多层递阶方法在短期天气预报中的应用试验

孔 玉 寿

(空军气象学院)

提　　要

本文使用多层递阶的基础理论，提出了短期雷暴预报的两种模型A和B。试验结果表明，多层递阶方法，对于短期天气预报也具有较强的预报能力。

一、前言

天气预报的多层递阶方法，是运用现代控制理论中的系统辨识法解决天气预报问题的一种新方法[1]。它的基本思想是：把大气系统这一动态时变参数系统的状态（预报对象）的预报分解成两步：首先对系统的时变参数进行预报；然后再对系统的状态进行预报，形成参数-状态预报的反馈回路。这种方法的主要特点是能充分考虑系统的时变特性，从而可能使预报准确率和预报精度提高。它在一定程度上克服了通常的多元回归统计预报方法的局限性——用固定参数的模型(预报方程一旦建立，因子的系数就成为定值）来预报大气这一时变动态系统的状态。

近两年来，多层递阶方法的应用，已经取得了一定的效果[2]。但却主要在长期天气预报方面，而对中短期预报还很少有人研究。事实上，由于该方法中对各层时变参数的预报都是建立在时间序列分析基础上的，而在如何描述参数的时变特性，怎样建立参数估值的时间序列等问题上，中短期预报应有别于长期预报的处理方法。本文针对这一问题进行探讨和试验。结果表明，多层递阶方法对于短期天气预报也具有较强的预报能力。

二、多层递阶预报的一般做法

这里仅以最常用的线性单输出（一个预报对象）动态系统的预报为例。

一般地，当我们所要预报的气象要素或特征量只有一个，而与之有关的预报因子为s个（$s\geqslant1$）时，线性单输出系统的数学模型可写为：

$$y(t)=\sum_{h=1}^{n}a_h(t)y(t-h)+\sum_{i=1}b_i(t)u_i(t)+\sum_{j=l+1}^{m}b_j(t)u_j(t-1)+\cdots+\sum_{\substack{k=r+1\\ r>m}}b_k(t)u_k(t-N)+e(t) \qquad (1)$$

其中$y(t)$为一维的输出（预报量），$u_1(t)$、$u_2(t)$、……、$u_s(t-N)$为s个一维的输入（预报因子），$a_1(t)$、$a_2(t)$、…、$a_n(t)$、$b_1(t)$、$b_2(t)$、…、$b_s(t)$为$n+s$个时变参数。n为$y(t)$的自回归阶数，$e(t)$为一维的随机噪声。若置：

$$\phi(t)^T=[y(t-1),\cdots,y(t-n),u_1(t),\cdots,u_s(t-N)]$$

$$\theta(t)^T=[a_1(t),\cdots,a_n(t),b_1(t),\cdots,b_s(t)]$$

则（1）式可改写为：

$$y(t)=\phi(t)^T\theta(t)+e(t) \qquad (2)$$

为了反映参数的时变特性，模型（2）中的时变参数$\theta(t)$一般可按如下递推公式算出：

$$\hat{\theta}(t)=\hat{\theta}(t-1)+\frac{1}{\|\phi(t)\|^2}\phi(t)\{y(t)-\phi(t)^T\hat{\theta}(t-1)\} \qquad (3)$$

由实际观测数据，用（3）式即可得到一系列参数估值：

$$\hat{\theta}(1),\ \hat{\theta}(2),\ \cdots,\ \hat{\theta}(N)$$

其中N为观测数据组数。对参数估计序列$\{\hat{\theta}(t)\}$进行分析，寻其规律，并通过适当的数学方法建立预报模型对参数进行预报，得出向前一步的参数预报值$\hat{\theta}^*(N+1)$，从而可有预报结论：

$$\hat{y}^*(N+1)=\phi(N+1)^T\hat{\theta}^*(N+1) \qquad (4)$$

三、应用试验情况

我们以南京地区5月份雷暴的24小时预报作试验。规定每日06时到18时内，南京地区（以南京市为中心，半径为150km的区域）至少有两个测站出现过雷暴为一个雷暴日。

试验中以1982—1984年5月份资料建立了A、B两套预报模型，并在1985和1986年5月份进行了实际试报。

（一）预报模型A

对于雷暴我们首先采用一套类似于分型功能又有明确物理意义的指标（我们称之为“辨识条件”）作为起报条件(具体规定略)，当符合辨识条件之一时，南京地区次日均无雷暴发生。在辨识以后，再进行多层递阶预报。

