

旋转式风敏元件的动特性

王 金 钊

(气象科学研究院大气探测所)

一、前言

在不稳定的气流中，旋转式风敏元件的工作情况，可以用它们的动特性来表征。这一特性决定着叶轮对气流速度任何变化的反应，以及风速瞬时值和平均值的测量误差。就其动特性来说，风杯式和螺旋桨式叶轮属于非周期性环节，即一阶动力学系统，其反应仅仅取决于输入信号（风速）的形式和输出信号（仪表示值）的一次导数。

从数学上说，一阶动力学系统可以用一阶微分方程式来描述

$$T(d\omega/dt) + \omega = f(t) \quad (1)$$

式中 $d\omega/dt$ 为仪表示值的变化速率， T 为时间常数， $f(t)$ 为外部的作用， ω 为仪表的示值。

如果 $f(t)$ 具有阶梯形式，在零初始条件下，方程式(1)的通解为

$$\omega = KV_0(1 - e^{-t/T}) \quad (2)$$

在 $t \rightarrow \infty$ 时， $\omega \rightarrow KV_0 = \omega_0$ ，所以可写成

$$\omega = \omega_0(1 - e^{-t/T}) \quad (3)$$

式中 ω_0 为仪表的稳定示值。

如果 e 的幂数乘以 V_0/V 。（ V_0 为稳定的风速），则 $V_0 t$ 就是时间 t 里面的风程，而 $V_0 T = L$ 是同步风程，即为使叶轮的旋转速度变化 e 倍，气流相对叶轮所走过的路程。于是(3)式可写成

$$\omega = \omega_0(1 - e^{-V_0 t / L}) \quad (4)$$

这个解的图形如图1所示，从图可知，在风走过路程 L 的时间里，仪表示值达到

$0.63\omega_0$ ， $2L$ 时示值为 $0.86\omega_0$ ，而在 $3L$ 时示值为 $0.95\omega_0$ 。

如 $f(t)$ 按正弦规律变化，则(1)式的解为

$$\omega = K\Delta V_0(1 + P^2 T^2)^{-0.5} \sin(PT + \varphi) \quad (5)$$

式中 ΔV_0 为风速脉动的振幅， $P = 2\pi f$ 为角频率， $\varphi = 1/tg PT$ 为仪表示值的相移（滞后）， $(1 + P^2 T^2)$ 为振幅的动力学放大系数。

把 $t = X/V_0$ 代入(5)式，又知 $T = L/V_0$ ，就可得到 ω 为风程的函数解

$$\omega = \Delta\omega_0(1 + 4\pi^2 L^2/\lambda^2)^{-0.5} \sin(PX/V_0 + \varphi) \quad (6)$$

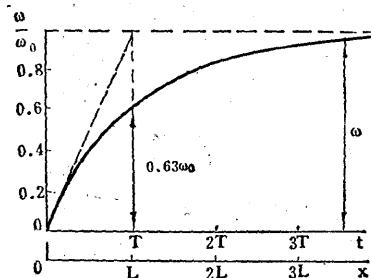


图1 仪表示值与风程相关图

图2 所示为振幅力学放大系数 $M = M(K_1)$ 的图形，其中 $K_1 = L/\lambda$ 。从图可知，同步风程为 L 的仪器如果 $K_1 = 0.06$ ，即 $\lambda = 16L$ 的话，将感应正弦振动振幅的 90%； $K_1 = 0.27$ ，即 $\lambda = 3.7L$ ，感应振幅的 50%； $K_1 = 1$ ，即 $\lambda = L$ ，则只能感应振幅的 16%。相移曲线 $\varphi = \varphi(K_1)$ 表明，随着 K_1 的增加，相移逐渐趋近于 90°。

