

降雹过程的动能分析

王雨曾

(人工影响天气研究所)

提 要

本文根据1987年6月29日河北满城县两次降雹过程的观测资料,对降雹的动能作了初步分析。结果表明,成灾地区的冰雹动能、冰雹质量以及冰雹动能通量与质量通量,均明显大于未成灾地区。

雹谱呈负指数型分布。成灾地区与未成灾地区的雹谱分布分别为 $N_{成} = 0.0737e^{-0.2165D}$ 和 $N_{未} = 0.0134e^{-0.2316D}$ 。

近10年来,为了探讨冰雹生长机制及检验人工防雹的效果,国内外对冰雹地面资料的收集工作越来越多,也越来越准确。加拿大、法国、瑞士、意大利等国以及我国国内一些地区,使用各种不同的测雹仪,布置不同的测雹网,以获取落地冰雹的个数、大小、质量、动量、动能等地面资料。

本文根据1987年6月29日在河北满城县高士庄、北台鱼地区先后两次降雹的观测结果,进行冰雹动能的初步分析。

一、冰雹的大小

冰雹的大小是人们最关心的问题之一。冰雹越大,末速度越大,造成的危害也越大;落地冰雹越大,云内 0°C 层高度上的冰雹也越大,对它的影响就更困难。

冰雹大小的观测,一般采用两种方法:一种是用测雹板,根据冰雹留下大小深浅不同的痕迹测量;另一种是对落在背景较深的场地上的冰雹及时进行照相来测量。我们主要采用后一种方法,即在降雹现场进行照相观测。

1987年6月29日高士庄、北台鱼两次降雹的182个观测样品中,最大直径(长轴)36mm,最小3mm左右。直径(D)在3—12mm之间的冰雹占72.2%, $D \geq 20\text{mm}$ 的

占6.5%, $D \geq 30\text{mm}$ 的冰雹只占1.3%。

从图1看出,93.5%的冰雹直径在20mm以下,这与国内外类似的观测结果很一致。1980年河北万全县两次降雹的近500个样品中, $D \geq 20\text{mm}$ 的冰雹占4.7%;甘肃省90%的降雹直径不超过20mm;新疆2126个降雹样品中,98%的冰雹直径在20mm以下。美国、苏联多年降雹记录也得出,直径小于20mm的冰雹占绝对优势。

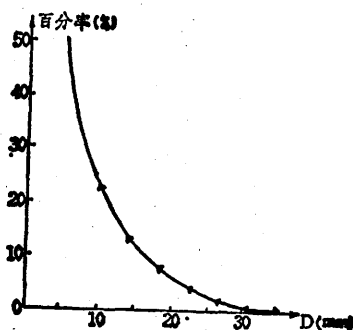


图1 不同直径冰雹的百分率分布

二、冰雹的谱分布

6月29日高士庄、北台鱼至石井地区15时20分开始第1次降雹,15时30分结束;19时01分开始第2次降雹,19时05分结束。两次降雹中,球形冰雹占29.7%,椭球形占55.5%,不规则形占12.6%,锥形只占