1.输入变量（预报因子）的选取

在普查资料的基础上，经统计分析，最后确定了5个组合因子（均作了0、1化处理），作为预报系统的输入变量，它们是：

u_1：南京17时地面气温和露点温度的24小时变量的组合。取$\Delta T_d{}^{17}{}_{24}>(3.0-4.5\Delta T^{17}{}_{24})$时$u_1$为1，否则为0。该因子反映低层大气增温增湿过程对产生雷暴的影响。

u_2：当南京08时850与500hPa上的温差$T^*>19$℃且沙瓦特指数$S<7$℃时取u_2为1，否则为0。该因子表示大气层结稳定度与雷暴的关系。

u_3：取南京08时$\Delta IP_{24}<(-3.0+0.67\Delta T_{C24})$时为1，否则为0。其中$\Delta IP_{24}$为改进的波氏指数的24小时变量（$IP=\phi_{700}\times10^{-1}-T_{700}(℃)-200$），$\Delta T_{C24}$为凝结高度上气温的24小时变量。该因子综合反映动力作用（700hPa有低值系统影响时，位势高度ϕ_{700}下降，IP减小）和对流层中下层能量积累过程（700hPa气温T_{700}以及T_C升高）对发生雷暴的作用。

u_4、u_5均为数值预报因子（取自日本传真图），取$\overline{T}_{850}\geqslant14$℃且$\overline{\omega}_{700}<2$时$u_4$为1，否则为0。其中$\overline{T}_{850}$为850hPa24小时气温预报的4点(30°N、115°E；30°N、120°E；35°N、115°E；35°N、120°E）平均值，$\overline{\omega}_{700}$为700hPa 24小时垂直速度预报的空间平均值。取地面气压场24小时预报为东高西低型，且36小时预报南京有降水时u_5为1，否则为0。东高西低的标准是：35°N、125°E和30°N、125°E处的气压分别高于30°N、105°E和35°N、115°E处的气压。

2.预报系统的数学模型

根据历史资料及上述选取的输入变量，我们确定预报系统的数学模型为受控的多元回归模型，其表达式可写为：

$$\begin{aligned} y(t) = & a_0(t)+a_1(t)u_1(t\text{-}) \\ & +a_2(t)u_2(t\text{-})+a_3(t)u_3(t\text{-}) \\ & +a_4(t)u_4(t) \\ & +a_5(t)u_5(t)+e(t) \qquad (5) \end{aligned}$$

其中$a_0(t)$、$a_1(t)$、…、$a_5(t)$均为待定的时变参数；$u_1(t\text{-})$、$u_2(t\text{-})$、…、$u_5(t)$分别为上述5个输入变量，前期（08时和17时）因子统一用符号“t_-”表示；而$e(t)$是均值为零的白噪声。若令

$$\begin{aligned} \phi(t)^T = [& 1,u_1(t_-),\ u_2(t_-), \\ & u_3(t_-),\ u_4(t),\ u_5(t)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta(t)^T = [& a_0(t),\ a_1(t),\ a_2(t), \\ & a_3(t),\ a_4(t),\ a_5(t)] \end{aligned}$$

则（5）式就可写成（2）的形式。因此，当预报出时变参数$\hat{\theta}^*(N+1)$后，就可得到相应的预报方程：

$$\begin{aligned} \hat{y}^*(N+1) &= \phi(N+1)^T\hat{\theta}^*(N+1) \\ &= \hat{a}^*{}_0(N+1)+\hat{a}_1{}^*(N+1) \\ &\quad u_1(N+1_-)+\hat{a}_2{}^*(N+1) \\ &\quad u_2(N+1_-)+\hat{a}^*{}_3(N+1) \\ &\quad u_3(N+1_-)+\hat{a}_4{}^*(N+1) \\ &\quad u_4(N+1)+\hat{a}_5{}^*(N+1) \\ &\quad u_5(N+1) \qquad (6) \end{aligned}$$

