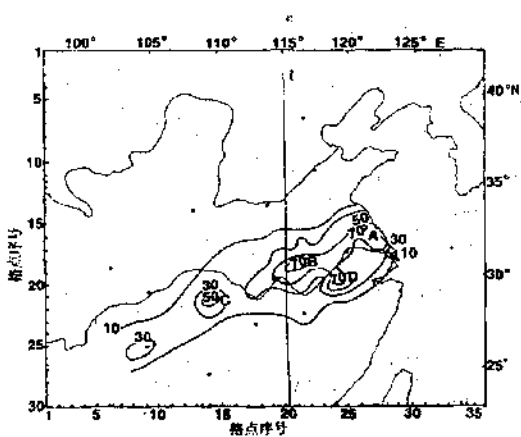


图1 6月29日至7月12日平均降水量图

网格为本文计算所取网格,格距  $75\text{km}$ 。

I 为做剖面图时所取的剖面, A、B、C、D 为降水中心

垂直方向格距为  $100\text{hPa}$ ,将  $1000-100\text{hPa}$  分为 10 层,其中非标准层的各层采用对数插值法得到。

#### 1.3.3 客观分析方案

客观分析方案为逐步订正法,求取网格点估计场时,权重系数采用高斯函数:

$$W_{ij} = \begin{cases} \exp(-\frac{r^2}{4E}), & r < R \\ 0 & r \geq R \end{cases} \quad (7)$$

其中  $E$  取  $0.2174$ ,  $R$  为扫描半径,初次扫描时取 11.5 个格距,以后逐次减少,在由网格点的初始估计场反插各观测站的气象要素值时,将测站分为两类:一类测站位于整个网格

区域边界以内;另一类测站位于网格区域边界以外。对第一类,采用 9 点拉格朗日插值法进行内插,对第二类,插值时权重系数仍取高斯函数。

## 2 计算结果分析

### 2.1 计算结果的可信性

#### 2.2.1 与雨量图对比

利用 6 月 29 日—7 月 12 日这一时段内的逐日资料,计算该时段 08 时的平均垂直速度。图 2 给出了该时段  $700\text{hPa}$  平均垂直速度。由图 2 可见,陆地上自东向西有 4 个明显的上升运动中心,呈西西南—东东北向带状分布。对比图 2、图 1 发现: A、B、C 3 个平均降水中心分别对应着 3 个上升运动中心。表 1 给出了 3 个上升运动中心及 3 个降水中心的位置与中心数值。其中中心位置用网格点坐标表示。

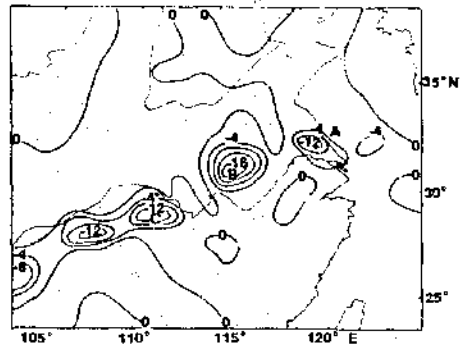


图2 1991年6月29日—7月12日08时700hPa平均垂直速度分布

(单位  $10^{-1}\text{Pa}\cdot\text{s}^{-1}$ ),间隔 400

对比发现,多层非线性平衡  $\omega$  方程的计算结果基本上反映出了雨区的分布,江淮地区及武汉、宜昌附近的暴雨中心分别对应着一个上升运动的大值区。为了揭示图 2 中  $\omega$  的分布与水平风场的配置,下面给出经过武汉附近的一条剖线上的风速垂直剖面图(图 3)(剖面位置为图 1 中 I)。可以看出:暴雨区位于低空急流的北侧和高空急流的南侧,梅雨期高低空急流的这种配置为暴雨及上升气

流的维持和加强提供了有利的环境条件<sup>[9]</sup>。值得注意的是,在各雨量中心之间,亦即各上升运动中心之间,有比较弱的下沉气流存在,这可能是雨带北部弱冷空气侵入的表现。弱冷空气侵入过程的证据及其对暴雨的影响,均有待进一步研究。

表1 1991年6月29日—7月12日700hPa平均上升运动中心及降水中心情况

|      | 上升运动中心 |       |       | 降水中心  |       |       |
|------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|      | A      | B     | C     | A     | B     | C     |
| 中心位置 | 26.16  | 20.18 | 15.21 | 26.16 | 21.18 | 14.21 |
| 中心数值 | -1550  | -1892 | -1341 | 70.7  | 75.8  | 62.8  |