2.2%。第1次降雹的数密度平均为309个·m⁻²，第2次为19个·m⁻²。

图2给出了不同地点成灾冰雹雹谱的例子。图3给出了北台鱼炮点至石井地区未成灾的雹谱，即冰雹尺度与空间浓度之间的相关曲线。

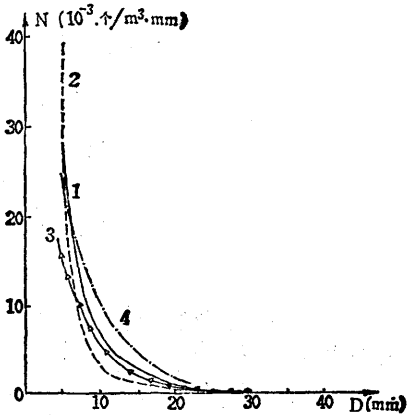


图2 高士庄—北台鱼北成灾地区冰雹空间浓度(N)与冰雹直径(D)的关系曲线

图中1、2、3、4分别为平均谱、北台鱼北、高士庄(1)、高士庄(2)曲线

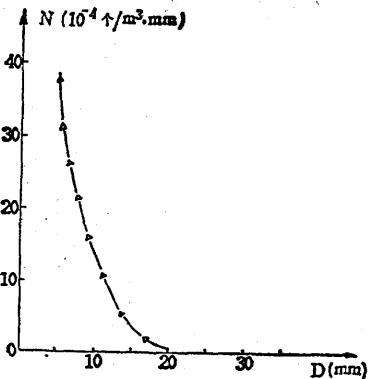


图3 北台鱼炮点—石井未成灾地区冰雹空间浓度(N)与冰雹直径(D)的关系曲线

经统计计算，分别得出成灾地区(高士庄—北台鱼北)和未成灾地区(北台鱼炮点—石井)的降雹谱型。

$$N_{成} = 0.0737e^{-0.2165D} \quad (1)$$

$$N_{未} = 0.0134e^{-0.2316D} \quad (2)$$

从图2、3可看出，6月29日冰雹谱分布有如下特点：(1)雹谱呈负指数型分布($N = N_0 e^{-\lambda D}$)；(2)在同一次降雹过程中，不同地点计算出的 N_0 、 λ 可能不同；(3)宽谱 $D_{max}/D_{min} = 12$ ，窄谱 $D_{max}/D_{min} = 6$ ；(4)大冰雹的空间浓度小， $D \geq 20mm$ 的冰雹为 2.1×10^{-3} 个·m⁻³， $D \geq 30mm$ 的只有 3×10^{-4} 个·m⁻³。而直径等于5mm的小冰雹，空间最大浓度可达 3.97×10^{-2} 个·m⁻³。

三、落地冰雹的动能

从60年代起，国内外一直在探讨防雹效果的检验问题。最近10年，一些国家选用反映冰雹和降雹特征的物理量——冰雹落地动能，作为人工防雹效果检验的基本量值。下面介绍冰雹动能的计算方法及其计算结果。

1. 冰雹落地动能计算公式

设单个冰雹的落地动能为

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{\pi \rho_d^2 g}{9C_D \rho_a} D^4 \quad (3)$$

C_D ：阻力系数， ρ_a ：空气密度， ρ_d ：冰雹密度， D ：冰雹直径，则单位面积(m²)上落地冰雹动能为

$$E_T = \sum_{i=1}^p n_i E_i = \frac{\pi \rho_d^2 g}{9C_D \rho_a} \sum_{i=1}^p n_i D_i^4$$

$$\text{令 } K = \frac{\pi \rho_d^2 g}{9C_D \rho_a}$$

$$E_T = K \sum_{i=1}^p n_i D_i^4 \quad (4)$$

在华北地区取 $K = 4.16 \times 10^{-9}$ 。根据1987年6月29日受灾地区平均雹谱资料计算得出，该区 $E_T = 35.33J \cdot m^{-2}$ 。

这两次过程中测得最大冰雹直径(等效直径) $D' = 34mm$ ，则最大冰雹落地动能为：

$$E' = 4.16 \times 10^{-9} \times D'^4 = 5.56J \cdot m^{-2}$$

2. 冰雹质量计算

若单个冰雹质量为 $m = \frac{4}{3}\pi(D/2)^3 \rho_d = 0.47 \times 10^{-3} D^3 (\rho_d = 0.9)$ ，则单位面积(m²)

上的冰雹质量

$$M_T = \sum_{i=1}^p n_i m_i = 0.47 \times 10^{-6} \sum_{i=1}^p n_i D_i^3 \quad (5)$$

式中 n_i , m_i , D_i 分别为落在地面上第 i 档冰雹个数 (个· m^{-2}), 冰雹质量 ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-2}$) 和冰雹直径 (mm)。

