

瞿安祥, 麻素红, 张进, 2022. CMA-TYM 混合 En3DVar 方案的设计和初步试验[J]. 气象, 48(3): 299-310. Qu A X, Ma S H, Zhang J, 2022. Development and preliminary test of CMA-TYM hybrid En3DVar scheme[J]. Meteor Mon, 48(3): 299-310 (in Chinese).

## CMA-TYM 混合 En3DVar 方案的 设计和初步试验<sup>\*</sup>

瞿安祥<sup>1,2</sup> 麻素红<sup>1,2</sup> 张进<sup>1,2</sup>

1 中国气象局地球系统数值预报中心, 北京 100081

2 灾害天气国家重点实验室, 北京 100081

**提 要:** 基于 CMA-TYM 的 3DVar 系统, 发展了利用扩展控制变量引入流依赖背景误差协方差(集合扰动成员统计表达)的混合 En3DVar 同化方案。测试显示, 单点台风中心气压数据同化会引起风场非对称增量形成, 以及导致传统 3DVar 方案认为不相关的湿度增量出现。台风个例试验表明, 混合 En3DVar 方案能提取台风内零散观测资料信息, 并按实际台风动力特征和分布区域向四周传播, 从而影响分析场中台风涡旋强度、结构。同时, 与 3DVar 方案相比, 混合 En3DVar 方案对提高台风路径、强度预报效果明显。

**关键词:** CMA-TYM, 区域台风模式, 混合变分资料同化, En3DVar, 流依赖背景误差协方差

**中图分类号:** P456

**文献标志码:** A

**DOI:** 10. 7519/j. issn. 1000-0526. 2021. 091801

## Development and Preliminary Test of CMA-TYM Hybrid En3DVar Scheme

QU Anxiang<sup>1,2</sup> MA Suhong<sup>1,2</sup> ZHANG Jin<sup>1,2</sup>

1 CMA Earth System Modeling and Prediction Centre (CEMC), Beijing 100081

2 State Key Laboratory of Severe Weather (LaSW), Beijing 100081

**Abstract:** In this paper, a hybrid variational data assimilation scheme by extended control variable, which introduces flow-dependent background error covariance (statistically described with ensemble forecast perturbations), has been developed based on the CMA-TYM 3DVar system. Tests have shown that the assimilation of single-point typhoon central sea level pressure can cause the formation of asymmetric wind increments, and lead to the appearance of humidity increments that are considered irrelevant with pressure in the traditional 3DVar scheme. Experiments of a typhoon case show that the hybrid En3DVar scheme can effectively extract scattered observation data, and propagate it around according to the actual typhoon dynamic characteristics and distribution area, thereby it will change the structure and intensity of typhoon in the analysis field. At the same time, compared with the traditional 3DVar scheme, the hybrid En3DVar scheme has significant effect in improving the typhoon track and intensity forecast.

**Key words:** CMA-TYM, regional typhoon model, hybrid variational data assimilation, En3DVar, the flow-dependent background error covariance

<sup>\*</sup> 国家重点研发计划(2017YFC1502001)和公益性行业(气象)科研专项(201406006)共同资助

2021 年 1 月 25 日收稿; 2021 年 9 月 18 日收修定稿

第一作者: 瞿安祥, 主要从事台风数值业务预报工作. E-mail: quax@cma. gov. cn

## 引言

2012年国家气象中心将基于中尺度数值模式CMA-MESO开发的区域台风模式系统CMA-TYM投入业务运行。近些年来检验表明,该系统120小时内路径强度预报性能接近国际水平,在业务应用中具有重要参考价值。但与此同时,CMA-TYM在进一步提高其预报能力方面遇到了诸多技术难题,一个最主要的困难是如何提高初始台风涡旋质量。虽然存在丰富的、时空密集的卫星探测数据,但受云和降水污染,这些资料并不能被分析系统有效吸收和同化。同时,受限传统变分同化技术局限性,部分台风探测数据同化反而会对模式预报产生负面影响(Abersson, 2008)。

进入21世纪,一种引入集合预报扰动表达流依赖背景误差协方差的混合变分同化方案被发展起来(Hamill and Snyder, 2000; Lorenc, 2003; Etherton and Bishop, 2004; Wang et al, 2007; Wang, 2010),相比于传统方案使用气候统计(静态)背景误差参数,混合方案将集合预报扰动引入变分同化系统,显著改善背景误差协方差对实时天气系统描述能力,因而对观测数据信息的提取和传播,更符合实际天气系统分布特征。科学研究(Wang et al, 2008a; 2008b; Buehner et al, 2010a; 2010b; Zhang and Zhang, 2012; Zhang et al, 2013)和业务应用(Clayton et al, 2013; Bonavita et al, 2012; Wang, 2011; Wang et al, 2013; Kleist and Ide, 2015)都表明,混合变分同化方案会明显提高分析场质量及模式预报水平。随着技术成熟,混合变分同化方案也开始应用于台风模拟研究(Wang, 2011; Hamill et al, 2011; Li et al, 2012)取得不错预报效果。

因此,在CMA-TYM 3DVar基础上,本文设计发展了通过三维Alpha控制变量引入集合预报扰动(隐式流依赖背景误差协方差表达)的混合En3DVar同化方案。然后利用单点台风中心气压数据进行测试,验证En3DVar方案对观测信息的提取和传播,是否与集合预报扰动统计的背景误差协方差特征相符合,以及形成的分析增量是否与实际台风环流分布及动力学属性相匹配。最后基于新建立CMA-TYM En3DVar系统进行台风个例试验,来分析其改进台风初始结构方面的能力,以及提高模式路径和强度预报方面的效果。

## 1 CMA-TYM 3DVar 同化系统

CMA-TYM衍生于中国气象局自主研发的新一代全球与区域同化预报系统GRAPES(Global/Regional Assimilation and Prediction System),是一个全可压非静力有限差分格点模式(薛纪善等, 2008; 陈德辉等, 2012)。水平方向为经纬网格点球面坐标,垂直方向为高度地形追随坐标。主要特点包括:模式预报变量在水平方向采用Arakawa-C跳点格式,垂直方向采用非均匀Charney-Philips跳层格式,时间上采用半隐式-半拉格朗日差分方案。CMA-TYM是一个覆盖西北太平洋、南海和部分东亚大陆的区域台风数值模式系统(张进等, 2017; 麻素红等, 2018; 麻素红, 2019; 麻素红和陈德辉, 2018)。水平分辨率为 $0.12^\circ$ ,垂直方向为50层,模式层顶约为33000 m,参考大气采用水平平均廓线。模式物理过程包括(郭云云等, 2015; 聂皓浩等, 2016; 郑晓辉等, 2016):包含水汽、雨、雪、云水、云冰、霰的WSM6显式微物理方案、YSU边界层方案、Monin-Obukhov近地面层方案、Goddard短波辐射、RRTM长波辐射,陆面过程采用SLAB热量扩散方案。另外,考虑 $0.12^\circ$ 分辨率不能完全描述台风对流特征,Meso-SAS积云对流参数化方案(Pan et al, 2014)也考虑在内。

针对CMA-MESO发展的CMA-TYM 3Dvar系统(马旭林等, 2009; 张华等, 2004; 庄世宇等, 2005; 庄照荣等, 2006),其变量水平、垂直分布与模式完全一致。虽然CMA-TYM为非静力模式,预报变量包括水平和垂直风、温度、比湿、无量纲气压(Exner函数)、云水等。但考虑到观测资料属性和变分同化可操作性,3DVar选取水平风( $u, v$ )、位温 $\theta$ 、比湿 $q$ 、无量纲气压 $\pi$ 作为同化分析变量,其中质量场变量:无量纲气压 $\pi$ 或位温 $\theta$ 只能二选一(本文选取了无量纲气压 $\pi$ )。

