动力气象讲座

第八讲　长波和超长波动力学

李　崇　银

在对流层中上层，流场型式多呈波状，系统的尺度比较大，一般围绕整个地球有3—6个波，且自西向东缓慢移动，这就是大气长波(或称Rossby波)。在对流层上层和平流层低层，有更大尺度的波动，其水平波长比一般长波长，通称为超长波。长波和超长波的活动同天气演变有密切关系，往往是造成大范围天气变化的重要条件。本讲将讨论长波和超长波的一般动力学特性及其活动的基本规律。

一、长波的形成机理

大尺度大气运动的重要特征是准地转和准水平无辐散，描写大气长波的最简化方程组可以写成

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial \phi}{\partial x}+fv$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{\partial \phi}{\partial y}-fu \quad (8.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$

进行涡度运算，由上述方程则可以得到绝对涡度守恒方程 $d(f+\zeta)/dt=0$。对于某一个空气块的运动而言，则有 $f+\zeta=$ 常数。这说明在大尺度大气运动中，空气块的运动满足绝对涡度守恒原则。根据绝对涡度守恒原则，我们可以对长波的形成作如下物理解释：设在某一起始时刻，地转参数为 f_0 的纬度处，某空气块具有气旋性相对涡度，即 $\zeta_0>0$，当该空气块受到扰动后，设它向北运动，由于地转参数随纬度增加，该气块在向北运动中，f 将增大，根据绝对涡度守恒原则，气块的相对涡度将逐渐减小，并可由气旋性涡度变为反气旋性涡度，气块运动的轨迹也可由气旋性曲率逐渐变成反气旋性曲率。到某一时刻，气块运动的反气旋性曲率达最大，地转参数也达最大值 f_1，此时气块不能再继续向北运动，但由于惯性作用和反气旋曲率，气块转为向南运动。这样，地转参数则将减小，相对涡度又开始增加，反气旋性曲率逐渐变为气旋性曲率。当气旋性曲率达最大时，地转参数为最小值 f_2，而相对涡度达到最大。此后，气块将再次转为向北，……(图8.1)。这样，气块的运动形成

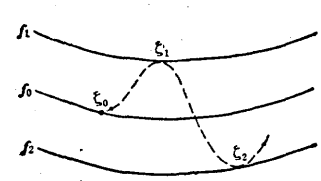


图 8.1

波状，即所谓长波。显然，地转参数随纬度的变化，也就是 β 效应，在长波的形成中起着极其重要的作用，所以有时也就把长波叫做 β 波。

二、长波的移动

第七讲中已经谈到，正压无辐散大气的长波移速（相速度）

$$C=\bar{u}-\left(\frac{\beta}{m}\right)^2=\bar{u}-\frac{\beta L^2}{4\pi^2} \qquad (8.2)$$

其中 m 为纬向波数，L 为纬向波长，$\bar{u}$ 为纬向平均基本气流速度。由 (8.2) 式可以看到，长波的波速同波数（或波长）有关，它是一种频散波。而且同声波、重力波不同，在一定波长下，长波只向一个方向传播。一般情况下，长波移速比较慢，略小于基本西风速度。

对于斜压大气，*Charney* 曾求得长波移速的近似公式为

$$C=\frac{1}{p_0}\int_0^{p_0}\bar{u}(p)\,dp-\frac{\beta L^2}{4\pi^2} \qquad (8.3)$$

实际观测表明，上式右端前一项大致相当于600—500 毫巴之间的平均风速。(8.2) 和 (8.3) 式都没有考虑辐合、辐散的作用，这里我们进一步讨论散度对长波移速的影响。对于均匀不可压缩大气，设其厚度为 H，运动的控制方程组可写成

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=fv-g\frac{\partial H}{\partial x}\\
&\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-fu-g\frac{\partial H}{\partial y}\\
&\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial (Hu)}{\partial x}+\frac{\partial (Hv)}{\partial y}=0 \qquad (8.4)
\end{aligned}$$