3.时变参数的估值和预报

我们的目的是作出5月份逐日有无雷暴的预报。通过辨识条件的使用，所剩样本资料不但少而且不能构成等间隔离散流动时间序列，这就难以用（3）式进行参数的递推估值。为此我们先用1982年5月的资料（指用辨识条件过滤以后的资料，下同）组建一个全回归方程。然后加入1983年5月的资料，组建第二个全回归方程。接着再得到含有1984年5月资料的第三个全回归方程（若有N年资料，就可得到如此“逐步充实”的N个

全回归方程)。并以此构成流动时间序列。各回归方程中相应的系数就作为时变参数在各时刻的估计值。表1所列的就是这样的时变参数估值。

同时，由于用一个回归方程作某要素的有无判别预报时，需有一个对应的临界判别值。一般它也是时变的，也需要作出预报。为此记其为$\hat{y}_c(t)$，列于表1之末。

表1　时变参数的估值（A）

t	年	$\hat{a}_0(t)$	$\hat{a}_1(t)$	$\hat{a}_2(t)$	$\hat{a}_3(t)$	$\hat{a}_4(t)$	$\hat{a}_5(t)$	$\hat{y}_c(t)$
1	1982	-0.3538687	0.2941549	0.4318753	0.2575692	0.1095459	0.4781330	0.42693445
2	1982—1983	-0.4109993	0.3415207	0.3082281	0.1632032	0.2582532	0.4140879	0.4494777
3	1982—1984	-0.3779102	0.3351582	0.2967048	0.1376452	0.2663871	0.4000665	0.45596895

从表1中分析各参数时间序列的演变规律，可以发现，$\{\hat{a}_0(t)\}$ 与 $\{\hat{a}_1(t)\}$ 有着相似的变化趋势(下面仅以 $\{\hat{a}_0(t)\}$ 为例来讨论)。

①数据大小的升降呈波动形。仅根据三个数据当然难以判定波动周期，但由于江淮下游雷暴日数有准两年振荡周期*，可以设其波动周期亦约为两年。

②波动振幅是随时间减小的，我们称此为参数变化的“阻尼”现象，这主要是因为采用了逐年加入资料来获取参数的方法造成的。

因此，我们设 $\{\hat{a}_0(t)\}$ 符合周期为2的阻尼振动的形式，可表示为：

$$\begin{aligned}\hat{a}_0(t) &= \hat{a}_0(t-1) + 2A_0(t)\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\pi\right)\\ &= \hat{a}_0(t-1)+2A_0(t)\cos(\pi t+\pi)\end{aligned}$$

其中振幅 $A_0(t)$ 也是随时间变化的时变参数。若用$\frac{1}{2}|\hat{a}_0(t)-\hat{a}_0(t-1)|$ 近似表示 $A_0(t)$，则有 $A_0(2)=0.02856553$，$A_0(3)=0.01654455$。在现有资料的情况下，我们可简单地认为$A_0(t)$是随时间线性减小的。从而有：

$$A_0(t)=0.0526068-0.01202075t$$

考虑到当历史资料增加后，$\hat{a}_0(t)$ 的变化一般将趋于平稳（接近于定常)，且$A_0(t)$的物理意义亦不允许其取负值。因此，我们可确定时变参数$A_0(t)$的预报方案为：

$$\begin{cases}A_0^*(t)=0.0526068-0.01202075t \\ \qquad\qquad(\text{当}A_0^*(t)\geqslant 0\text{时}) \\ A_0^*(t)=0 \quad (\text{当}A_0^*(t)<0\text{时})\end{cases} \tag{7}$$