## 2 混合 En3DVar 同化方案

以一种简单形式,用权重平均(集合预报扰动统计的和气候统计的背景误差协方差)后的背景误差协方差替换3DVar目标函数中相应项,就可以获得混合En3DVar同化方案直接表达式:

$$J(\mathbf{x}') = \frac{1}{2}(\mathbf{x}')^T(\beta_1 \mathbf{B}_e^s + \beta_2 \mathbf{P}_e^f)^{-1} \mathbf{x}' + \frac{1}{2}[\mathbf{H}(\mathbf{x}' + \mathbf{x}^b) - \mathbf{y}^o]^T \mathbf{R}^{-1}[\mathbf{H}(\mathbf{x}' + \mathbf{x}^b) - \mathbf{y}^o] \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_e^f &= \sum_{\tau=1}^m \mathbf{x}_\tau^{e'} (\mathbf{x}_\tau^{e'})^T \\ \mathbf{x}_\tau^{e'} &= \frac{1}{\sqrt{m-1}} \left( \mathbf{x}_\tau^e - \frac{1}{m} \sum_{\tau=1}^m \mathbf{x}_\tau^e \right) \\ \mathbf{x}' &= \mathbf{x} - \mathbf{x}^b \\ \beta_1 + \beta_2 &= 1 \end{aligned} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{x}^b$  表示分析状态变量  $\mathbf{x}$  先验估计值(背景场),  $\mathbf{x}'$  为  $\mathbf{x}$  相对于先验估计的分析增量。  $\mathbf{y}^o$  代表观测信息向量, 对应观测误差协方差矩阵为  $\mathbf{R}$ 。  $\mathbf{H}$  表示将模式空间分析状态变量转换为观测空间状态变量的观测算子(如卫星辐射传输模式)。  $\mathbf{B}_e^s$  表示基于气候(历史)数据统计的背景误差协方差矩阵。  $\mathbf{P}_e^f$  表示由  $m$  个实时集合预报扰动场统计的背景误差协方差矩阵。系数  $\beta_1, \beta_2$  分别控制  $\mathbf{B}_e^s, \mathbf{P}_e^f$  权重比例( $\beta_1 + \beta_2 = 1$  满足混合同化概念性定义)。实际应用中, 由于集合成员数  $m$  远远小于分析状态变量维数  $n(m \ll n)$ , 因此  $\mathbf{P}_e^f$  必然存在抽样误差, 典型表现为较远距离格点间出现虚假相关。为保留  $\mathbf{P}_e^f$  中那些局地相关真实性统计信息, 又能抑制远距离相关虚假性统计信息, Houtekamer and Mitchell(2001)提出对  $\mathbf{P}_e^f$  作用一个随物理空间距离增加而单调下降的 Schur 点积算子  $\mathbf{C}$ , 来实现局地化分析功能。即目标函数表达式改写为:

$$J(\mathbf{x}') = \frac{1}{2}(\mathbf{x}')^T(\beta_1 \mathbf{B}_e^s + \beta_2 \mathbf{C} \cdot \mathbf{P}_e^f)^{-1} \mathbf{x}' + \frac{1}{2}[\mathbf{H}(\mathbf{x}' + \mathbf{x}^b) - \mathbf{y}^o]^T \mathbf{R}^{-1}[\mathbf{H}(\mathbf{x}' + \mathbf{x}^b) - \mathbf{y}^o] \quad (3)$$

满足梯度为零目标函数极小化条件:

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{x}'} J(\mathbf{x}') &= (\beta_1 \mathbf{B}_e^s + \beta_2 \mathbf{C} \cdot \mathbf{P}_e^f)^{-1} \mathbf{x}' + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}[\mathbf{H}(\mathbf{x}' + \mathbf{x}^b) - \mathbf{y}^o] = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\mathbf{H} \mathbf{x}' = \mathbf{H}(\mathbf{x}' + \mathbf{x}^b) - \mathbf{H}(\mathbf{x}^b) \quad (5)$$

分析增量场最优解为:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}' &= [(\beta_1 \mathbf{B}_e^s + \beta_2 \mathbf{C} \cdot \mathbf{P}_e^f)^{-1} + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}]^{-1} \times \\ &\quad \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}[\mathbf{y}^o - \mathbf{H}(\mathbf{x}^b)] \end{aligned} \quad (6)$$

尽管可以采用各种形式的梯度下降算法, 但上式直接求解仍然面临着超大矩阵  $\mathbf{P}_e^f$  表达问题, 目前资源条件下无法显式计算。

通过引入扩展控制变量  $\boldsymbol{\alpha} = (\boldsymbol{\alpha}_1, \dots, \boldsymbol{\alpha}_m)^T$ , Lorenc (2003) 以一种巧妙方式获得了混合 En3DVar 同化方案间接表达式:

$$\begin{aligned} J(\mathbf{x}'_1, \boldsymbol{\alpha}) &= \frac{1}{2\beta_1}(\mathbf{x}'_1)^T(\mathbf{B}_e^s)^{-1}(\mathbf{x}'_1) + \\ &\quad \frac{1}{2\beta_2} \sum_{\tau=1}^m (\boldsymbol{\alpha}_\tau)^T \mathbf{C}^{-1} \boldsymbol{\alpha}_\tau + \\ &\quad \frac{1}{2}[\mathbf{H}(\mathbf{x}' + \mathbf{x}^b) - \mathbf{y}^o]^T \mathbf{R}^{-1}[\mathbf{H}(\mathbf{x}' + \mathbf{x}^b) - \mathbf{y}^o] \end{aligned} \quad (7)$$

在应用相同局地化矩阵  $\mathbf{C}$  条件下, 上式与直接表达式(3)是等价的(Wang et al, 2007)。式(7)分析增量解为:  $\mathbf{x}' = \mathbf{x}'_1 + \sum_{\tau=1}^m (\boldsymbol{\alpha}_\tau \cdot \mathbf{x}_\tau^{e'})$ 。可以看出, 由  $\mathbf{P}_e^f$  贡献的那部分分析增量实质是集合预报扰动的线性权重组合  $\sum_{\tau=1}^m (\boldsymbol{\alpha}_\tau \cdot \mathbf{x}_\tau^{e'})$ ,  $\boldsymbol{\alpha}_\tau$  表示第  $\tau$  个预报扰动场权重系数。在方案具体实现过程中, 根据局地化矩阵  $\mathbf{C}$  将背景误差协方差由全局影响限制为局地影响功能性定义, 可定义一个(类)高斯形状三维空间分布函数来模拟完成, 通过设置特征长度参数值(Gaspari and Cohn, 1999)就可以将协方差空间相关性截断在特定格点距离范围内。

可以看出, 只要选择合适局地化矩阵模拟方法, 基于扩展控制变量技术的混合 En3DVar 方案很容易在传统 3DVar 方案上融入实现(具体实现细节见下节)。

### 3 混合 En3DVar 同化方案实现

在 CMA-TYM 3DVar 方案实现过程中, 为避免超大矩阵  $\mathbf{B}_e^s$  求逆运算(马旭林等, 2009; 张华等, 2004; 庄世宇等, 2005), 采用如下预调节变换技术: 根据  $\mathbf{B}_e^s$  对称半正定实矩阵属性, 将其分解为  $\mathbf{B}_e^s = \mathbf{U} \mathbf{U}^T$  形式, 然后通过引进新控制变量  $\mathbf{v} = \mathbf{U}^{-1} \mathbf{x}'$ , 将目标函数变换为基于  $\mathbf{v}$  的表达式:

$$\begin{aligned} J(\mathbf{v}) &= \frac{1}{2} \mathbf{v}^T \mathbf{v} + \frac{1}{2}[\mathbf{H}(\mathbf{U} \mathbf{v} + \mathbf{x}^b) - \mathbf{y}^o]^T \times \\ &\quad \mathbf{R}^{-1}[\mathbf{H}(\mathbf{U} \mathbf{v} + \mathbf{x}^b) - \mathbf{y}^o] \end{aligned} \quad (8)$$

接下来为消除分析状态变量( $\pi, u, v, q$ )之间相关, 通过物理算子  $\mathbf{U}_p$  将其变换为互不相关分析变量: 流函数  $\psi$ 、势函数  $\chi^u$  (与  $\psi$  不平衡部分)、 $\pi^u$  (与  $\psi$  不平衡部分)、比湿  $q$ 。然后假设  $\psi, \chi^u, \pi^u, q$  自身空间相关结构在水平和垂直方向上具有可分离属性,

利用垂直模态映射算子  $U_v$  与水平滤波算子  $U_h$  的 Kronecker 积来共同模拟实现。经过上述系列变换,目标函数及其梯度计算就转为对新控制变量  $\mathbf{v}$  的迭代求解,分析增量  $\mathbf{x}'$  的计算表达式为:  $\mathbf{x}' = U_v \mathbf{v} = U_p U_v U_h \mathbf{v}$ 。