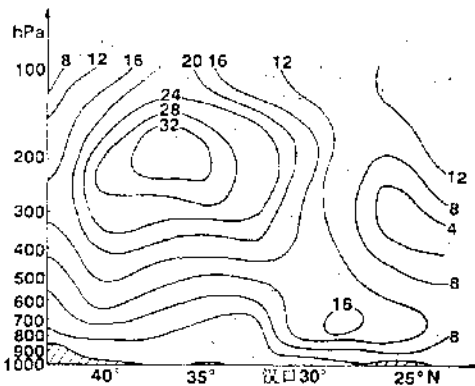


图3 6月29日—7月12日沿图1中I-I'剖线上风速的垂直剖面图  
等值线间隔:2m·s<sup>-1</sup>

### 2.1.2 与运动学方法计算结果对比

表3 6月29日—7月12日平均降水中心C附近各强迫项对垂直运动的贡献

| $\omega_0/\text{Pa}\cdot\text{s}^{-1}$ | $\omega_1$ | $\omega_2$ | $\omega_3$ | $\omega_4$ | $\omega_5$ | $\omega_7$ | $\omega_{11}$ | $\omega_{12}$ | $\omega_{13}$ | $\omega_{14}$ | $\omega_{1F}$ |
|--|------------|------------|------------|------------|------------|------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 100hPa                                 | 0          | 0          | 0          | 0          | 0          | 0          | 0             | 0             | 0             | 0             | 0             |
| 200hPa                                 | -18        | 11         | 14         | 13         | -5         | -2         | -64           | 0             | -5            | 10            | 0             |
| 300hPa                                 | -93        | 42         | -145       | 22         | -25        | 12         | -72           | 0             | -10           | 25            | 0             |
| 400hPa                                 | -69        | 38         | -150       | 14         | -31        | -1         | -1940         | 0             | -14           | 18            | 0             |
| 500hPa                                 | -38        | 19         | -144       | 8          | -12        | -2         | -2361         | 0             | 0             | -9            | 0             |
| 600hPa                                 | -11        | -1         | -107       | 5          | 12         | 14         | -2144         | 0             | 22            | -38           | 0             |
| 700hPa                                 | -5         | -8         | -72        | -4         | 28         | 33         | -1836         | 0             | 36            | -63           | 0             |
| 800hPa                                 | -2         | 1          | -69        | 16         | 1          | 7          | -171          | 0             | 19            | -41           | 0             |
| 900hPa                                 | 12         | 2          | -18        | -4         | -30        | -22        | -29           | 0             | -1            | -7            | 0             |
| 1000hPa                                | 0          | 0          | 0          | 0          | 0          | 0          | 0             | 0             | 0             | 0             | -2            |

我们分别用 O'Brien 运动学订正方法和多层非线性平衡  $\omega$  方程计算了6月29日至7月12日的平均垂直速度。表2给出了两者在平均降水中心 C 附近各层次上的值。可以看出,两者非常相近,上升运动最大值都出现在500hPa,同样都是整层的上升运动,只是在数值上运动学方法的计算结果( $\omega_R$ )要比多层非线性  $\omega$  方程的计算结果( $\sum\omega$ )大一些,从水平分布上看(图略),两者也是非常相近的。其他时次及各天的情况也是如此。虽然  $\omega_R$  和  $\sum\omega$  一样能反映出雨带及暴雨中心的位置,但根据  $\omega_R$  却不能找出产生垂直运动的原因。这一点上,多层非线性平衡  $\omega$  方程要比运动学模式优越得多。

表2 平均降水中心C附近(见图1)运动学方法( $\omega_R$ )与多层非线性平衡  $\omega$  方程( $\sum\omega$ )计算结果的比较

| 层次      | $\omega_R/\text{Pa}\cdot\text{s}^{-1}$ | $\sum\omega/\text{Pa}\cdot\text{s}^{-1}$ | 层次     | $\omega_R/\text{Pa}\cdot\text{s}^{-1}$ | $\sum\omega/\text{Pa}\cdot\text{s}^{-1}$ |
|---------|--|--|--------|--|--|
| 1000hPa | -2                                     | -2                                       | 500hPa | -2539                                  | -2339                                    |
| 900hPa  | -97                                    | -289                                     | 400hPa | -2135                                  | -2020                                    |
| 800hPa  | -237                                   | -1070                                    | 300hPa | -243                                   | -1428                                    |
| 700hPa  | -1892                                  | -1856                                    | 200hPa | -14                                    | -744                                     |
| 600hPa  | -2247                                  | -2312                                    | 100hPa | 0                                      | 0  |