引入小扰动假定，即令 $u=\bar{u}+u'$，$v=v'$，$H=H_0+h$，且 u'，$v'\ll\bar{u}$，$h\ll H_0$。再假定扰动在南北方向是均一的，$\bar{u}$ 为常数。根据方程组 (8.4)，可以求得波速

$$C=\frac{\bar{u}-\dfrac{\beta}{m^2}}{1+\dfrac{\lambda^2}{m^2}}=\frac{\bar{u}-\dfrac{\beta L^2}{4\pi^2}}{1+\dfrac{\lambda^2 L^2}{4\pi^2}} \qquad (8.5)$$

式中 $\lambda^2=f^2/gH_0$，比较 (8.2) 和 (8.5) 式可以清楚地看到散度对长波移速的影响。若不计散度的作用，则 $\lambda^2=0$，(8.5) 式就变成 (8.2) 式；而辐合、辐散作用将使长波移速减小，波长愈长，移速减小愈多，对于超长波的西退将起到一定的抑制作用。

三、长波频散及上游效应

1. 群速度和频散波

上面所讨论的长波移速是指波的相速度，也就是波面传播的速度，它描写整个单波波形的移动情况。实际上波动除了相速度之外，还有其能量传播的速度，当能量传播的速度大于波速时，在原有波列前可以产生新波，而如果能量传播速度小于波速时，则原有的波列将随时间拉长。这样，单个波的传播变成了群波的传播。群波由多个单色谐波叠加而成，群波的廓线，即群波中各谐波最大振幅点的连线，一般称之为波包。波包移动的速度也就是群速度 Cg，群速度不同于相速度，它代表着波动能量传播的速度。

设有两个振幅相同、圆频率 ω 和波数 m 略有差异的沿 x 方向传播的单波，$\eta_1=ae^{i(m_1x-\omega_1t)}$ $\eta_2=ae^{i(m_2x-\omega_2t)}$ 两式迭加后的群波为：

$$\eta=2a\cos\left(\frac{\Delta m}{2}x-\frac{\Delta\omega}{2}t\right)e^{i(mx-\omega t)} \qquad (8.6)$$

其中 $m=\dfrac{(m_1+m_2)}{2}$，$\omega=\dfrac{(\omega_1+\omega_2)}{2}$，$\Delta m=m_2-m_1$，$\Delta\omega=\omega_2-\omega_1$。(8.6) 式表明，群波 η 是两部分的乘积，一部分是被调幅波，即载波，其圆频率和波数分别接近于两个单波的圆频率和波数，波速（相速度）$C=\dfrac{\omega}{m}$；另一部分是调幅波，即波包，它的移速（群速度）为

$$Cg=\frac{\Delta\omega}{\Delta m}=\frac{d\omega}{dm}。$$

注意群速度与相速度的区别，Cg 是调幅波（波包）的移动速度，即群波中具有相同振幅点的移动速度；而 C 是被调幅波（载波）的移动速度，也就是群波中具有相同位相点的移动速度。因为 $\omega=mC$，Cg 和 C 之间的关系式为：

$$Cg=C+m\frac{dC}{dm}=C-L\frac{dC}{dL} \qquad (8.7)$$

如果相速度 C 与波数 m（或波长 L）无关，则 $Cg=C$，波动能量随着波一起传播，因而能量不频散。相反，如果相速度与波数有关，则 $Cg\neq C$，那么波动能量传播速度与波速不一致，能量会出现频散现象。一般，

将在传播过程中波速与波长有关的波动称为频散波。

由(8.1)和(8.5)式得到，对于大气长波，波速是波长或波数的函数，因此长波是一种频散波。在正压无辐散运动中，可以得到

$$Cg = \bar{u} + \frac{\beta L^2}{4\pi^2} \qquad (8.8)$$

这时群速度永远大于相速度，而且波长愈长，Cg 愈大，Cg 和 C 随 L 的变化如图 8.2A 所示。在正压有辐散情况下，

$$Cg = \frac{\bar{u} + (\beta L^2 + 2\lambda^2 L^2 C)/4\pi^2}{1 + \lambda^2 L^2/4\pi^2} \qquad (8.9)$$