相比于传统 3DVar 方案,混合 En3DVar 方案目标函数表达式[式(7)]的求解变量从  $\mathbf{x}'$  变成  $(\mathbf{x}'_1, \boldsymbol{\alpha})$ , 方程右端增加了关于  $\boldsymbol{\alpha}$  集合背景项  $\sum_{\tau=1}^m (\boldsymbol{\alpha}_{\tau})^T C^{-1} \boldsymbol{\alpha}_{\tau}$ 。可以看出,该增加项与方程右端第一项  $(\mathbf{x}')^T (B_c^s)^{-1} \mathbf{x}'_1$  有诸多相似之处(同样面临与  $B_c^s$  同维超大矩阵  $C$  求逆运算)。因此可以借鉴传统方案中  $B_c^s = U U^T$  分解形式来模拟构建局地化矩阵  $C$ 。根据  $C$  功能定义,如果假设三维空间局地化函数在所有格点具有相同分布形状,且可以分解为  $C = U_v^a U_h^a (U_v^a U_h^a)^T$  形式( $U_h^a, U_v^a$  分别代表水平、垂直方向上的局地化算子),那么通过引进新控制变量  $\mathbf{w} = (\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_m)^T$ , 令  $\mathbf{w}_{\tau} = (U_v^a U_h^a)^{-1} \boldsymbol{\alpha}_{\tau}, \tau = 1, 2, 3, \dots, m$ , 式(7)右端中集合背景项就变换为关于  $\mathbf{w}$  的项:  $\frac{1}{2\beta_2} \mathbf{w}^T \mathbf{w}$ 。相应的,目标函数表达式变换为:

$$J(\mathbf{v}, \mathbf{w}) = \frac{1}{2\beta_1} \mathbf{v}^T \mathbf{v} + \frac{1}{2\beta_2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + \frac{1}{2} [\mathbf{H}(\mathbf{x}' + \mathbf{x}^b) - \mathbf{y}^o]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{H}(\mathbf{x}' + \mathbf{x}^b) - \mathbf{y}^o] \quad (9)$$

$\mathbf{x}'$  的计算表达式为:

$$\mathbf{x}' = U_p U_v U_h \mathbf{v} + \sum_{\tau=1}^m (U_v^a U_h^a \mathbf{w}_{\tau} \cdot \mathbf{x}_{\tau}^{e'}) \quad (10)$$

目标函数及其梯度的计算就转换为对新控制变量  $(\mathbf{v}, \mathbf{w})$  的迭代求解。

在具体实现过程中,水平方向局地化算子  $U_h^a$  可利用  $U_h$  中滤波算法来实现(高斯形状局地化模型);垂直方向局地化算子  $U_v^a$  可通过先设定一个高斯形状垂直局地化模型,然后利用  $U_v$  中正交特征分解算法来实现。最后,通过设定相应水平与垂直局地化特征长度参数值,局地化矩阵  $C$  就可以利用  $U_h^a$  与  $U_v^a$  的 Kronecker 积获得。具体算法步骤为:

1) 读取背景场格点数据  $\mathbf{x}^b$  及其相关气候背景误差协方差矩阵  $B_c^s$  统计数据;

2) 读取  $m$  个集合成员预报扰动值  $\mathbf{x}_{\tau}^{e'}, \tau = 1, 2, 3, \dots, m$ ;

3) 读取各种类型观测资料  $\mathbf{y}^o$  并设定相应观测

误差;

4) 计算新息向量:  $\mathbf{d} = \mathbf{y}^o - \mathbf{H}(\mathbf{x}^b)$ ;

5) 设置分析控制变量  $(\mathbf{v}, \mathbf{w})$  迭代初值,其中  $\mathbf{w}$  由  $m$  个向量场  $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_m$  组成;

6) 计算基于控制变量  $(\mathbf{v}, \mathbf{w})$  表达的目标函数值;

a) 计算目标函数中背景项值:  $\frac{1}{2\beta_1} \mathbf{v}^T \mathbf{v} + \frac{1}{2\beta_2} \mathbf{w}^T \mathbf{w}$ ;

b) 计算增量  $\mathbf{x}'$  值:  $\mathbf{x}' = U_p U_v U_h \mathbf{v} + \sum_{\tau=1}^m (U_v^a U_h^a \mathbf{w}_{\tau} \cdot \mathbf{x}_{\tau}^{e'})$ ;

c) 计算目标函数中观测项值:  $\frac{1}{2} (\mathbf{H} \mathbf{x}' - \mathbf{d})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H} \mathbf{x}' - \mathbf{d})$ ;

7) 计算目标函数关于分析控制变量  $(\mathbf{v}, \mathbf{w})$  梯度值;

a) 计算目标函数关于  $\mathbf{v}$  梯度值:  $\frac{1}{\beta_1} \mathbf{v} + (U_h)^T (U_v)^T (U_p)^T \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H} \mathbf{x}' - \mathbf{d})$ ;

b) 计算目标函数关于  $\mathbf{w}$  梯度值 [ $(U_e^a)^T$  表示  $\sum_{\tau=1}^m (\boldsymbol{\alpha}_{\tau} \cdot \mathbf{x}_{\tau}^{e'})$  矩阵算子转置]:  $\frac{1}{\beta_2} \mathbf{w} + (U_h^a)^T (U_v^a)^T (U_e^a)^T \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H} \mathbf{x}' - \mathbf{d})$

8) 基于获得的梯度值,计算梯度下降方向和最优步长,并更新控制变量  $(\mathbf{v}, \mathbf{w})$  迭代值。后重复计算目标函数和目标函数梯度值(步骤 6 和步骤 7),直至达到收敛标准;

9) 计算最终分析值:  $\mathbf{x}^a = \mathbf{x}^b + \mathbf{x}'$ 。

计算资源方面,混合 En3DVar 方案利用的是三维  $\alpha$  控制变量,在传统 3DVar 方案分析状态变量总维数为  $n$  前提下,会额外增加  $n \times m$  维分析状态变量空间,且随着集合预报成员数目  $m$  增加,空间还在增大,这对计算资源硬件需求是一个比较大的挑战。不过,在采用并行计算环境下,这个需求会随着并行核增加而变得相应容易满足。

## 4 集合预报扰动数据来源

本试验所需集合预报扰动场数据,源自 96 个成员的全球(谱模式)集合预报系统 T574-EnKF\*

\* T574-EnKF 集合系统是 NCEP 基于采用 EnSRF 技术建立的全球集合预报-同化循环滚动业务系统。

(Whitaker et al, 2008; Wang et al, 2013; Kleist and Ide, 2015)的,通过 CMA-TYM 积分获得。具体方案为,首先基于 T574-EnKF 系统输出的分析场集合,利用降尺度技术获得 CMA-TYM 初值集合。然后,考虑 En3DVar 分析更多关注台风内中小尺度信息提取和传播,而降尺度形成的初值仅包含全球模式可分辨的(较粗分辨率)天气尺度信息,因此需通过 CMA-TYM 模式短时间积分,来获得具有中小尺度信息的集合预报场(Pu et al, 2016; Lu et al, 2017)。

图 1 显示的是 1306 号台风温比亚(Rumbia)形成初期,基于 96 个集合预报扰动场统计表达的:背景场状态变量  $\pi, u, v, q$  在 850 hPa 层上误差(集合预报离散度)分布信息。从图中可以看出,各个状态变量误差水平分布范围,具有明显台风环流特征:无量纲气压(图 1a)和风场  $u$ (图 1b)、 $v$ (图 1c)都显示越靠近台风中心,误差值越大,并且呈现闭合环流形

状。很明显,这些状态变量误差分布与模式对台风系统描述能力吻合,台风内部模拟准确程度要远低于外围环流准确程度。同时,图 1d 显示的比湿  $q$  也符合台风降雨云系分布的螺旋形状(螺旋雨带降水模拟也是常见台风模拟误差来源)。

除误差分布信息外,集合预报扰动统计的  $P^i$  还有一个巨大优势:隐式包含分析状态变量之间的局地相关,并且这种相关是随着实际天气系统分布区域而不断变化。由于这种相关性通过协方差矩阵非对角线部分体现,维数巨大,难以展示。这里配合即将展开的单点台风中心气压数据试验,选取台风中心气压误差与其他分析状态变量误差在垂直方向(沿台风中心的经、纬向剖面)的统计相关来展示其部分属性,结果如图 2 所示。