从而得到 $\{\hat{a}_0(t)\}$ 的预报公式：

$$\hat{a}_0^*(t)=\hat{a}_0(t-1)+2A_0^*(t)\cos(\pi t+\pi) \tag{8}$$

同理可得 $\{\hat{a}_1(t)\}$ 的预报公式：

$$\hat{a}^*(t)=\hat{a}_1(t-1)+2A_1^*(t)\cos(\pi t) \tag{9}$$

其中

$$\begin{cases}A_1^*(t)=0.0646862-0.02050165t \\ \qquad\qquad[\text{当}A_1^*(t)\geqslant 0\text{时}] \\ A_1^*(t)=0 \qquad [\text{当}A_1^*(t)<0\text{时}]\end{cases} \tag{10}$$

对于 $\{\hat{a}_2(t)\}$ — $\{\hat{a}_5(t)\}$、$\{\hat{y}_c(t)\}$，由表1可见它们没有明显的周期变化特征，而是呈单调升降趋势。因此我们采用多项式最小二乘拟合法来作出它们的预报。即求一个M次多项式（这里M<N，因N=3，故可取M=2)：

$$P(t)=\sum_{j=0}^{M} b_j t^j$$

去逼近拟合$\hat{a}_i(t)$ $(i=2,3,4,5)$和$\hat{y}_c(t)$（下面仅对$\hat{a}_i(t)$ 进行讨论)，使残差平方和

* 张立等，江淮下游地区雷暴的气候学特征及其与大尺度环流间的关系，华东中尺度天气试验论文集（一)，总参气象局，1984.4。

$$\sigma_i=\sum_{t=1}^{N}[p(t)-\hat{a}_i(t)]^2=\sum_{t=1}^{N}[\sum_{j=0}^{M}b_jt^j-\hat{a}_i(t)]^2$$

达到最小值。这只要求解正规方程组

$$\frac{\partial\sigma_i}{\partial b_j}=0 \qquad (j=0,1,\cdots,M)$$

即可求出 b_j，也就得到了 $P(t)$，于是可得 $\{\hat{a}_i(t)\}$ 的预报公式：

$$\hat{a}_i{}^*(t)=P(t)=\sum_{j=0}^{M}b_jt^j$$

计算结果是：

$$\left.\begin{aligned}
\hat{a}_2{}^*(t)&=0.6676464-0.29183305t+0.05606195t^2\\
\hat{a}_3{}^*(t)&=0.4207432-0.197578t+0.034404t^2\\
\hat{a}_4{}^*(t)&=-0.1797348+0.3595674t-0.0702867t^2\\
\hat{a}_5{}^*(t)&=0.5922018-0.13908065t+0.02501185t^2\\
\hat{y}_c{}^*(t)&=0.3883392+0.04662125t-0.008026t^2
\end{aligned}\right\}\quad(11)$$

4.预报方案的确定

在对历史资料的分析研究中，我们还发现了若干指标（略）可作为消空条件（我们称之为消空指标库），符合条件之一者，次日均无雷暴发生。至此，可以确定整个预报方案由下述步骤组成：

Ⅰ.凡符合辨识条件之一者，即预报次日无雷暴，否则进行步骤Ⅱ；

Ⅱ.由式（7）—(11)，并输入变量值 $u_1(t_-)$、$u_2(t_-)$、…、$u_5(t)$，用（6）式得出 $\hat{y}^*(t)$。若 $\hat{y}^*(t)\leqslant\hat{y}_c{}^*(t)$，则报次日无雷暴，否则进行步骤Ⅲ；

Ⅲ.若不符合消空指标库中所有指标者即报次日有雷暴，否则报无雷暴。

5.试报结果

（1）1985年5月份试报情况

在使用辨识条件后，本月尚有11天有待通过步骤Ⅱ、Ⅲ来确定雷暴的出现与否。此时应取流动时间 $t=4$，则由（7）—(11)式的计算可得

预报方程为：

$$\begin{aligned}\hat{y}^*(4)=&-0.3869578+0.3351582u_1(4_-)+0.3973054u_2(4_-)\\&+0.1808952u_3(4_-)\\&+0.1339476u_4(4)\\&+0.4360688u_5(4)\end{aligned}$$

其判别值即为 $\hat{y}_c{}^*(4)=0.4464082$。

用此方程预报有6次雷暴发生，再用消空指标库中的指标进行消空，最后预报有5天雷暴。实际出现雷暴4天。即该预报方案的实际试报准确率为30/31（仅空报一次），成功指数 $CSI=0.80$。

