

# 森林火险预报的最优经济决策 及其效益的估算

毛贤敏<sup>1)</sup>

(沈阳中心气象台)

## 提 要

本文简要介绍了从平均损失最小准则出发, 预报连续量的最优经济决策的计算方法, 并计算了辽宁省森林火险指数预报潜在的经济效益。计算结果表明, 当损失函数是预报误差的二次函数时, 采用回归值最优决策代替目前使用的平均值决策方法, 全省165个林场每年可以减少损失78.7%, 折合人民币约343万元。

### 一、前言

气象预报(包括直接从气象预报制作的森林火险预报)的使用, 尤其是与经济活动(措施)相联系时, 必然遇到如何实施最优决策的问题。

对于定量预报来说, 只要知道某预报量X的预报值为 $x^*$ , 实际值x的条件分布密度或实际值与预报值的联合分布时, 即可根据确定性预报求得最优决策。

从某种意义上讲, 最优决策往往比提高预报准确率有更大的经济效益。有关最优决策理论和方法研究方面的情况, 文献[1]—[3]已有阐述。

本文的估算说明, 对森林火险指数预报的决策使用, 会收到很大的经济效益。

### 二、经济效益的最优决策模式

林场或林地根据森林火险指数的预报值, 采取相应措施, 可以降低护林防火的花费或防止林火的发生, 其直接效果是减少损失。当用户按照某一预报值进行决策时, 这时的决策值a是用户根据定量火险指数预报 $x^*$ 通过一定规则

$$a = s(x^*) \quad (1)$$

进行选取的<sup>[4]</sup>。这种规则就相当于一个确定的经济策略。

设由于决策不当所造成的平均<sup>2)</sup>经济损失为

$$R = \int_{\langle x \rangle} \int_{\langle x^* \rangle} r(x, a = s(x^*)) f(x, x^*) dx^* dx \quad (2)$$

式中(x)和( $x^*$ )为X的实况值和预报值的变化范围。 $f(x, x^*)$ 为实况值x和预报值 $x^*$ 的联合分布。设r为二次损失函数, 有以下形式:

$$r(x, a) = \begin{cases} B_1(x-a)^2 & \text{当 } x \leq a \text{ 时} \\ B_2(x-a)^2 & \text{当 } x > a \text{ 时} \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{令 } K = \frac{B_1}{B_2} \quad (4)$$

于是寻找使用定量预报的最优策略问题也就归结为求出使得R达到最小的变换关系

$$a = a_0 = s_0(x^*) \quad (5)$$

根据Жуковский的推导<sup>[5]</sup>, 假定x与 $x^*$ 呈二维正态联合分布, 导出了 $a_0$ 的计算公式

$$a_0 = \bar{x}(x^*) + t_0 \sigma \sqrt{1-\rho^2} \quad (6)$$

式中 $\bar{x}(x^*)$ 是预报变量的条件数学期望,  $t_0$ 称为最优位移参数, 无量纲(由 $B_1$ 与 $B_2$ 的比值即K而定),  $\sigma$ 是实际值x的标准差,  $\rho$ 是x和 $x^*$ 的相关系数。

火险指数 $Y_{FI}$ 是根据回归方法得到的, 即该预报值满足等式

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}^* &= \bar{x} \\ \sigma^* &= \rho\sigma \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

因而预报变量的条件数学期望 $\bar{x}(x^*)$ 即为 $x^*$ , (6)式成为

$$a_0 = x^* + t_0 \sigma \sqrt{1-\rho^2} \quad (8)$$

1) 辽宁省林业厅提供了有关资料, 杜景波、邢江月两同志协助进行某些计算。

2) 这里的平均是指统计意义上的平均, 下同。

由(8)式可以看出,回归方程预报的最优使用方法是,用户按照某一与 $x^*$ 略有不同的 $a_0$ 值来作决策,即在预报值 $x^*$ 上附加一个与 $x^*$ 无关的值 $t_0\sigma\sqrt{1-\rho^2}$ 。当 $B_1=B_2(K=1)$ 时, $t_0=0$ ,最优策略就变成了完全相信回归方程预报。