从图 2 中可以看出,在垂直方向上,台风中心气压误差与中低层无量纲气压  $\pi$  误差存在正相关,与高层存在负相关,这与台风环流中低层气旋辐合、高

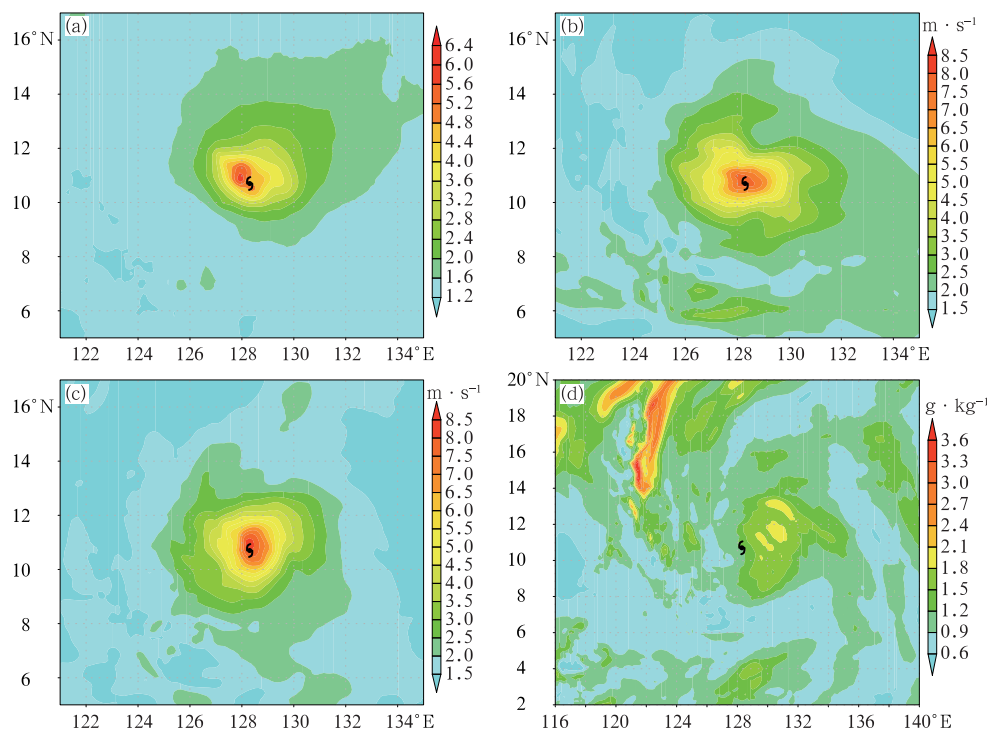


图 1 由集合预报扰动样本统计的背景场状态变量  
(a)  $\pi$ , (b)  $u$ , (c)  $v$ , (d)  $q$  在 850 hPa 层上的误差分布

(S: 台风中心位置, 下同)

Fig. 1 Background error distribution of (a)  $\pi$ , (b)  $u$ , (c)  $v$ , (d)  $q$  at 850 hPa level calculated by the ensemble forecast perturbation

(S: center of typhoon, same as below)

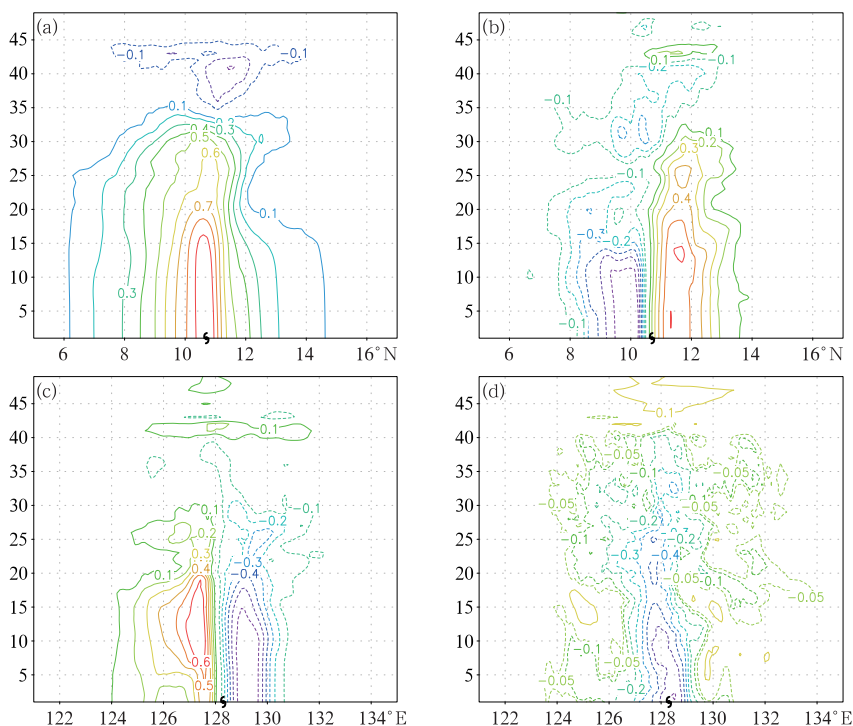


图 2 由集合预报扰动样本统计的背景台风中心气压与状态变量(a) $\pi$ , (b) $u$ , (c) $v$ , (d) $q$ 在模式垂直层上(沿台风中心经、纬向剖面)的误差相关性分布

Fig. 2 Distribution of model vertical levels (meridional and zonal profile along typhoon center) of background error correlation between typhoon central pressure and (a)  $\pi$ , (b)  $u$ , (c)  $v$ , (d)  $q$  calculated by the ensemble forecast perturbation

层反气旋辐散结构相吻合。同时台风中心气压误差与风速  $u, v$  分量误差在不同象限区域显示着有正有负的相关, 并且正负值所在区域与台风风压动力学平衡关系相匹配。

由此可见, 相比于传统 3DVar 方案将  $B_e^s$  假设为均匀、各向同性属性, 由集合预报扰动统计表达的  $P_e^s$  矩阵中, 分析状态变量误差不仅在台风区域有显著差异, 而且这种差异还符合模式对台风系统模拟的精确度分布。同时, 状态变量之间误差相关也与台风动力属性相匹配, 明显具有表达实时台风系统背景误差分布特征。

## 5 台风中心气压的单点同化分析

依据前文算法步骤, 本文发展实现了混合 En-3DVar 同化方案。为了验证其合理性和正确性, 选取单点台风中心气压数据进行同化测试, 并将分析结果和传统 3DVar 方案进行了对比分析。

图 3 展示了两种同化方案形成  $\pi, u$  增量在模式表面层上对比图。从  $\pi$  来看, 混合 En3DVar 方案分

析增量(图 3b)分布范围相对较小, 局限于台风环流区域, 但数据量级更大(暗示分析后台风气压会变得更深); 而传统 3DVar 方案分析增量分布范围明显偏大(图 3a), 远超出实际台风环流区域。从  $u$  对比来看, 混合 En3DVar 方案分析增量(图 3d)形成了一个气旋性环流分布结构, 且非对称特征明显, 数值最大能达到  $\pm 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ; 而传统 3DVar 方案分析增量(图 3c)不但数值偏小(仅在  $\pm 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  值之内), 而且影响范围也超出了台风环流区域。同样地, 从沿台风中心  $\pi, u$  增量垂直剖面对比图中(图 4)也可以看出: 相比于传统 3DVar 方案, 混合 En3DVar 方案分析增量分布区域与实际台风范围更加匹配, 且数值较大, 尤其在  $u, v$  增量上表现明显。除此之外, 由于传统 3DVar 方案  $B_e^s$  中假设气压误差与比湿误差互不相关, 气压增量不会引起比湿变化, 而混合 En3DVar 方案引入的  $P_e^s$  直接表达各个分析变量之间交叉相关, 因而气压增量会明显引起比湿增量出现(图略), 这从另外一个侧面也反映出混合 En3DVar 方案在变量相关属性方面存在明显优势。