根据高士庄受灾地区平均雹谱计算得到该区 $M_T = 0.2439 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$; 最大冰雹质量 $M = 0.0185 \text{ kg}$ 。

3. 冰雹动能通量和质量通量的计算

运动中的能量一般是用能量通量来度量的。通量定义为单位时间内通过某一参考面某种量。

(1) 冰雹动能通量 $\dot{E}$

① 加拿大等国采用下式计算

$$\dot{E} = \int_0^\infty \frac{\pi \rho_d}{12 \times 10^6} N D^3 V^3 dD \quad (6)$$

将 $V = V_0 D^{1/2}$, $N = N_0 e^{-\lambda D}$ 代入 (6) 式得

$$\dot{E} = \frac{\pi \rho_d V_0^3}{12 \times 10^6} N_0 \int_0^\infty D^{4.5} e^{-\lambda D} dD \quad (6')$$

用 1987 年 6 月 29 日高士庄—北台鱼北受灾地区平均雹谱资料, 根据 (6') 式计算得到

$$\dot{E}_1 = 0.4707 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

北台鱼炮点—石井未成灾地区

$$\dot{E}_2 = 0.059 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

② 根据气象观测规范, 冰雹直径的下限应为 $D_* = 5 \text{ mm}$, 因此 (6') 式应改为

$$\dot{E}_* = \frac{\pi \rho_d V_0^3}{12 \times 10^6} N_0 \int_{D_*}^\infty D^{4.5} e^{-\lambda D} dD \quad (6'')$$

设 $V_0 = 4.85$, $\rho_d = 0.9$, 代入 (6'') 式, 计算得到:

$$\begin{cases} N_{0\text{成}} = 0.0737, \lambda_{\text{成}} = 0.2165 \\ \dot{E}_{*\text{成}} = 0.061 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \\ N_{0\text{未}} = 0.0134, \lambda_{\text{未}} = 0.2316 \\ \dot{E}_{*\text{未}} = 0.0086 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \end{cases}$$

(2) 冰雹质量通量 $\dot{M}$

$$\textcircled{1} \quad \dot{M} = \int_0^\infty \frac{\pi \rho_d}{6} D^3 V N dD \quad (7)$$

将 $V = V_0 D^{1/2}$, $N = N_0 e^{-\lambda D}$ 代入 (7) 式得,

$$\dot{M} = \int_0^\infty \frac{\pi \rho_d V_0}{6 \times 10^6} N_0 D^{3.5} e^{-\lambda D} dD$$

$$\therefore \dot{M} = 2.66 \times 10^{-5} N_0 \lambda^{-4.5} \quad (7')$$

根据 (7') 式, 6 月 29 日成灾及未成灾地区的质量通量分别为

$$\dot{M}_{\text{成}} = 1.92 \times 10^{-3} \quad (\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1})$$

$$\dot{M}_{\text{未}} = 0.26 \times 10^{-3} \quad (\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1})$$

② 按气象观测规范, 冰雹直径的下限为 $D_* = 5 \text{ mm}$, 则

$$\dot{M}_* = \frac{\pi \rho_d V_0}{6 \times 10^6} \int_{D_*}^\infty N_0 D^{3.5} e^{-\lambda D} dD$$

$$\dot{M}_* = 2.29 \times 10^{-5} N_0 \int_{D_*}^\infty D^{3.5} e^{-\lambda D} dD \quad (7'')$$

根据 (7'') 式, 计算 6 月 29 日成灾与未成灾地区的质量通量分别为

$$\dot{M}_{*\text{成}} = 2.52 \times 10^{-4} \quad (\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1})$$

$$\dot{M}_{*\text{未}} = 0.38 \times 10^{-4} \quad (\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1})$$

