多层递阶周期分析

李邦宪

（浙江省金华市气象台）

提　要

针对经典多层递阶预报方法的某些不足，提出了一种改进的多层递阶预报模型——多层递阶周期分析。它使用时间序列的显著周期分量取代原模型中的自回归部分，使其更合理地反映气象要素自身的演变规律，有效地提高了预报精度。

一、引言

在天气预报中，多层递阶方法是将天气系统看成是随机动态的时变系统，把对天气系统的状态预报分离成两部分，即对时变参数的预报和在此基础上对系统状态的预报。

近年来有许多把多层递阶方法应用于天气预报的有益尝试，但大多采用仅有预报因子的线性单输出系统模型[1]。但当气象要素含有较强的周期性变化时，采用仅有预报因子的多层递阶预报模型，则会使预报误差增大。为此，本文提出一种逐步回归周期分析与多层递阶方法相结合的预报模型，用时间序列的显著周期分量取代经典模型中的自回归部分，使其能更好地反映气象要素自身的演变规律。我们将这种改进的多层递阶预报模型称之为多层递阶周期分析。

二、思路及基本数学模型

用显著周期分量取代经典多层递阶方法中的自回归部分。基本数学模型取为：

$$y(t)=\sum_{i=1}^{l}\alpha_i(t)x_i(t)+\sum_{i=1}^{k}\beta_i(t)u_i(t)+e(t) \quad (1)$$

其中，$y(t)$ 为预报对象，$x_i(t)$ 为预报因子，$u_i(t)$ 为$y(t)$ 的显著周期分量，l、k 分别为预报因子个数和显著周期数，$\alpha_i(t)$ 和$\beta_i(t)$ 为时变参数，$e(t)$ 为随机误差。下面将$e(t)$ 作为预报误差处理，即$e(t)=y(t)-\bar{y}(t)$。

本文的主要目的是讨论用显著周期分量取代自回归部分的可能性，可以暂不考虑预报因子部分，（1）式简化为：

$$y(t)=\sum_{i=1}^{k}\beta_i(t)u_i(t)+e(t) \quad (2)$$

在（2）式中，显著周期分量$u_i(t)$的提取和计算是问题的关键。本文采用逐步回归周期分析方法[2]进行计算。它不仅能有效地提取显著周期，且能同时分离出显著周期分量。

三、计算步骤

1.计算试验周期序列

将预报对象序列$y(t)$依次按长度l（$2\leqslant l\leqslant m$）进行分组。

$$\begin{cases}y(1),\ \cdots y(i),\ \cdots,\ y(l)\\ y(l+1),\cdots y(l+i),\cdots y(2l)\\ y[(n_0-1)l+1\cdots y[(n_0-1)l+i]\cdots y(n)\end{cases}$$

其中 n 为原序列样本长度，n_0 为满足$i+(n_0-1)l\leqslant n$的最大整数，$m=INT(n/2)$。

对以上各组求平均，得到一长度为 n/l 的平均值序列，称之为试验周期序列。按不同长度分组则可得到$m-1$个试验周期序列。将各序列按其周期外延，使其序列长度均为n，并将这$m-1$个新序列记为u_1，u_2，……u_{m-1}。

2.运用逐步回归周期分析提取显著周期分量

按照逐步回归计算步骤，在给定的F检验水平下，对各个试验周期序列$u_1,u_2,\cdots\cdots u_{m-1}$进行变量的逐个引入和剔除，直到既无变量可剔除又无变量可引入为止。若筛选出第i个变量u_i，就认为$y(t)$ 存在$i+1$年显著周期。若共筛选出 k 个变量，则表明序列$y(t)$ 存在k个显著周期，所对应的变量u_i

就是显著周期分量。

3.运用多层递阶方法确定和预报时变参数

若置$\phi^T(t) = [u_1(t), u_2(t), \cdots\cdots u_k(t)]$，

$\theta(t) = [\beta_1(t), \beta_2(t), \cdots\cdots\beta_k(t)]$

则（2）式可写为：

$$y(t) = \phi^T(t) \cdot \theta(t) + e(t) \quad (3)$$

其$\phi(t)$为显著周期分量的集合向量，$\phi^T(t)$为其转置。

引进时变参数递推算法公式：

$$\overline{\theta}(t) = \overline{\theta}(t-1) + \frac{1}{\|\phi(t)\|^2}\phi(t)\cdot[y(t) - \phi^T(t)\overline{\theta}(t-1)] \quad (4)$$

式中$\overline{\theta}(t-1)$表示$\overline{\theta}(t-1)$的估值，$||\phi(t)||^2 = \phi^T(t)\cdot\phi(t)$.

根据历史资料，利用（4）式对预报系统的时变参数进行跟踪，得到一系列参数跟踪估值序列。

对上述参数估值序列$\overline{\theta}_i(t)$进行分析，按其特点用适当的数学手段，建立所满足的参数预报模型。常用的方法有均值近似法，多层自回归模型递阶法，分段周期变量法等。

在预报模型（2）中，$u_1, u_2, \cdots\cdots u_{m-1}$为显著周期分量，其所对应的参数估值序列应具有较明显的周期性变化特点，运用“分段周期变量法”作参数预报比较合适。一般可用功率谱分析、方差分析等方法确定其周期T，然后按此周期分段取不同的数值作为参数的预报值。按以下预报公式，得出参数的分段周期预报值：

$$\overline{\theta}_i^*(n+1) = \frac{1}{H}\sum_{j=1}^{H}\overline{\theta}_i(n+1-jT)$$

$$\overline{\theta}_i^*(n+2) = \frac{1}{H}\sum_{j=1}^{H}\overline{\theta}_i(n+2-jT)$$

$$\cdots\cdots \quad (5)$$

$$\overline{\theta}^*(n+T) = \frac{1}{H}\sum_{j=1}^{H}\overline{\theta}_i(n+T-jT)$$