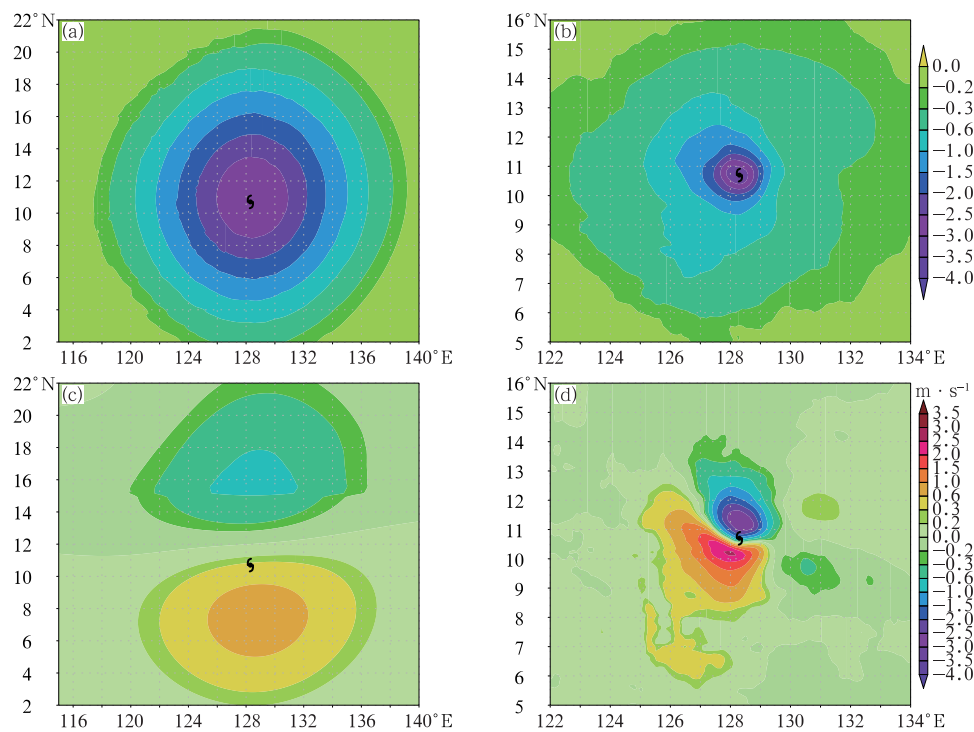


图3 同化台风中心气压资料后,3DVar 方案形成的(a) $\pi$ 、(c) $u$  增量与 En3DVar 方案形成的 (b) $\pi$ 、(d) $u$  增量在地面层上的水平分布

Fig. 3 Surface increment of (a)  $\pi$  and (c)  $u$  analyzed by 3DVar and (b)  $\pi$  and (d)  $u$  analyzed by En3DVar with typhoon central sea level pressure assimilation

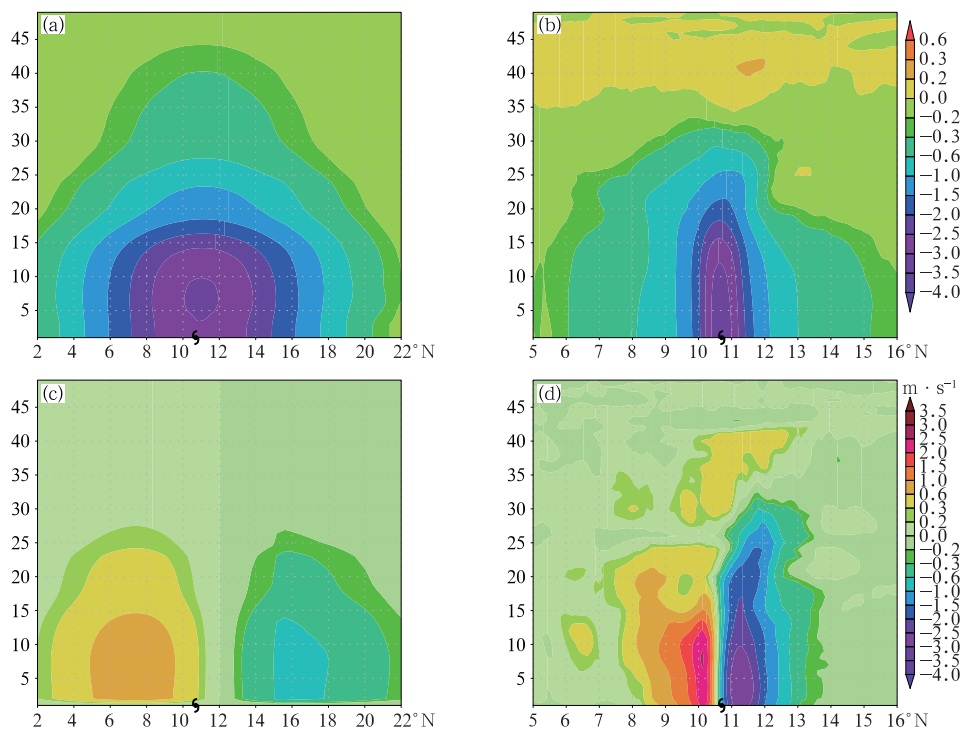


图4 同图3,但在模式垂直层上经向沿台风中心的分布

Fig. 4 Same as Fig. 3, but for meridional distribution along typhoon center at the model vertical levels



从技术层面来说,传统 3DVar 方案在模拟  $B_c^*$  时,为解决各分析状态变量之间误差相关,施加了物理平衡约束算子,它提取传播的分析增量,主要体现的是模式格点对大气演变描述中最主要贡献天气尺度,如气压场与风场地转或平衡方程形式的物理相关。同时,为解决各个非平衡变量(施加物理约束后)自协方差矩阵维数巨大问题,对其进行了水平均匀,各向同性假设。因而这样条件下模拟的  $B_c^*$  只是一个“平均”天气状态简化体现,很难将其与具体每个实时天气尺度系统联系起来。而混合 En3DVar 方案吸收的  $P_c^f$ ,直接表达了分析状态变量误差的自相关和交叉相关,并且这种相关是利用描述实时天气系统的集合预报成员统计而来,因而在时间、空间分布属性上和背景场表征的天气尺度系统紧密联系在一起。

## 6 实际观测资料同化效果分析

基于新建立的 CMA-TYM En3DVar 系统,本文进行了实际观测资料同化试验。试验模式区域范围为  $5^\circ \sim 49^\circ \text{N}$ 、 $93^\circ \sim 156^\circ \text{E}$ ,覆盖部分大陆和太平洋、南海的东南亚地区,水平格点数为  $531 \times 451$ 。试验时间是 2013 年 6 月 28 日 12:00 UTC(1306 号台风温比亚生成初期)。试验冷启动数据来自 T1148-GSI\* 全球数值预报模式系统(提供初始场和侧边界)和 T574-EnKF 全球集合预报系统(提供集合预报场)。同化所需观测资料来自实时数值预报业务常规观测资料集,包括探空、地面站、洋面浮标和船舶资料、飞机报和云导风、洋面风等。除此之外,由预报员实时分析的台风中心海平面气压也作为常规资料进入了分析同化系统。

En3DVar 方案实际应用中,有三个待定参数。一个是  $B_c^*$ (或  $P_c^f$ )的权重系数  $\beta_1$ (或  $\beta_2$ ),参照 Wang et al(2013)做法,本文试验选取  $\beta_1 = 0.2$ 。另外两个参数是局地化矩阵  $C$  在水平和垂直方向上特征长度(限制观测信息水平和垂直传播范围)。这里垂直方向局地化模型采用是高斯型函数,通过经验正交函数变换实现,即任意两个模式层之间的相关系数定义为:

$$\gamma(k_1, k_2) = \exp(-d^2/L^2) \quad (11)$$

式中: $d$  为模式层  $k_1$  和  $k_2$  的几何距离, $L$  为垂直局地化特征长度。为获得最优取值,本文对 100 ~ 1000 km 范围内的水平局地化特征长度进行了测试,最终发现在 260 km 情况下会显示非常合理的分析增量。 $L$  也采取了类似的测试确定取值为 36。