4. 冰雹动能通量与雷达反射率

设雷达反射因子 Z 与 N 和 D^6 有关

$$\therefore Z = \int_0^\infty N_0 e^{-\lambda D} D^6 dD$$

$$Z = N_0 6! \lambda^{-7} \quad (\text{mm}^6 \cdot \text{M}^{-6}) \quad (8)$$

(8) 与 (6') 联立得

$$\dot{E} = 7.98 \times 10^{-6} N_0^{0.214} Z^{0.788} \quad (9)$$

根据 1987 年 6 月 29 日高士庄—北台鱼平均雹谱资料得到冰雹动能通量为:

$$\dot{E} = 4.57 \times 10^{-6} Z^{0.788} \quad (\text{J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}) \quad (9')$$

(8) 与 (7') 式联立解得冰雹质量通量为:

$$\dot{M} = 3.86 \times 10^{-7} N_0^{0.357} Z^{0.643} \quad (10)$$

$$\dot{M} = 1.52 \times 10^{-7} Z^{0.643} \quad (10')$$

注: N_0 由受灾地区平均雹谱资料推算为 0.0737 (详见表 2)。

5.应用雹谱资料订正雷达反射率

设离雷达站为Rkm处的最大回波强度为Z, 则

$$Z = CR^2 10^{\frac{A}{10}} \quad (11)$$

上式中, C为常数, A为dB数, 对于711雷达, 上式可化为:

$$Z = 4.1 \times 10^{-3} R^2 10^{\frac{A}{10}} \quad (11')$$

$$\text{令 } Z_{\min} = 4.1 \times 10^{-3} R^2$$

(11')两边取对数得

$$A = 10 \lg \frac{Z}{Z_{\min}} \quad (11'')$$

设由雷达观测到的最大dB数为A₁, 最大反射率为Z₁ (mm⁶·m⁻³); 由雹谱资料推算得到的最大dB数为A₂, 最大反射率为Z₂ (mm⁶·m⁻³)。

表1 Z₁—Z₂, A₁—A₂对应表

观测时间	地点	A ₁	Z ₁	A ₂	Z ₂
1987.6.29	高士庄	50	2.17×10 ⁵	60	2.38×10 ⁵
1987.6.29	北台鱼	45	1.18×10 ^{4.5}	54	2.73×10 ⁵
1980.7.20	郭磊庄	35	4.46×10 ^{3.5}	49	3.32×10 ⁵

从表1可以看出, 使用711雷达测得回波的最大强度和最大衰减与雹谱资料推算的分别差一个量级或10dB左右。这可能由于711雷达回波在云中衰减较厉害, 所以测量值必然偏低。在实际工作中应该用雹谱资料订正3cm雷达观测结果。

表2 N₀, λ及相关系数R'表

取样地点	N ₀	λ	R	注
高士庄(1)	0.0300	0.1552	-0.9951	受灾严重
高士庄(2)	0.0693	0.1874	-0.9873	受灾严重
北台鱼北	0.0790	0.2539	-0.9596	受灾
受灾地区平均	0.0737	0.2165	-0.9896	
北台鱼炮点	0.0134	0.2316	-0.9950	未成灾

表2是根据1987年6月29日在取样地区获得的雹谱资料推算出来的。

四、分析与讨论

1.从图1与表2看出, 1987年6月29日降雹过程的冰雹大小与浓度的相关性较好, 相关系数R'的绝对值都在0.95以上, 冰雹尺度越大, 冰雹浓度越小。

从降雹实况分析, 高士庄成灾地区冰雹密度大, 最大冰雹尺度也大(见表3); 未成灾的北台鱼炮点到下风方的石井地区冰雹稀而小。从雹谱型比较, 经验系数λ值差不多, 而N₀有明显差别, 成灾地区的N₀成大于未成灾地区的N₀未。

2.在一次降雹过程中, 各个测雹点获得的冰雹大小、数量是不相同的(见表3)。根据国外资料(如瑞士、意大利)分析, 在雹云单体轨迹下的测雹点, 至少有一个测雹点测出E_T等于或大于15J·m⁻²时, 这次降雹称为成灾冰雹。按照这个标准, 1987年6月29日15²⁰—15³⁰是一次成灾降雹过程, 同日19⁰¹—19⁰⁵是一次未成灾冰雹过程。北台鱼炮点E_T只有1.03J·m⁻², 未造成灾害。