表1为4种决策方法的决策值 $a$ 的求法及平均损失 $R$ 的算法。

表1 4种决策方法的 $a$ 与 $R$ 求算表

名称	决策值 $a$ 的求法	平均损失 $R$ 的算法
实况平均值决策	$\bar{x}$	$R_{\bar{x}} = \frac{1}{2}(B_1 + B_2)\sigma^2$
气候值最优决策	$x + t_0\sigma$	$R_{气候} = R_{\bar{x}} \left[ 1 - \frac{2}{1+K} \phi(t_0) \right]$
回归预报值决策	$x^*$	$R_{预报} = R_{\bar{x}}(1-\rho^2)$
回归值最优决策	$x^* + t_0\sigma\sqrt{1-\rho^2}$	$R_0 = R_{气候}(1-\rho^2)$

表1中的 $\Phi(t_0)$ 为概率积分

$$\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (12)$$

在 $t=t_0$ 时的值。

从表1中可以看出, $R_{预报} \leq R_{\bar{x}}$ 和 $R_0 \leq R_{气候}$ 总是成立,说明回归预报值决策总是好于实况平均值决策,回归值最优决策总是好于气候最优决策。如果 $\left[ 1 - 2\frac{1-K}{1+K} \phi(t_0) \right]$

小于1,则气候值最优决策好于实况平均值决策,回归值最优决策好于回归预报值决策(一般情况如此)。

### 三、火险指数预报的计算实例

沈阳中心气象台与辽宁省林业厅防火办公室合作研究,建立了火险指数 $Y_{FI}$ 的回归预报方程;预报量为火险指数,是表征森林火灾发生可能性及燃烧猛烈程度的一个无量纲量,取值范围为1—100;数值愈大,危险愈严重。林场根据其值的大小,采取相应的护林防火措施。 $Y_{FI}$ 直接由可燃物含水量以及当时温度、湿度、有无降水及其量等因素所确定。业务使用中,要求林场采用由(13)式计算出来的回归值最优决策值 $(Y_{FI})_0$ 采取措施;

$$(Y_{FI})_0 = Y_{FI}^* + t_0\sigma\sqrt{1-\rho^2} \quad (13)$$

上式即为(8)式的具体应用, $Y_{FI}^*$ 为回归预报值。

#### 1. 对 $t_0$ 的确定

前面已经谈到, $t_0$ 是最优位移参数,由 $B_1$ 与 $B_2$ 所定。因而下面先说 $B_1$ 与 $B_2$ 的确定方法。

辽宁省1980—1986年(缺1982年)6年中,共发生火灾613次;平均每次直接经济损失为人民币1875.04元(只包括烧毁的成林树、幼树以及扑火人工、出动车辆等四项,其它损失如人员死亡、破坏生态、烧毁灌木林等均无法计算)。

以某一林场为例,由于预报值 $Y_{FI}^*$ 偏高而造成的损失可以这样估计;若实况值 $Y_{FI}$ 为0,而预报值 $Y_{FI}^*$ 为100,则该林场错误的全体出动去巡山管制火源,派出人员60名,每人每天2元,花费120元,附加专设广播、瞭望、打防火沟等花费200元,合计320元。设损失函数 $r$ 是 $(Y_{FI} - Y_{FI}^*)$ 的二次函数,则根据(3)式有