### 2.2 各强迫项的作用

表3给出了6月29日—7月12日08时平均场各个强迫项对垂直运动的贡献,可以看出:

### 2.2.1 $\omega_{11}$ 项

表3表明,稳定性凝结加热项( $\omega_{11}$ )的作用最大,该项甚至超过了其他各项之和。

### 2.2.2 $\omega_{12}$ 项

积云对流加热项( $\omega_{12}$ )的作用整层为0,由过剖面 I(见图1)的湿静力能量  $T_s (=T + \frac{L}{c_p}q + \frac{q}{c_p}Z)$  铅直廓线(图略)可以看出,在暴雨区上空对流层中下层(900至500hPa)湿静力能量几乎是等值的,这不利于对流运动的维持和发展。当然这只是就平均状况而言,在个别日期,还有一些差异。例如,由图4可见,7月6日08时由积云对流加热造成的垂直运动在700hPa以上相当明显,对照天气图发现,该时次正有一个江淮气旋处于强盛期,许多地方出现了雷暴。这些天气现象表明,在这一时次积云对流确实明显,不过,在6月29日至7月12日整个时段内,只有这一时次出现了这种情况。很多分析表明<sup>[10,11]</sup>,这个时段的暴雨虽然雨强大,持续时间长,但对流发展并不旺盛,很少闻雷,而且雷达回波也主要集中在6km以下,这也是对流不显著的一种表现。

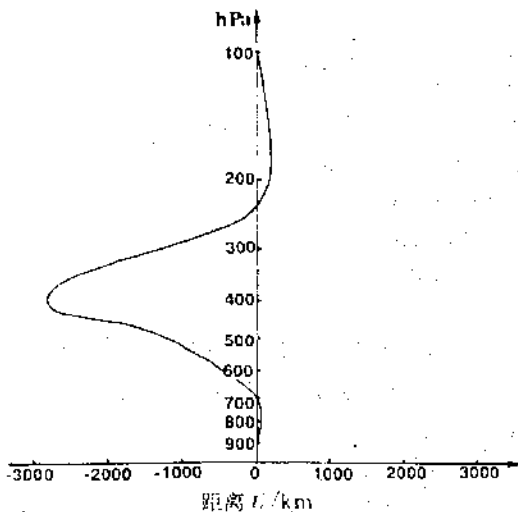


图4 7月6日08时武汉附近(网格点坐标(20,18))积云对流加热造成的垂直运动廓线(单位:  $10^{-3}\text{Pa}\cdot\text{s}^{-1}$ )

### 2.2.3 $\omega_{HF}$ 项

地表摩擦及地形强迫造成的垂直运动( $\omega_{HF}$ )随高度递减,而且很快减小到零,这表明,边界层摩擦效应和地形动力抬升作用局限于对流层底层。

### 2.2.4 $\omega_3, \omega_4$ 项

除稳定性凝结加热外,贡献最大的项是旋转风温度平流的拉普拉斯项( $\omega_3$ ),它远远大于辐散风温度平流的拉普拉斯项( $\omega_4$ ),而且  $\omega_3$  也大体上反映了雨区的分布特征。

### 2.2.5 $\omega_1, \omega_2$ 项

旋转风涡度平流的垂直变化项产生的垂直运动( $\omega_1$ )也是比较大的,而且在暴雨中心几乎整层都为上升运动,同时,辐散风涡度的垂直变化项在该点强迫出的垂直运动( $\omega_2$ )几乎为整层下沉。以上事实表明,对这次梅雨锋过程而言,旋转风的作用比辐散风要大,温度平流的作用比涡度平流的作用要明显。

### 2.2.6 $\omega_{14}$ 项

涡度平流的垂直变化造成的垂直运动( $\omega_{14}$ )在数值上虽然比较小,但在对流层中低层和雨区的配置比较好。这说明,在这段梅雨期中,涡度平流垂直变化的作用是不能忽略的。