（2）1986年5月份试报情况

取流动时间 $t=5$，则由（7）—(11)式的计算可得预报方程为：

$$\begin{aligned}\hat{y}^*(5)=&-0.3823283+0.3487812u_1(5_-)\\&+0.6100299u_2(5_-)\\&+0.2929532u_3(5_-)\\&-0.1390653u_4(5)\\&+0.5220948u_5(5)\end{aligned}$$

用此方程对使用辨识条件后本月尚待确定的3天作预报，均报无雷暴发生，全部与实际相符，故本月预报准确率为31/31。

（二）预报模型B

深入分析可以发现，在预报模型A的处理变参数估值的方法中，实际上包含有削弱系统真正时变特性的因素。也就是说，采取逐年加入资料的办法，用逐次累积资料取得的参数虽在一定程度上能反映时变特性，但仍有着“平均”的性质。因为使用该方法时，时间越长则加入的样本资料就越多，按统计学原理其相应的统计学特性就越稳定，因此参数的时间变率就会越小，最后当样本足够大后就与一般统计方程趋于一致，此时就无法对时变参数作多层预报了。预报模型B就是为克服这一缺陷而试建的。

1.预报模型的建立

在模型B中，我们使用与模型A所用的同样资料、同样预报对象标准和同样的输入变量。因此，我们仍取（5）式为预报系统的数学模型，取（6）式为相应的预报方程。

不同的是，我们在这里不首先使用模型A中的辨识条件，而是直接按历年5月份逐日实际资料（每年31个样本）作全回归分析，并将其系数作为时变参数的估值（见表2），来反映系统的时变特征。

分析各参数时间序列的演变规律可以发现，除 $\{\hat{a}_5(t)\}$ 外，$\{\hat{a}_0(t)\}$、$\{\hat{a}_1(t)\}$、

表2　时变参数的估值（B）

t	年	$\hat{a}_0(t)$	$\hat{a}_1(t)$	$\hat{a}_2(t)$	$\hat{a}_3(t)$	$\hat{a}_4(t)$	$\hat{a}_5(t)$	$\hat{Y}_c(t)$
1	1982	−0.180253	0.1812271	0.2185828	0.1670908	0.177538	0.3711234	0.3918713
2	1983	−0.1939929	0.169945	0.04273706	0.1885889	0.1939104	0.2296369	0.330765
3	1984	−0.0484137	0.381416	0.07648435	0.0322040	0.0124118	0.2170412	0.4919492

$\{\hat{a}_2(t)\}$、$\{\hat{y}_c(t)\}$ 有相似的变化趋势，而 $\{\hat{a}_3(t)\}$ 与 $\{\hat{a}_4(t)\}$ 的变化趋势也相似，它们中的数据大小均呈波动形。参照模型A的处理根据，我们也取它们的波动周期为两年。以 $\{\hat{a}_0(t)\}$ 为例，我们有：

$$\hat{a}_0(t)=\hat{a}_0(t-1)+2A_0(t)\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\pi\right)=\hat{a}_0(t-1)+2A_0(t)\cos(\pi t+\pi)$$

其中振幅 $A_0(t)=\frac{1}{2}|\hat{a}_0(t)-\hat{a}_0(t-1)|$ 也是时变的，也应事先作出预报。由于资料所限，我们简单地取 $A_0(t)$ 的预报方案为：

$$A_0^*(t)=\frac{1}{2}(A_0(t-1)+A_0(t-2)) \tag{12}$$

因此，$\{\hat{a}_0(t)\}$ 的预报公式是：

$$\hat{a}_0^*(t)=\hat{a}_0(t-1)+2A_0^*(t)\cos(\pi t+\pi) \tag{13}$$

同理可得：

$$\left.\begin{aligned}\hat{a}_i^*(t)&=\hat{a}_i(t-1)+2A_i^*(t)\cos(\pi t+\pi)\\ A_i^*(t)&=\frac{1}{2}(A_i(t-1)+A_i(t-2))\\ &(i=1,2,3,4)\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned}\hat{y}_c^*(t)&=\hat{y}_c(t-1)+2A_y^*(t)\cos(\pi t+\pi)\\ A_y^*(t)&=\frac{1}{2}(A_y(t-1)+A_y(t-2))\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