$$B_1 = \frac{r}{(Y_{FI} - Y_{FI}^*)^2} \quad (14)$$

这里 $r=320$ 元, $(Y_{FI} - Y_{FI}^*)=100$ ,代入(14)式,得 $B_1=0.032$ 元/(每1指数差) $^2$ 。

相反,预报值 $Y_{FI}^*$ 偏低而造成的损失可这样估计;若实况值 $Y_{FI}$ 为100,而预报值 $Y_{FI}^*$ 为0,则势必引起一场火灾,损失为1875.04元,这里的 $r=1875.04$ 元, $(Y_{FI} - Y_{FI}^*)=100$ ,代入(3)式,得 $B_2=0.187504$ 元/(每1指数差) $^2$ 。从而损失函数为

$$r(x, a) = \begin{cases} 0.032(Y_{FI} - Y_{FI}^*)^2 & \text{当 } Y_{FI} \leq Y_{FI}^* \text{ 时} \\ 0.187504(Y_{FI} - Y_{FI}^*)^2 & \text{当 } Y_{FI} > Y_{FI}^* \text{ 时} \end{cases} \quad (15)$$

根据(4)式, $K$ 值为

$$K = \frac{B_1}{B_2} = \frac{0.032}{0.187504} = 0.1707 \quad (16)$$

得到 $K$ 值后,求取 $t_0$ 分两种情况:

1) 当损失函数为线性时;根据(12)式,可在正态分布表上找出满足 $\Phi(t) =$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1-K}{1+K} \right) \text{ 的 } t = t_0 \text{ 值;}$$

2) 当损失函数为二次时;应从

$\frac{t}{t\Phi(t) + \varphi(t)} = \frac{1}{2} \left( \frac{1-K}{1+K} \right)$  中求出  $t_0$ ，其中

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} \quad (17)$$

为正态分布密度函数。这种情况下运算较为麻烦，但文献〔3〕与〔4〕均给出了ЖК-КОВСКИЙ 提供的  $t_0$  与  $K$  的关系曲线图（包括线性和二次函数），使用时可直接由  $K$  值读得  $t_0$ ，本例中  $t_0$  为 0.61。

### 2. $(Y_{FI})_0$ 的求得

我们根据火险指数实况值  $Y_{FI}$ （从每天实地点火试验中，由易燃程度确定其值大小）和筛选后的 4 个因子（可燃物含水量，空气相对湿度，气温，当天降水量）建立回归方程。样本长度 91（1985 年 4 月 1 日—6 月 30 日）。同时算得实况值  $Y_{FI}$  的标准差  $\sigma$  为 34.53； $Y_{FI}$  与  $Y_{FI}^*$  的相关系数  $\rho$  为 0.8279，把有关的值代入（13）式，则有

$$(Y_{FI})_0 = Y_{FI}^* + 0.61 \times 34.53 \sqrt{1-0.8279^2} \\ = Y_{FI}^* + 11.81 \quad (18)$$

（18）式即为我们日常业务使用的回归值最优决策公式，它是在回归预报值上加一常数 11.81。

### 3. 平均损失 $R_0$ 的计算

根据表 1 所列的表达式，得

$$R_0 = \frac{1}{2} (B_1 + B_2) \sigma^2 \times \\ \left[ 1 - 2 \frac{1-K}{1+K} \Phi(t_0) \right] (1-\rho^2) \quad (19)$$

把具体数值代入（19）式，可得

$$R_0 = \frac{1}{2} (0.032 + 0.187504) \times 34.53^2 \times \\ \left[ 1 - 2 \frac{1-0.1707}{1+0.1707} \times 0.229 \right] (1-0.8279^2) \\ = 27.81 \text{ (元/每次)} \quad (20)$$

根据表 1 中的表达式，计算了 4 种决策的平均损失，列于表 2。从表 2 中可以看出，我们所选取的回归值最优决策其经济效益十分显著，平均损失远小于其它 3 种，是 4 种方法中的最佳者。

### 4. 经济效益的计算

有了平均损失  $R$  后，就可以定义一个相对指标，即潜在经济效益  $\lambda$ ；它可以对任意

表 2 4 种决策方法平均损失对比表

名 称	平均损失(元/次)
实况平均值决策	$R\bar{x} = 130.86$
气候值最优决策	$R_{\text{气候}} = 88.40$
回归预报值决策	$R_{\text{预报}} = 41.17$
回归值最优决策	$R_0 = 27.81$