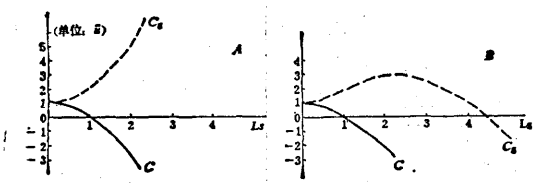


图 8.2 相速度和群速度随波长的变化

这时 Cg 和 C 随 L 的变化如图 8.2B 所示。当 $L<L'$ 时，$Cg>C$；$L>L'$ 时，$|Cg|<|C|$；而当 $L\to\infty$ 时，$Cg=C=-\beta/\lambda^2$。就是说，辐散的作用使得 $|Cg|$ 变为有限值，扰动的影响不能立即传到极远的地方去，其影响只有一定的范围。

2. 上游效应

对于大气长波，一般总有 $Cg>C$，即波动能量传播的速度快于波动传播的速度，当扰动尚未到达时，在其下游某地方已激发出了一个新的扰动，这就是所谓上游效应。关于大气长波的频散效应，理论计算结果如图 8.3[1]。在平直西风中，从某时刻起，沿某经度注入气旋性涡度后24小时，下游即有脊发展，到48小时，该脊已发展甚强，同时下游开始有槽新生，到72小时，下游新槽也已发展得相当强。在天气分析预报中，当一个高空槽发展加深时，往往可以看到在下游适当地方激发出新的扰动，或者使其下游高空槽也同时发展加深。实际观测到的发展演变过程同理论计算结果相当一致。

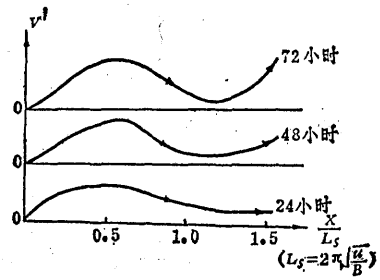


图 8.3 在纬向气流中注入气旋性涡度后，新波发展的理论计算结果

四、超长波的一般特征

超长波一般是指纬向波数为1—3的大尺度大气波动。在对流层中、下层，由于有短波的叠加，在每日天气图上超长波并不明显；但在对流层上层和平流层大气中却主要表现为超长波的活动。对于超长波系统，由于水平尺度比较大，用球坐标更为合适，其涡度方程可以写成

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} + v_\lambda \frac{1}{a\sin\theta}\frac{\partial\zeta}{\partial\lambda} + v_\theta \frac{\partial\zeta}{a\partial\theta} + \omega\frac{\partial\zeta}{\partial p}$$

$$-\frac{2\Omega\sin\theta}{a}v_\theta = -(\zeta + 2\Omega\cos\theta)D \qquad (8.10)$$

这里 v_λ、v_θ 和 ω 分别为 λ、θ 和 p 坐标的速度分量，余纬 $\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi$。

由(8.10)式，经尺度分析可以得到超长波的零级简化的涡度方程：$\beta v_\theta - fD = 0$，在标准坐标中可写成

$$\beta v + fD = 0 \qquad (8.11)$$

这就是所谓超长波 $Burger$ 近似。由(8.11)可见，对于超长波尺度的运动，散度作用和 β 作用是准平衡的，涡度方程中不包括时间变化项，运动具有准定常的性质。

对于水平尺度很大的超长波来讲，$Rossby$ 数 $R = \frac{V}{fL}$ 的量级比一般长波要小一个量级，所以超长波一般是在高度地转平衡近似下进行着缓慢演变。

对于一般长波，涡度方程是

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x}+v\frac{\partial}{\partial y}\right)\zeta+\beta v=-fD \tag{8.12}$$