对于 $\{\hat{a}_5(t)\}$，我们采用多项式最小二乘拟合法，得到的预报公式为：

$$\hat{a}_5^*(t)=0.6413507-0.3346227t+0.0643954t^2 \tag{16}$$

2.试报结果

在取流动时间t=4后，上述预报方案即可用于1985年5月作南京地区雷暴的逐日24小时预报。由式（12）—（16）的计算可得预报方程为：

$$\hat{y}^*(4)=-0.1281871+0.27003945u_1(4\_)-0.0283122u_2(4\_)+0.1211455u_3(4\_)+0.1113473u_4(4)+0.3331863u_5(4)$$

其判别值为 $\hat{y}_c^*(4)=0.3868040$。

南京地区该月出现雷暴4次，该方案报出3次，仅漏报1次（无空报），准确率为30/31。从效果看比方案A差些，但由于该方案不必首先使用辨识条件及消空指标，使用时操作较为简便。

用同样的方法和步骤（具体数据略），上述方案预报1986年5月份31天均无雷暴发生，预报完全正确。

四、问题与讨论

1.从上述试验结果看，多层递阶预报方法对短期天气预报是适用的。我们曾用数值模式预报（M）、天气学经验预报（E）和诊断分析（D）相结合的MED综合预报方法作了对比试验，结果是上述B方案与MED方法预报质量相同，而A方案优于MED方法，说明多层递阶方法有较高的预报能力。

当然，由于受资料条件的限制，在本文的研究中仅根据3年（共93天）历史数据，所以构成的时间序列太短。显然，据此作出的预报很可能是不稳定的（尽管1985和1986年的试报是成功的）。本文的目的仅在于探讨一种可供继续试验的预报方法。并相信随

着资料的增多，预报的结果将会更好一些。

2.在预报模型的设计过程中我们发现，象其他统计预报方法一样，多层递阶预报成功与否的关键仍在于输入变量的选择。当然，时变参数的估值及其预报是本方法的核心问题。此外，通过对时变参数的预报过程可知，采用多层递阶预报方法在设计时变参数的预报方案时是有可能考虑其物理意义的。

3.采用多层递阶方法作短期天气预报时，在处理方法上应与作长期预报时有很大差异。用于长期预报时，历史资料及相应的时变参数一般可用年(或月)为间隔处理为流动时间序列，其参数一般可用(3)式进行递推估值。而在短期预报中，预报对象则常为气象要素的逐日状态（如晴或雨、雷暴的有或无，最高最低气温等)，并且通常采用天气分型或类似本文所作的辨识条件，把历年资料作统一处理。这样就构不成以日为单位时间的流动时间序列，所以不能直接适应逐日的要素状态预报。在此情况下，采取逐年加入资料的办法，用逐次累积资料进行回归分析（否则常因各年资料少而不能单独组建回归方程)，由各回归方程的系数构成时变参数序列（系数的变化在一定程度上可反映系统的时变特性)，并由此作出多层递阶预报，这样的方法还是可行的。当然，如前所述，这种处理方法会“淹没”掉部分时变特征。因此，从多层递阶预报方法的基本思想看，采用模型B的处理方法可能更合理一些，因为它充分考虑了预报系统的年际变化规律。但是对雷暴这样的小概率现象的预报，模型B可能遇到建模障碍。而对气温等连续型要素或非小概率天气的预报，采用模型B是合适的。

参考文献

[1] 韩志刚，动态系统预报的一种新方法，自动化学报，No. 2, 1983。

[2] 韩志刚等，黑龙江冬季平均气温多层递阶长期预报模型，大气科学，No.2, 1985。

A applying test of multilevel recursion method to short-range weather forecast

Kong Yushou

(Air Force Meteorological Institute)

Abstract

In this paper, the author have applied the fundamental theory of multilevel recursion to short-range thunderstorm forecast and proposed model A and B. It is shown that the method of multilevel recursion is suitable for short-range weather forecast.