其中n为历史资料样本长度，T为与显著周期分量u_i所对应的周期长度，

$$H = INT\left(\frac{n}{T}\right)。$$

4.作出系统状态预报

在上述参数预报的基础上，运用$y(t)$的向前一步预报公式：

$$\overline{y}(n+1/n) = \phi^T(n+1)\cdot\theta_i^*(n+1) \quad (6)$$

即可求得系统的向前一步预报值，$\overline{y}(n+1/n)$为$y(n)$向前一步预报值。

四、计算分析实例

运用多层递阶周期分析建立金华市6月份降水量预报模型。取F＝9.0作为信度检验水平，经逐步回归周期分析计算，分别筛选出2年、7年和11年3个显著周期，并分离出相应的周期分量$u_1(t)$、$u_2(t)$和$u_3(t)$，它们与$y(t)$之间的相关系数分别为0.390、0.601和0.681。于是金华市6月份降水量的多层递阶周期分析预报模型为：

表1 时变参数β_1、β_2、β_3的估值序列

序号	年份	$\beta_1(t)$	$\beta_2(t)$	$\beta_3(t)$	序号	年份	$\beta_1(t)$	$\beta_2(t)$	$\beta_3(t)$
1	1957	0.2560	0.1892	0.1493	14	1970	0.4848	0.3713	0.3879
2	1958	0.2798	0.2111	0.1693	15	1971	0.5037	0.3853	0.4103
3	1959	0.3776	0.2835	0.2536	16	1972	0.3907	0.2828	0.2872
4	1960	0.4191	0.3311	0.3087	17	1973	0.4978	0.3076	0.4229
5	1961	0.3715	0.2857	0.2659	18	1974	0.3401	0.2056	0.2635
6	1962	0.4427	0.3879	0.3837	19	1975	0.4670	0.3295	0.3809
7	1963	0.3893	0.3223	0.3364	20	1976	0.4089	0.3279	0.3793
8	1964	0.3149	0.2554	0.2548	21	1977	0.5165	0.3864	0.4259
9	1965	0.4309	0.3421	0.3926	22	1978	0.3006	0.1922	0.1999
10	1966	0.2633	0.1812	0.1936	23	1979	0.2902	0.1845	0.1938
11	1967	0.4987	0.3801	0.3964	24	1980	0.2413	0.1375	0.1533
12	1968	0.3808	0.2436	0.3128	25	1981	0.2742	0.1653	0.1316
13	1969	0.4684	0.3470	0.3726	26	1982	0.4203	0.3345	0.3751

$$\bar{y}(t) = \beta_1(t)\, u_1(t) + \beta_2(t)\, u_2(t) + \beta_3(t)\, u_3(t)$$

取初始样本 $n_0 = 26$，时变参数初值为零〔$\beta_1(0) = \beta_2(0) = \beta_3(0) = 0$〕，应用时变参数递推算法公式，得到参数跟踪估值序列$\bar{\theta}(t)$（见表1）。

对β_1、β_2和β_3分别取2、7、11年周期，运用（5）式分段周期变量法，求出时变参数预报值（表2）。

表2　时变参数预报值

年　份	$\beta_1^*(t)$	$\beta_2^*(t)$	$\beta_3^*(t)$
1983	0.4109	0.3543	0.2766
1984	0.3652	0.3600	0.4[illegible]3
1985	0.4086	0.2555	0.3000
1986	0.3695	0.2551	0.3179

表3　两种不同方法的预报效果比较

年　份	实测值	多层递阶周期分析			经典多层递阶方法		
		预报值	误差值	相对误差(%)	预报值	误差值	相对误差(%)
1983	245	259	+14	5.7%	197	−48	19.7%
1984	325	312	−13	4.0%	227	−98	30.2%
1985	168	190	+21	12.5%	204	+36	21.4%
1986	177	188	+11	6.2%	173	−4	2.3%
平均绝对误差		—	14.8	7.1%	—	46.5	18.4%

据上述参数预报，应用（6）式即可得到1983—1986年金华市6月降水量预报值（表3）。

用同样的资料，使用多层递阶方法建立仅有自回归部分的预报模型：

$$\bar{y}(t) = \beta_1(t)\, y(t-1) + \beta_2(t)\, y(t-2) + \beta_3(t)\, y(t-3)$$

其状态预报值也列于表3。从中可以看到，与经典的多层递阶方法相比，多层递阶周期分析的预报精度有所提高。

五、结束语

1．多层递阶周期分析，用显著的周期分量取代经典方法中的自回归部分，由于预报量$y(t)$与显著周期分量的相关高，有利于提高预报精度。

2．多层递阶周期分析方法的预报效果，与时间序列本身的周期性密切相关。当时间序列本身周期性变化不明显时，入选周期可信度降低。此时，采用文中预报模型（1）可能比较适宜，预报因子及显著周期的筛选可利用逐步回归双重分析[3]来处理。

3．在多层递阶周期分析中，选用分段周期变量法作时变参数预报是适宜的。

4．及时引进最新信息，适时更新入选的周期分量，可望减少预报误差，稳定预报效果。这方面的工作，有待今后探讨。

参考文献

〔1〕韩志刚等，黑龙江省冬季平均气温的多层递阶长期预报模型，大气科学Vol. 9，NO. 2，1985年。

〔2〕魏风英等，逐步回归周期分析，气象，第9卷，第2期，1983年。

〔3〕李邦宪，逐步回归双重分析，气象，第13卷，等10期，1987年。