

# 天气系统对大气扩散模式的影响

柳 洪

(常州市环境工程设计研究所)

## 摘要

本文把涡度引入大气扩散模式中来。结果发现在负涡度区污染物浓度增加，在正涡度区污染物浓度减小，而且和观察事实一致。

## 一、引言

随着工业生产的迅速发展，许多科学家<sup>[1]</sup>认为：大气污染正在改变大气中重要组分的浓度，大气污染不仅是一个区域性问题，而且已经是一个全球性问题，例如酸雨等。污染物在大气中的扩散稀释过程受气象条件影响。近十几年来已经开始认真地研究工业排放物的远距离污染问题。众所周知，在比较大的距离范围内，天气系统往往发生变化。天气系统的变化将影响到控制污染物输运扩散的大气边界层中的气象条件，象风速、湍流交换等。无论在国内还是在国外，都观测到与天气系统有关的污染高浓度区域<sup>[2]、[3]</sup>。本文的目的就是从基本平流扩散方程出发，研究天气系统影响大气扩散模式的物理机制。

## 二、基本方程和解

控制大气污染物的平流扩散方程是：

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} \\ = K_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \\ + S + R \end{aligned} \quad (1)$$

式中： $C$ 为大气污染物浓度； $x, y, z$ 分别表示三个方向坐标； $t$ 表示时间； $uvw$ 为 $xyz$ 方向三个速度分量； $K_x, K_y, K_z$ 为三个方向的

湍流交换系数； $S$ 是源或汇； $R$ 表示各种物理化学清除机制。

为了讨论方便，假定所讨论的问题是定常的，忽略 $y$ 方向平流项、 $x$ 方向湍流扩散项，同时忽略源或汇的影响和物理化学清除过程的影响。并定义向下垂直速度为正， $u, w$ 分别代表整个边界层中的平均值。则方程(1)改写成：

$$u \frac{\partial C}{\partial x} - w \frac{\partial C}{\partial z} = K_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}$$

由C—E<sup>[4]</sup>理论知道，边界层顶垂直速度 $w_T$ 为

$$w_T = \sqrt{\frac{K}{2f}} \xi_0 = A \xi_0 \quad (3)$$

$K$ 为大气运动湍流交换系数； $f$ 为柯氏参数： $f = 2\Omega \sin \varphi$ ， $\Omega$ 是地球自转角速度， $\varphi$ 是纬度， $\xi_0$ 是边界层顶地转涡度。

由连续方程：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

忽略边界层平均风速 $u$ 随 $x$ 的变化，积分上述方程，并考虑 $w$ 向下为正，利用(3)则得到：

$$w = -w_T = -\sqrt{\frac{K}{2f}} \xi_0 \quad (5)$$

同时考虑边界条件：

$$\left. \begin{array}{l} C(0, y, z) = \frac{Q}{u} \delta(y) \delta(z - h) \\ C(x, \pm\infty, z) = 0 \\ C(x, y, \infty) = 0 \\ K_z \frac{\partial C}{\partial z} + w_c = 0 \text{ 在 } z=0 \text{ 处} \end{array} \right\} \quad (6)$$

方程 (2) — (6) 构成了非线性偏微分方程的定解问题，对于这样的方程，通常采用分离变量法求解<sup>(5)</sup>：

$$\begin{aligned} \text{令: } C(x, y, z) &= C_1(x, y) C_2(x, z) \\ &\cdot \exp[-f(z-h)] \\ &\cdot \exp[-gx] \end{aligned} \quad (7)$$

$f, g$  是待定函数。考虑常用的扩散参数：

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_y = 2K_y \frac{x}{u} \\ \sigma_z = 2K_z \frac{x}{u} \end{array} \right\} \quad (8)$$

$\sigma_y, \sigma_z$  是  $y, z$  方向的扩散参数； $\delta$  是  $\delta$  函数。

这样便得到方程的解：

$$\begin{aligned} C(x, y, z, h) &= \frac{Q}{2\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp\left[-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right] \\ &\cdot \exp\left[\frac{A\xi_g x}{u\sigma_z^2}(z-h)\right] \\ &\cdot \exp\left[\frac{A^2 \xi_g^2 x^2}{2u^2 \sigma_z^2}\right] \\ &\cdot \exp\left[-\frac{(z-h)^2}{2\sigma_z^2}\right] \\ &+ \exp\left[-\frac{(z+h)^2}{2\sigma_z^2}\right] - \\ &\frac{\sqrt{2\pi} A \xi_g x}{u \sigma_z} \exp \end{aligned}$$