两种方法进行设定。由于各林场在没有森林火险指数预报情况下采取相同的措施，这实际上是一种实况平均值决策，因而我们在此定义  $\lambda$  为  $\lambda_0$

$$\lambda_0 = \frac{R\bar{x} - R_0}{R\bar{x}} \quad (21)$$

把表 2 数值代入（21）式，得  $\lambda_0 = 78.7\%$ ；说明使用回归值最优决策业务方法后，比原来减少损失 78.7%，或提高经济效益 78.7%。

辽宁全省共有 165 个林场，据林业厅提供的统计数字，平均每个林场每年防火护林花费约 26000 元，火灾损失约 387 元；共计直接经济损失（或花费）26387 元。已如前述，这个损失是在以火险指数的气候平均作为决策值情况下造成的，如果换成回归值最优决策，则可降低损失 78.7%，即节约 20766.57 元。全省 165 个林场，总共可减少损失约 343 万元。

也可以根据表 2 中的值进行估算；若采取实况平均值决策，每次平均损失 130.86 元，以每年防火 7 个月（210 天）计算，一年共损失  $130.86 \times 210 = 27480.60$  元。这个数字与林业厅所提供的实际损失 26387 元甚为接近；说明我们设定的损失函数  $r$  是合理的，我们认为目前林场是以平均值作为决策方法的推断是符合实际的。如果采用回归值最优决策，每次平均损失 27.81 元，也以 210 天计算，共损失 5840.10 元，每一林场每年减少损失（效益）为  $27480.60 - 5840.10 = 21640.50$  元，也是占原全部损失的 78.7%。

不同的预报水平有不同的经济效益。文献〔6〕评价了伊春火险等级预报的效益，给出了潜在的经济利益值（即理想预报与伊春方法的效益差）为 22582.20 元，与我们的

每个林场减少损失21640.50元相当。

#### 四、总结与讨论

1. 按照预报连续量的最优经济决策原理, 我们的火险指数预报用于全省国营林场, 潜在的经济效益为每年343万元 (不包括间接损失的减少和集体、个人山林的增益)。

2. 现实的经济效益要视实际预报水平而定; 但可以证明, 它总是高于以平均值作为决策值 (即目前状况) 的决策方法, 就是说, 它的效益是肯定的。

3. 本文在求取 $B_1$ 与 $B_2$ 的数值时, 由于缺乏实际数据, 方法比较粗略; 理论上说来, 最好在具备足够样本条件下、应用最小二乘

法原理确定。

#### 参 考 文 献

- [1] 史国宁, 气象情报经济效果的评价及其意义, 科技, 1983年, 第3期。
- [2] 史国宁, 建立气象经济模式的基本原则, 气象, 1982年, 第12期。
- [3] 施能、蒋伯仁, 气象情报的经济效益和最优决策, 气象科技, 1985, 年第2期。
- [4] 史国宁, 气象要素连续量预报的经济效益评价和经济决策, 气象科技1986年第3期
- [5] Жуковский, Е. Е., Метеорологическая информация и экономические решения, Гидрометеоиздат, 1981.
- [6] 郑长贵、张之筠等, 评价森林火险等级预报效用的试验, 气象, 1984, 年第10期。

## Economic optimum decision of Forest Fire

### Risk forecasting and its benefit

Mao Xianmin

(Shenyang Central Meteorological Observatory)

#### Abstract

In this paper, the author has calculated the potential economic benefit for Forest Fire forecasting. The results show that the loss of all 165 forest farms over Liaoning Province, using the optimum decision of regression value instead of the mean value decision, will reduce the 78.7%, which is equivalent about 3,430,000 yuan, when the loss function is the quadratic function of forecasting errors.