图 5、图 6 显示的是 En3DVar 系统同化观测资料后,状态变量  $\pi, u, v, q$  在水平(地面层)和垂直方向上(沿台风中心经纬向剖面)的增量分布。从  $\pi$  来看,水平方向上(图 5a)在台风中心周围形成一个气压增量负值区;垂直方向上(图 6a),气压增量呈现中低层有效加深,高层反气旋弱增强的分布形式,匹配台风低层辐合高层辐散的质量场属性。从  $u, v$  分析增量来看,图 5b 和 5c 显示在水平方向上,伴随着气压场加深,围绕台风中心形成明显气旋性环流。实际数据显示增量分布并不均匀,东部、北部区域更大一些,呈现明显非对称加深结构。图 6b 和 6c 显示在垂直方向上, $u, v$  分析增量紧密围绕台风中心,且遍布整个中低层,同样非对称特征也非常明显。从湿度  $q$  分析增量来看,水平方向上(图 5d)其分布区域与台风环流螺旋状云系特征紧密匹配,垂直方向上(图 6d),在台风中心附近产生的分析增量遍布眼区及周围环流区域(看似“杂乱”的增量分布实际和台风中小尺度对流区域十分吻合)。

诊断结果显示,台风环流区域内仅有中心气压、有限云导风资料被同化吸收。这就说明,台风区域内分析增量都是基于这些观测信息,通过  $P_c^f$  中变量自身相关和交叉相关属性获得(这一点在中下层湿度分析增量上体现的尤其明显)。同时,由于  $P_c^f$  的存在,分析增量的分布范围、数值大小和实际台风动力平衡关系、环流区域也十分匹配。当然,如果集合预报扰动成员不能准确描述背景场台风误差信息,那么同化阶段就不会提取出合理观测资料信息且有效传播出去,因此也不会形成匹配实际台风分布区域和动力学特征的分析增量。

## 7 台风预报试验

为评估混合 En3DVar 方案对台风路径强度预

\* 为本文试验提供冷启动数据来源的 NCEP 全球 EnKF 集合预报系统和全球确定性预报系统,是一套采用高低双分辨率运行的双向耦合系统,出于业务计算资源和运行时效考虑,EnKF 系统采用较低分辨率的 T574 模式运行,而确定性预报采用高分辨率的 T1534 模式运行。本文出于试验资源的考虑,确定性预报选择了 T1148 模式配置运行。



报影响,基于 CMA-TYM 模式系统对 1306 号台风温比亚进行了预报试验。试验分两种方案进行,一

种为 3DVar 方案,另一种为 En3DVar 方案,即分别应用 3DVar、En3DVar 形成的分析场进行模式积分

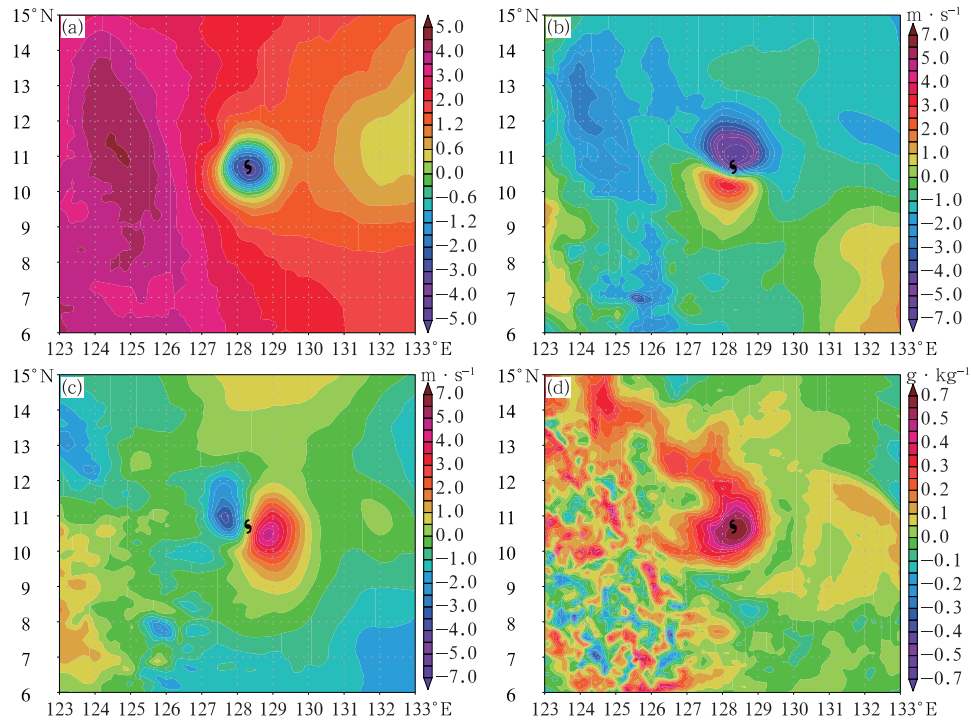


图 5 同化常规观测资料后,En3DVar 方案形成的(a) $\pi$ 、(b) $u$ 、(c) $v$ 、(d) $q$ 增量在地面层上的水平分布

Fig. 5 Surface increment of (a)  $\pi$ , (b)  $u$ , (c)  $v$ , (d)  $q$  analyzed by En3DVar with conventional data assimilation

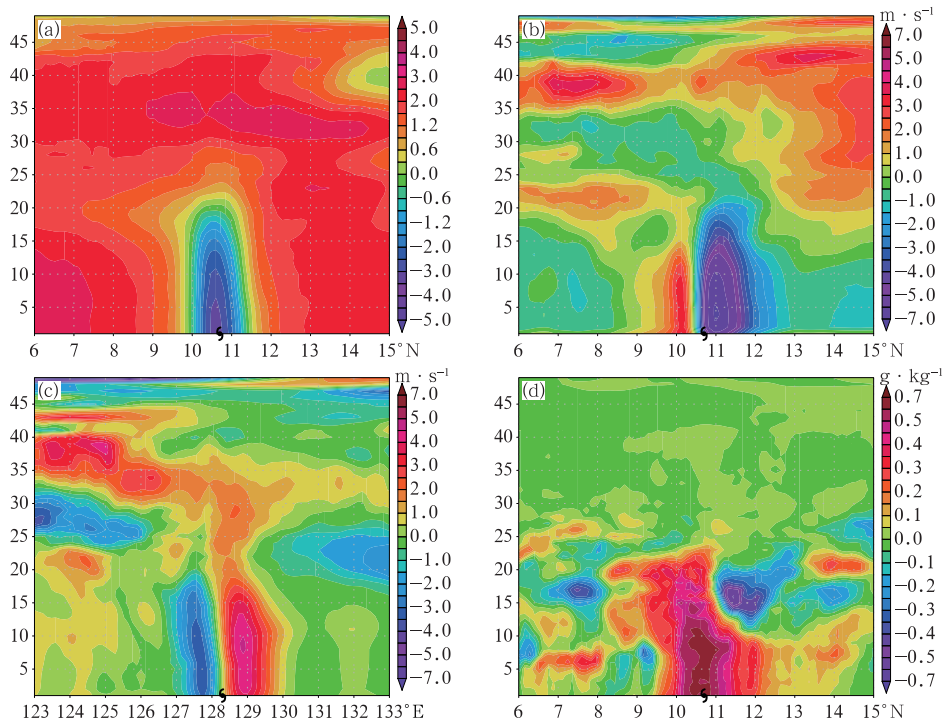


图 6 同图 5,但在模式垂直层上沿台风中心的(a,b)经向、(c,d)纬向分布

Fig. 6 Same as Fig. 5, but for (a, b) meridional and (c, d) zonal distribution along typhoon center at the model levels

预报。运行方案为,在“温比亚”生命史期间,每天选取 00 UTC 和 12 UTC 时刻进行同化分析和预报试验。预报所需数据同样来自全球模式系统 T1148-GSI 和全球集合预报系统 T574-EnKF。

图 7 显示在“温比亚”生命史期间,CMA-TYM 模式分别应用 3DVar 系统和混合 En3DVar 系统产生的预报路径和实际观测路径情况。从图中可以看出,两种方案对 36 h 内台风路径预报效果差别不大,但是对长时效的 48~96 h 预报,混合 En3DVar 方案表现较好,特别在“温比亚”生命史早期几个预

报时刻,相比于 3DVar 方案,混合 En3DVar 方案产生的预报路径更趋向于实际观测,有效纠正其右偏趋势。而在“温比亚”生命史后期,尽管混合 En3DVar 方案优势表现的并不如前期那么明显,但是实际检验数据显示,其路径预报还是好于 3DVar 方案。