3.从(4)式分析得到冰雹落地动能主要与冰雹直径的4次方与冰雹数密度的乘积成正比, 若以E_T=15J·m⁻²作为是否造成损失的判据(或分界线), 当冰雹直径D=5mm时, 则n>5769个·m⁻², 才能造成灾害; 若D=25mm时, 只要n>9个·m⁻², 就可能成灾。一个D=34mm的冰雹落地动能E'=5.56J·m⁻², 三个这样大的冰雹就可达到E_T=15J·m⁻², 而它造成的损失不大可能比D=15mm, n=71时造成的损失大。所以分析灾情时, 除了考虑落地冰雹动能值外, 还要注意落地冰雹质量、数密度等。

4.从表3可看出, 高士庄地区计算得到的动能值与冰雹质量分别在42.68J·m⁻²和0.295kg·m⁻²以上; 北台鱼北为15.56J·m⁻²和0.114kg·m⁻², 这个结果与当地农业部门的调查材料是一致的, 高士庄有2300亩农田受灾5成以上, 而北台鱼北农田受灾只有3

表 3 冰雹大小数量统计表

个数 直径(mm) 采样点	高士庄(1)	高士庄(2)	北台鱼北	北台鱼炮点	石 井
3—7	104	169	258	10	2
8—11	56	91	28	6	1
12—15	32	52	22	2	1
16—19	20	40	10	1	1
20—23	16	13	6		
24—27	8				
28—31	4				
总数(个·m ⁻²)	240	365	324	19	5
E _T (J·m ⁻²)	60.7	42.7	15.6	1.03	
$\dot{E}_*$ (J·m ⁻² ·s ⁻¹)	0.103	0.102	0.035	0.008	
M(kg·m ⁻²)	0.325	0.295	0.114	0.009	
$\dot{M}_*$ (kg·m ⁻² ·s ⁻¹)	2.8×10^{-4}	3.6×10^{-4}	1.7×10^{-4}	0.38×10^{-4}	

成,不成灾的炮点周围,分别只有 $E_T = 1.03 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2}$, $M = 0.009 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$ 。

5.由积分公式(6)和(7)计算出的 $\dot{E}$ 与 $\dot{M}$ 比用 $E_T/\Delta t^*$ 与 $M_T/\Delta t^*$ 推算得到的值大一个量级左右,这是因为求和公式 $E_T = K_1 \sum n_i D_i^4$, $M = K_2 \sum n_i D_i^3$ 只考虑测雹点获得的样品数密度与大小,而积分公式(6)与(7)把0—5mm段的冰雹也考虑进去了。改用(6'')与(7'')积分公式,即只考虑 $D > 0.5 \text{ mm}$ 段,推算得到的 $\dot{E}_*$, $\dot{M}_*$ 与求和公式的计算值较接近。

6.通过三个地区雹谱资料推算的 Z_2 与

711雷达观测获得的 Z_1 值都差一个量级,这个差异虽然不像是偶然误差,但由于个例不多,资料不够,还难以完全证实这样大的差异,有待今后积累更多的资料,作进一步分析。

参考文献

- (1) 王雨曾,当前外场防雹试验研究的若干情况,气象,1987年8期。
- (2) L. Wojtiw and C. G. Ewing, The use radar to estimate crop damage for hailstorms in Alberta, Canada, 21st Conf. on Radar. Meteor. preprints, 435—441, 1983.

An analysis on kinetic energy of hailfall process

Wang Yuzeng

(Academy of Meteorological Science)

Abstract

According to the observed data of two hailfall processes occurred in the Mancheng county of Hebei Province during June 29, 1987, kinetic energy of hailfall to the ground is preliminarily analysed in this paper.

It is found that the kinetic energy density (E_T), the flux of kinetic energy ($\dot{E}$), the mass of hail (M_T) and the flux of mass ($\dot{M}$) observed in the damaged areas are explicitly much higher than those of non-damaged areas.