由尺度分析可知，在一般长波运动中，散度要比涡度小一个数量级，即 $\zeta\ll D$。但是，对于超长波尺度的运动，由（8.11）式则可得到

$$0(D)\approx 0\left(\frac{\beta v}{f}\right)\approx 0\left(\frac{V}{c}\right)\approx 0(\zeta) \tag{8.13}$$

也就是说，在超长波运动中，散度和涡度是同量级的。由此我们可以看到，超长波与一般长波有很不一样的运动特性。

前面已提到，在平流层中冬半年主要表现为超长波的活动，而对流层中活动的短波和长波在平流层都没有多大反映。这种现象也表现了大气超长波的一种特性。理论研究表明，在地球大气中，波动的垂直传播直接与波长有关，只有超长波一类特大尺度的扰动才能由对流层传到平流层，而对流层顶却几乎完全阻尼气旋波和长波，使它们不能影响到平流层。

五、超长波活动与中期天气演变

1.准定常超长波

准定常超长波，其基本特征就是槽、脊通常都固定在某些地理位置附近，随时间的变动很小。月和季的平均流场大致可以反映准定常超长波的形势。理论和模拟试验都表明，准定常超长波的产生是由于大尺度地形和准定常热源（汇）的强迫所致。图 8.4 给出了在简单的准地转模式中，北半球大尺度地形和

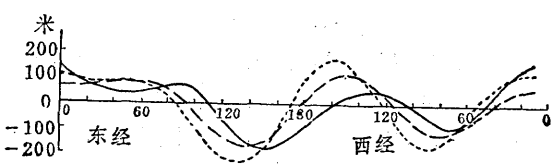


图 8.4　地形和热源的定常扰动与实况（实线）的比较（两条虚线表示不同的摩擦系数）

定常热源所激发的超长波与实际观测资料的比较[2]。很显然，两者间的差别并不大，说明了地形和定常热源（汇）对于形成准定常超长波的重要作用。

地形虽是固定不变的，但是气流却每时每刻都不一样，地形的强迫作用也就会有改变，平均而论，变化还是比较小的。另方面，大气中热源（汇）的分布和变化不仅决定于太阳辐射和海陆分布一类规律因子，还同大气环流本身有关，因此，热源（汇）更不是固定不变的，会有一定的时间变化，其强迫作用当然也会时时不同。正因为地形和热源（汇）的强迫并非完全不变，才出现强迫超长波的准定常性，即在某地理位置附近活动。有时，如果强迫作用有较大的改变，还可造成准定常超长波的反常状态，从而带来大范围的天气异常。

2.超长波活动与指数循环

对流层西风带的指数循环是大气环流的一个重要问题，而且，大范围的中期天气演变过程又同指数循环密切相关。因此，在天气分析预报实践中，环流指数常被用作天气预报的背景参数。指数循环可以概括为：高指数的纬向强西风发生崩溃，分为两支，在有些地区形成阻塞高压和切断低压，从而发展成低指数的经向型环流；然后，槽、脊减弱，由经向环流恢复到高指数的纬向环流。从高指数到低指数环流的循环演变过程具有准周期性，周期一般为2—4周。

以阻塞形势为特征的低指数环流，实际上是超长波的强烈发展过程，而低指数环流向高指数环流的演变，就是超长波活动减弱，纬向西风增强的过程。因此，可以从超长波与基本西风之间的相互作用来探讨大气环流的指数循环问题。

根据超长波的运动特性，在 β 平面上可以有

$$\beta\frac{\partial\phi}{\partial x}=f_0^2\frac{\partial\omega}{\partial p} \tag{8.14}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\phi}{\partial p}\right)+\frac{1}{f_0}J\left(\phi,\frac{\partial\phi}{\partial p}\right)+\sigma\omega=0 \tag{8.15}$$

其中 σ 为静力稳定度参数，在三层模式情况下，考虑基本气流与超长波之间的非线性作用，可以得到类似指数循环的流场演变。从

图8.5看出，初始的波状扰动到第4天已发展很强，中纬度地区出现了闭合高压和低压，北边的高压和南边的低压间出现了弱东风，原来的强西风带被分为南北两支，同阻塞形势的低指数环流相似[3]。其后，超长波振幅减弱，西风分支的现象消失，到第12天，中纬度西风逐渐增至最强，整个中纬度地区盛行高指数西风环流。到第20天，超长波再次发展，西风带又分为南北两支，低指数的阻塞现象再度出现。