从强度预报检验来看(图 8),无论是中心气压还是近地面最大风速,混合 En3DVar 方案产生的预报结果都好于 3DVar 方案。特别在“温比亚”生成初期,混合 En3DVar 方案就提前 72 h 准确预报出

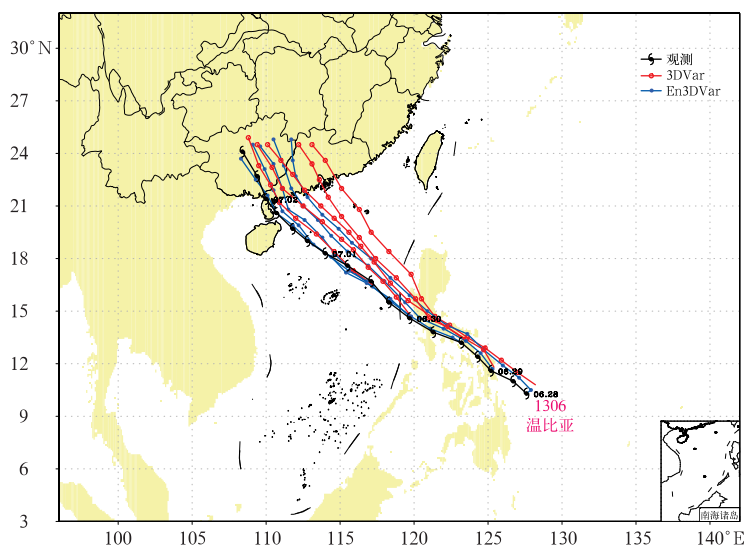


图 7 CMA-TYM 系统分别基于 En3DVar 和 3DVar 方案预报的 1306 号台风温比亚移动和实况路径对比

Fig. 7 Tracks predicted by CMA-TYM model with En3DVar and 3DVar scheme for No. 1306 Typhoon Rumbia compared with the observed track

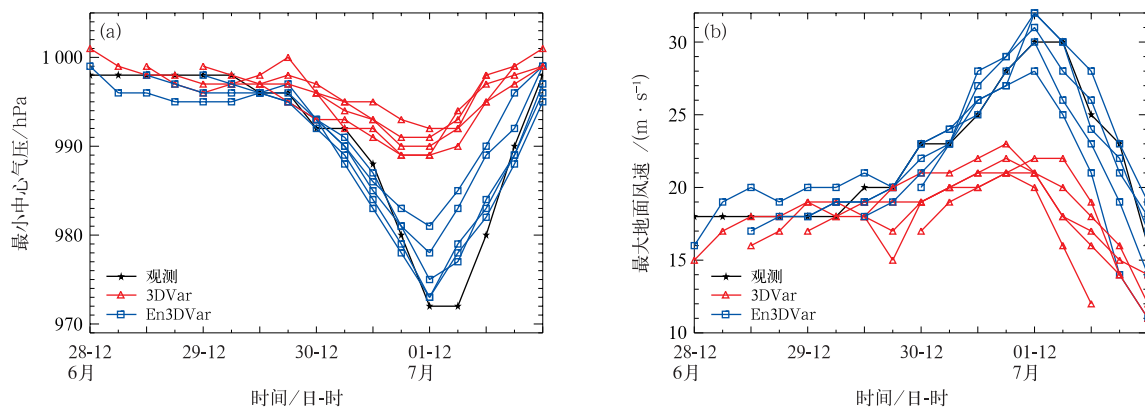


图 8 2013 年 6 月 28 日至 7 月 1 日 CMA-TYM 系统分别基于 En3DVar 和 3DVar 方案预报的 1306 号台风温比亚 (a)中心气压,(b)最大地面风速和实况对比

Fig. 8 Central pressure (a) and maximum surface wind (b) predicted by CMA-TYM model with En3DVar and 3DVar scheme for No. 1306 Typhoon Rumbia compared with the observed data from 28 June to 1 July 2013

其在近海快速增强爆发过程,并且这种表现一直延续贯穿后期所有预报时刻,直至台风登陆消亡。反观 3DVar 方案,尽管也预报描述出台风后期增强过程,但是这个趋势缓慢且不明显,而且在数据量级(气压与风速大小)上也和实际观测相差甚远。

## 8 结论与讨论

基于 CMA-TYM 3DVar 同化系统,本文设计发展了通过三维 Alpha 控制变量引入集合预报扰动(隐式流依赖背景误差协方差表达)的混合 En3DVar 同化方案。在匹配现有 3DVar 方案算法流程的基础上,具有计算高效、易于实现的特点。

单点台风中心气压数据同化测试表明,相比于 3DVar 方案,混合 En3DVar 方案形成的气压场分析增量明显分布于台风环流区域内,风场分析增量结构上更加匹配台风动力学特征:数值量级上更大且非对称结构明显。更重要的是,气压分析增量会导致湿度场(比湿)增量的出现(传统 3DVar 方案假设两者是不相关的)。由此可见,在集合预报扰动统计表达的背景误差协方差能准确表征背景台风误差条件下,台风内部资料的同化就能够获得与台风环流范围相匹配的分析增量,并且这些分析增量内部之间的相关平衡符合实时台风动力学特征。

应用常规观测资料的同化试验显示,混合 En3DVar 方案能有效提取台风区域内零散观测信息,并且这部分信息会按实时台风特征向周围传播出去,从而影响分析场台风结构、强度变化。这使得通过有限观测资料信息同化改进初始台风涡旋质量成为可能。同时,台风个例预报试验表明,无论是路径还是强度,混合 En3DVar 产生的预报结果都要明显好于 3DVar 预报结果。

需要指出的是,混合变分同化方案形成的分析增量实质是多个集合成员预报扰动的线性组合(被限制在集合成员扰动所张的子空间),其同化效果与集合预报扰动统计表达的背景误差协方差的准确程度密切相关。只要有有限集合预报扰动成员能够抓住实时天气系统在模式格点尺度体现的主要误差特征,那么基于其统计所得的误差协方差矩阵就具有实时天气系统的流依赖型表达能力。

## 参考文献

陈德辉,薛纪善,沈学顺,等,2012.我国自主研发的全球/区域一体化数值天气预报系统 GRAPES 的应用与展望[J].中国工程科学,14(9):46-54. Chen D H, Xue J S, Shen X S, et al, 2012. Applica-

tion and prospect of a new generation of numerical weather prediction system (GRAPES)[J]. Eng Sci, 14(9):46-54 (in Chinese).

郭云云,邓莲堂,范广洲,等,2015. GRAPES 中尺度模式中不同积云参数化方案预报性能对比研究[J]. 气象,41(8):932-941. Guo Y Y, Deng L T, Fan G Z, et al, 2015. Comparative analysis of different cumulus parameterization schemes in GRAPES-Meso-model[J]. Meteor Mon, 41(8):932-941 (in Chinese).

麻素红,2019. 涡旋强度调整半径对 2016 年第 18 号热带气旋路径预报的影响[J]. 气象学报,77(4):662-673. Ma S H, 2019. Impact of radius of TC intensity correction on No. 1618 TC track prediction[J]. Acta Meteor Sin, 77(4):662-673 (in Chinese).

麻素红,陈德辉,2018. 国家气象中心区域台风模式预报性能分析[J]. 热带气象学报,34(4):451-459. Ma S H, Chen D H, 2018. Analysis of performance of regional typhoon model in National Meteorological Center[J]. J Trop Meteor, 34(4):451-459 (in Chinese).

麻素红,张进,沈学顺,等,2018. 2016 年 GRAPES\_TYM 改进及对台风预报影响[J]. 应用气象学报,29(3):257-269. Ma S H, Zhang J, Shen X S, et al, 2018. The upgrade of GRAPE\_TYM in 2016 and its impacts on tropical cyclone prediction[J]. J Appl Meteor Sci, 29(3):257-269 (in Chinese).

马旭林,庄荣照,薛纪善,等,2009. GRAPES 非静力数值预报模式的三维变分资料同化系统的发展[J]. 气象学报,67(1):50-60. Ma X L, Zhuang Z R, Xue J S, et al, 2009. Development of 3-D variational data assimilation system for the nonhydrostatic numerical weather prediction model-GRAPES[J]. Acta Meteor Sin, 67(1):50-60 (in Chinese).