### 2.2.7 $\omega_5, \omega_{13}$ 及 $\omega_7$ 项

涡度和散度乘积的垂直变化以及涡度扭转项的垂直差异( $\omega_5, \omega_{13}$ )在对流层中高层均造成上升运动,只是从数值上看,它们比其他造成上升运动的项的作用要小些。相比较而言,变形效应的作用( $\omega_7$ )是不明显的。

总之,对1991年7月的梅雨锋暴雨来说,稳定性凝结加热是最主要的因子,而稳定性凝结加热造成的上升运动本身反过来又使加热增强,这种正反馈过程是该时段暴雨雨强大,持续时间长的一种可能解释。

## 3 小结

3.1 多层非线性平衡  $\omega$  方程,由于较全面地包含了制约大气运动的各种动力和热力因

子的作用,所以由该方程算出的 $\sum\omega$ 的分布能较好地反映出1991年6月29日—7月12日梅雨期雨带的位置,计算出的各上升运动中心,同平均降水量图上暴雨中心位置有着较好的对应关系。

3.2 稳定性凝结加热对这个时段梅雨锋暴雨的维持的贡献是所有因子中最大的。涡度水平平流的作用要小于温度水平平流的作用,而涡度平流垂直变化的作用却是比较重要的,对流凝结加热尽管因为时次不同而有所不同,但总体来看,对1991年6月29日—7月12日梅雨期暴雨的作用是比较小的。

3.3 应该指出的是,由于上述分析的结果是利用平均场计算出来的,滤掉了小尺度的波动,故它同各天的情况会有一些差异,但它大体反映了这段梅雨期内各种因子的作用,对于分析暴雨产生的原因是有意义的。

3.4 如何更加有效地利用多层非线性平衡 $\omega$ 方程所提供的信息,是一个值得进一步研究的问题,利用该方程通过大量资料的分析,找出一些综合指标,来改善对梅雨期暴雨的预报非常有现实意义,而且这方面也是大有可为的。

致谢:徐宏、徐幼平工程师为本文提供了绘图和客观分析程序,表示衷心感谢。

### 参考文献

- 1 郑良杰等.中尺度天气系统的诊断分析和数值模拟.北京:气象出版社,1989,53—59.
- 2 张丙辰等.长江中下游梅雨锋暴雨的研究.北京:气象出版社,1990,70—78.
- 3 丁一汇.天气动力学中的诊断分析方法.北京:科学出版社,1989,62—64.
- 4 董晓敏等.天气诊断分析方法简介.北京:气象出版社,1986,37—43.
- 5 Krishnamurti, T. N., A diagnostic balance model for studies of weather systems of low and high latitudes. Rossby number less than 1. Mon. Wea. Rev. 96(1968), 197—207.
- 6 Krishnamurti, T. N., A study of developing wave cyclone. Mon. Wea. Rev. 96(1968), 208—217.
- 7 贾秀娥.苏皖鄂黔暴雨成灾,东北大部低温多雨.气象, 1991, 17(10):58.
- 8 柴向群.江淮洪涝严重,台风袭击华南.气象, 1991, 17(10):62.
- 9 杨国祥.中小尺度天气学.北京:气象出版社,1983.
- 10 沈桐立,马林.1991年7月江淮流域一次特大暴雨的数值模拟及动力分析.全国暴雨研究学术交流会议材料, 1992.
- 11 杜秉玉等.1991年7月江淮梅雨锋特大暴雨降水机制.全国暴雨研究学术交流会议材料, 1992.

## The Application of Multi-Level Nonlinear Balanced $\omega$ -Equation to the Study of Mei-yu of July, 1991

Yang Yuekui Liu Yuling Wan Zhenshuan

(The Meteorological Research Institute of the Air Force, P. L. A, Beijing 100085)

Wu Baojun Shen Wenhai

(Chinese Academy of Meteorological Science)

### Abstract

The multi-level nonlinear balanced  $\omega$ -equation is used to study the Mei-yu from June 29th to July 12th of 1991. The results show that the distribution of the vertical velocity calculated this equation can reflect the position of the rain belt properly. The stable condensation heating is the most important factor to the maintenance of the storm rainfall during this period. The horizontal advection of the vorticity is less important than the thermal advection. But the normal advection of the vorticity is important. During this period, the effect of convective condensation heating is very weak.

**Key Words:** multi-level nonlinear balanced  $\omega$ -equation Mei-yu stable condensation heating