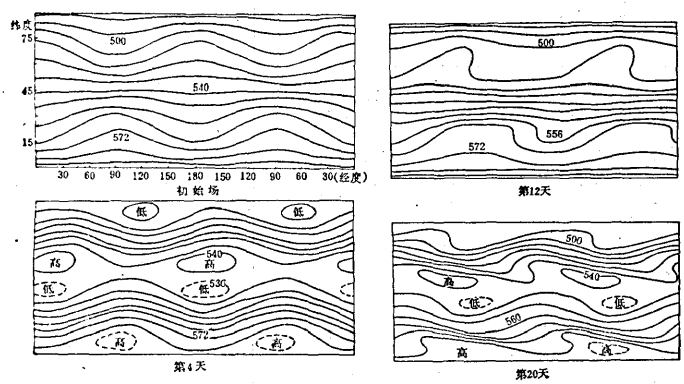


图 8.5 500毫巴流型演变试验

上述结果可以认为，当西风垂直切变达到一定数值时，超长波处于动力不稳定状态，在波动与纬向基本气流相互制约的非线性作用下，有限振幅超长波的强烈发展可形成低指数的经向环流，同时出现西风的南北分支；在超长波发展的同时，由于热量的南北输送，改变了温度场的水平梯度，减小了西风垂直切变，使波动的发展受到抑制，从而又恢复到高指数的纬向环流。因此，指数循环是大气运动自身所具有的周期性现象，在没有外界因素影响下，大气超长波和基本纬向西风间的非线性相互作用，可以产生这种准周期性的指数循环。

六、大尺度运动的多时态特征

大气运动的地转适应理论（在第十二讲介绍）指出，大气过程在时间上存在着快速的适应过程和缓慢的演变过程。前者是运动由非地转向准地转的迅速调整，后者则是在准地转条件下的发展和演变。近年来的分析研究表明[4]—[6]，大气运动的缓慢演变过程实际上包括着两个阶段，第一阶段是相对较快的演变阶段；第二阶段是演变甚为缓慢的持续阶段，这时流场有高度的准平衡性，运动变化很小，形势处于相对持续。

对于大尺度大气运动，其水平特征尺度 $L\approx L_0$，而 $L_0=\sqrt{gH}/f$，通常称为 *Rossby* 变形半径，约为3000公里。分析结果表明，相对于适应过程、演变阶段和持续阶段，其时间尺度将分别为 $T_1=1/f$，$T_2=1/L\beta$，$T_3=L/U$。从物理意义来讲，特征时间 T_1 所反映的是重力惯性波的频散过程，特征时间 T_2 所反映的是长波频散过程，T_3 是平流特征时间，表示运动的缓慢准平衡演变。一般说来，$T_1<T_2<T_3$，各个阶段可以区分开来，而且运动在不同阶段有其自身的特性，表现了运动的多时间尺度特征。

大气运动的多时间尺度演变特征的揭露，对于研究大气运动发展的动力学性质，以及确立数值预报方案都有一定的意义。不同阶段有不同的物理本质，描写其运动的数学模型也就应该有所区别。但是，如何利用上述理论结果，还有待进一步研究。

参考资料

〔1〕 Yeh, T.C. (叶笃正), On the energy dispersion in the atmosphere, J. Met., 6(1949), 1—16.

〔2〕 朱抱真，气象学报，34 (1964), 283—298。

〔3〕 朱抱真、王斌，中国科学，1981年第1期。

〔4〕 叶笃正、李麦村，第二次全国数值天气预报会议文集，科学出版社，1980年。

〔5〕 伍荣生、巢纪平，大气科学，2(1978), 267—275。

〔6〕 李麦村，中国科学，1979年第6期。