聂皓浩,刘奇俊,马占山,2016. 高分辨率 GRAPES 模式中云微物理方案对强降水的模拟和诊断研究[J]. 气象,42(12):1431-1444. Nie H H, Liu Q J, Ma Z S, 2016. Simulation and analysis of heavy precipitation using cloud microphysical scheme coupled with high-resolution GRAPES model[J]. Meteor Mon, 42(12):1431-1444 (in Chinese).

薛纪善,陈德辉,等,2008. 数值预报系统 GRAPES 的科学设计与应用[M]. 北京:科学出版社. Xue J S, Chen D H, et al, 2008. Scientific Design and Application of Numerical Weather Prediction System GRAPES[M]. Beijing: Science Press (in Chinese).

张华,薛纪善,庄世宇,等,2004. GRAPES 三维变分同化系统的理想试验[J]. 气象学报,62(1):31-41. Zhang H, Xue J S, Zhuang S Y, et al, 2004. Idea experiments of grapes three-dimensional variational data assimilation system[J]. Acta Meteor Sin, 62(1):31-41 (in Chinese).

张进,麻素红,陈德辉,等,2017. GRAPES\_TYM 改进及其在 2013 年西北太平洋和南海台风预报的表现[J]. 热带气象学报,33(1):64-73. Zhang J, Ma S H, Chen D H, et al, 2017. The improvements of GRAPES\_TYM and its performance in Northwest Pacific Ocean and South China Sea in 2013[J]. J Trop Meteor, 33(1):64-73 (in Chinese).

郑晓辉,徐国强,贾丽红,等,2016. GRAPES\_Meso 区域模式积云计算方案引进及预报效果检验[J]. 大气科学,40(5):907-919. Zheng X H, Xu G Q, Jia L H, et al, 2016. Incorporation of a cumulus fraction scheme in the GRAPES\_Meso and evaluation of

- its performance[J]. *Chin J Atmos Sci*, 40(5):907-919 (in Chinese).
- 庄世宇, 薛纪善, 朱国富, 等, 2005. GRAPES 全球三维变分同化系统—基本设计方案与理想试验[J]. *大气科学*, 29(6):872-884.
- Zhuang S Y, Xue J S, Zhu G F, et al, 2005. GRAPES global 3D-var system—basic scheme design and single observation test[J]. *Chin J Atmos Sci*, 29(6):872-884 (in Chinese).
- 庄照荣, 薛纪善, 朱宗申, 等, 2006. 非线性平衡方案在三维变分同化系统中的应用[J]. *气象学报*, 64(2):137-148.
- Zhuang Z R, Xue J S, Zhu Z S, et al, 2006. Application of nonlinear balance scheme in three-dimensional variational data assimilation[J]. *Acta Meteor Sin*, 64(2):137-148 (in Chinese).
- Aberson S D, 2008. Large forecast degradations due to synoptic surveillance during the 2004 and 2005 hurricane seasons[J]. *Mon Wea Rev*, 136(8):3138-3150.
- Bonavita M, Isaksen L, Hölm E, 2012. On the use of EDA background error variances in the ECMWF 4D-Var[J]. *Quart J Roy Meteor Soc*, 138(667):1540-1559.
- Buehner M, Houtekamer P L, Charette C, et al, 2010a. Intercomparison of variational data assimilation and the ensemble Kalman filter for global deterministic NWP. Part I: Description and single-observation experiments[J]. *Mon Wea Rev*, 138(5):1550-1566.
- Buehner M, Houtekamer P L, Charette C, et al, 2010b. Intercomparison of variational data assimilation and the ensemble Kalman filter for global deterministic NWP. Part II: One-month experiments with real observations[J]. *Mon Wea Rev*, 138(5):1567-1586.
- Clayton A M, Lorenc A C, Barker D M, 2013. Operational implementation of a hybrid ensemble/4D-Var global data assimilation system at the Met Office[J]. *Quart J Roy Meteor Soc*, 139(675):1445-1461.
- Etherton B J, Bishop C H, 2004. Resilience of hybrid ensemble/3DVAR analysis schemes to model error and ensemble covariance error[J]. *Mon Wea Rev*, 132(5):1065-1080.
- Gaspari G, Cohn S E, 1999. Construction of correlation functions in two and three dimensions[J]. *Quart J Roy Meteor Soc*, 125(554):723-757.
- Hamill T M, Snyder C, 2000. A hybrid ensemble Kalman filter-3D variational analysis scheme[J]. *Mon Wea Rev*, 128(8):2905-2919.
- Hamill T M, Whitaker J S, Kleist D T, et al, 2011. Predictions of 2010's tropical cyclones using the GFS and ensemble-based data assimilation methods[J]. *Mon Wea Rev*, 139(10):3243-3247.
- Houtekamer P L, Mitchell H L, 2001. A sequential ensemble Kalman filter for atmospheric data assimilation[J]. *Mon Wea Rev*, 129(1):123-137.
- Kleist D T, Ide K, 2015. An OSSE-based evaluation of hybrid variational-ensemble data assimilation for the NCEP GFS. Part I: System description and 3D-hybrid results[J]. *Mon Wea Rev*, 143(2):433-451.
- Li Y Z, Wang X G, Xue M, 2012. Assimilation of radar radial velocity data with the WRF hybrid ensemble-3DVAR system for the prediction of Hurricane Ike (2008)[J]. *Mon Wea Rev*, 140(11):3507-3524.
- Lorenc A C, 2003. Modelling of error covariances by 4D-Var data assimilation[J]. *Quart J Roy Meteor Soc*, 129(595):3167-3182.
- Lu X, Wang X G, Li Y Z, et al, 2017. GSI-based ensemble-variational hybrid data assimilation for HWRF for hurricane initialization and prediction: impact of various error covariances for airborne radar observation assimilation[J]. *Quart J Roy Meteor Soc*, 143(702):223-239.
- Pan H L, Liu Q, Han J, et al, 2014. Extending the simplified Arakawa-Schubert scheme for meso-scale model applications [R]. NCEP Office Note 479, 11pp., <http://www.lib.ncep.noaa.gov/ncepofficenotes/files/on479.pfd>.
- Pu Z X, Zhang S X, Tong M J, et al, 2016. Influence of the self-consistent regional ensemble background error covariance on hurricane inner-core data assimilation with the GSI-based hybrid system for HWRF[J]. *J Atmos Sci*, 73(12):4911-4925.
- Wang X G, 2010. Incorporating ensemble covariance in the gridpoint statistical interpolation variational minimization: a mathematical framework[J]. *Mon Wea Rev*, 138(7):2990-2995.
- Wang X G, 2011. Application of the WRF hybrid ETKF-3DVar data assimilation system for hurricane track forecasts[J]. *Wea Forecasting*, 26(6):868-884.
- Wang X G, Barker D M, Snyder C, et al, 2008a. A hybrid ETKF-3DVar data assimilation scheme for the WRF model. Part I: observing system simulation experiment[J]. *Mon Wea Rev*, 136(12):5116-5131.
- Wang X G, Barker D M, Snyder C, et al, 2008b. A hybrid ETKF-3DVar data assimilation scheme for the WRF model. Part II: Real observation experiments[J]. *Mon Wea Rev*, 136(12):5132-5147.
- Wang X G, Parrish D, Kleist D, et al, 2013. GSI 3DVar-based ensemble-variational hybrid data assimilation for NCEP global forecast system: single-resolution experiments[J]. *Mon Wea Rev*, 141(11):4098-4117.
- Wang X G, Snyder C, Hamill T M, 2007. On the theoretical equivalence of differently proposed ensemble-3DVar hybrid analysis schemes[J]. *Mon Wea Rev*, 135(1):222-227.
- Whitaker J S, Hamill T M, Wei X, et al, 2008. Ensemble data assimilation with the NCEP global forecast system[J]. *Mon Wea Rev*, 136(2):463-482.
- Zhang F Q, Zhang M, Poterjoy J, 2013. E3DVar: Coupling an ensemble Kalman filter with three-dimensional variational data assimilation in a limited-area weather prediction model and comparison to E4DVar[J]. *Mon Wea Rev*, 141(3):900-917.
- Zhang M, Zhang F Q, 2012. E4DVar: Coupling an ensemble Kalman filter with four-dimensional variational data assimilation in a limited-area weather prediction model[J]. *Mon Wea Rev*, 140(2):587-600.