$$\left[ \frac{A^2 \xi_g^2 x^2}{2u^2 \sigma_z^2} + \frac{A \xi_g x}{u \sigma_z^2} (z+h) \right]$$

$$\cdot \operatorname{erfc}\left[\frac{(z+h)}{\sqrt{2} \sigma_z}\right]$$

$$\left. \frac{A \xi_g x}{\sqrt{2} u \rho_z} \right] \quad (9)$$

$\operatorname{erfc}$  是余误差函数：

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du$$

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$$

### 三、分析讨论

在实际运用中常用的是污染物地面轴线浓度。从 (9) 式中得到地面轴线浓度为：

$$C(x, 0, 0, h) =$$

$$\frac{Q}{\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp\left[-\frac{(h + \frac{A \xi_g x}{u})^2}{2 \sigma_z^2}\right]$$

[A]

$$-\frac{A \xi_g x Q}{\sqrt{2} \pi u^2 \sigma_y \sigma_z^2} \operatorname{erfc}\left[\frac{h + \frac{A \xi_g x}{u}}{\sqrt{2} \sigma_z}\right]$$

[B]

$$= [A] - [B] \quad (10)$$

(I)  $\xi_g = 0$

当  $\xi_g = 0$ ，(10) 变成：

$$C(x, 0, 0, h) = \frac{Q}{\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp\left[-\frac{h^2}{2 \sigma_z^2}\right]$$

很显然这就是常用的高斯公式。所以高斯公式是我们解的一种特例。

(II)  $\xi_g \neq 0$

(10) 式中 [A] 项表明，对于正涡度区，上升气流的存在使得地面浓度减小；在负涡度区，下沉气流的存在使得地面浓度增加了，这和一般高浓度往往出现在准静止反气旋控制区域内的观测事实是一致的<sup>(2)</sup>。同时 [A] 也是 Overcamp<sup>(6)</sup> 提出的烟云下倾模

式的地面浓度，该模式使用有效烟云高度  $h' = h - w \frac{x}{u}$  代替了真实源高  $h$ 。这个模式对  $h' > 0$  时基本正确，但当  $h' < 0$  时，将会产生越来越大的误差。因为负涡度区的下沉气流在靠近地面处，污染物不可能穿过地面。同时烟云也难于明显扬起而远离地面。

(10)式中[B]项是烟云在垂直扩散和正负涡度区垂直气流的共同作用下，受地面边界影响所产生的对浓度的修正项。它表明，在正负涡度区内由于垂直气流的作用，地面对于烟云不再完全符合几何全反射原理。也就对 Overcamp 的结论进行了修正。

#### 四、结语

本文间接地把地转涡度引入大气污染物的扩散方程中来，从而了解到天气系统对污染物扩散输运影响的物理本质。也就是，高斯公式作为一种特例忽略了垂直气流对污染物扩散输运的影响，所以只能适用于小尺度的平原地区的扩散计算。在负涡度区（即高压区），由于下沉气流的存在，使得地面浓

度增加；在正涡度区（即低压区），由于上升气流的作用使得地面浓度减小。同时也说明并修正了 Overcamp 的下倾烟云模式所存在的问题。我们知道，在考虑中远距离污染物输运扩散问题时，必须考顾这些问题，即使对于区域性的污染问题，有时也要考虑垂直气流的影响。

#### 参考文献

- (1) 莫兰J, M, 等, «环境科学导论», 北京环境保护局翻译组译, 海洋出版社 P1—10.
- (2) 李宗恺等, 空气污染气象学原理及应用, 气象出版社, 1985年。
- (3) Vito Pagnotti, A Meso-Meteorological Feature Associated with high Ozone Concentrations in the Northeastern United States, Journal of the air pollution Control, 1987, Vol. 37 No.6, P726—722.
- (4) Charney, Julea, and A. Eliassen, Tellus, Vol. 1, P38—54.
- (5) 施介宽, 垂直气流中大气污染物输送扩散的解析模式, 环境科学, 第8卷第4期, 1987年, P24。
- (6) Overcamp, T.J., J.Appl.Met., Vol.15, P1167—1171.

## Effects of synoptic system on atmospheric diffusion model

Liu Hong

(Changzhou Institute of Environmental Engineering Design)

#### Abstract

By incorporating vorticity into the atmospheric diffusion model, it is obtained that the pollutant concentration is increased in the negative vorticity areas, and decreased in the positive vorticity areas, and this result is in accordance with observations.