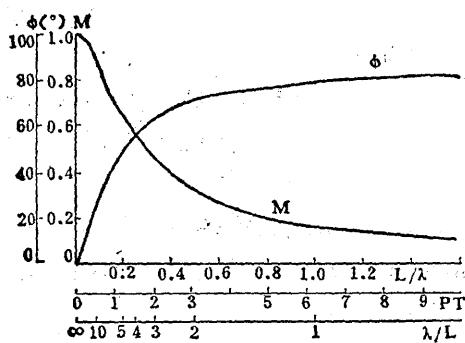


图 2 M-M (K_s) 曲线

二、旋转式风速计的方程式

旋转式风敏元件是围绕固定轴旋转的，其运动方程式为

$$I(d\omega/dt) = M_a \quad (7)$$

式中 I 为叶轮相对于旋转轴的惯性矩， ω 为叶轮旋转的角速度， M_a 为加到叶轮上的空气动力转矩。对于确定的某种风速计来说，I 是已知的。为了解释 M_a ，就要给出一些定义。

气流的稳定速度 V_0 和叶轮稳定旋转的角速度 ω_0 之间的关系可写成

$$V_0 = H\omega_0 / 2\pi \quad (8)$$

式中 H 为叶轮的空气动力节距，即叶轮转一圈的风程， $(\omega_0 / 2\pi) = n_0$ 为叶轮每秒钟转数。

由旋转式风敏元件的静特性可知，对于风杯式风速计 $H = 2\pi r\sigma$ ，对于螺旋桨式风速计 $H = 2\pi r/K_s$ 。

旋转式风敏元件工作在脉动的气流中，在加速和减速的瞬间，其旋转速度 ω 将不同于稳定速度 ω_0 ， ω_0 与 ω 之间的差值和 ω_0 的比叫做风速计的滑动，即 $S = (\omega_0 - \omega) / \omega_0$ 。实际上是由于叶轮的惯性来不及感应气流速度的变化，结果就出现滑动。滑动规律可能是正的（加速时），也可能是负的（减速时）。只要存在滑动，总会有导致滑动减小的空气动力恢复力矩。滑动量越大，恢复力矩越

大。根据这一点，同时又知道空气动力转矩与 V^2 成正比，那末就可以作为 V 和 S 的函数来表达力矩 $M_a = V^2 f(S)$ 。

在滑动值不大时，可以把 $f(S)$ 看成线性的，因此

$$M_a = V^2 \cdot K_s \cdot S \quad (9)$$

式中 K_s 为取决于风速计结构和空气密度的比例系数。

如 S 很小，滑动可用下式表达

$$S = 1 - H\omega / 2\pi V \quad (10)$$

利用 (7) 与 (9) 式可得出

$$(2\pi I / K_s VH) (d\omega / dt) + \omega = 2\pi V / H \quad (11)$$

在 S 值很小时，该方程是带有可变系数的一阶线性微分方程式。由于和 (1) 式相似， $d\omega / dt$ 的乘数是风速计的同步时间常数

$$T = 2\pi I / K_s VH \quad (12)$$

把 H 值代入 (12) 式，可得到同步时间的公式：

风杯式风速计 $T = I / r\sigma K_s V$

螺旋桨式风速计 $T = K_s I / r K_s V$

把上两式两边都乘以 V ，就得到同步风程的公式：

风杯式风速计 $TV = L = I / r\sigma K_s$

螺旋桨式风速计 $L = K_s I / r K_s$

把 H 、 L 代入 (11) 式，可得到风杯式和螺旋桨式风速计的微分方程式

$$(d\omega / dt) + (V\omega / L) - (V^2 / r\sigma L) = 0 \quad (13)$$

$$(d\omega / dt) + (V\omega / L) - (K_s V^2 / rL) = 0 \quad (14)$$

如前所述，如 $\Delta\omega$ 、 ΔV 的值不大，则这些方程式是线性的。在风速做阶梯变化时，这些方程式的解为

$$\omega - \omega_0 = (\omega_1 - \omega_0) e^{-V\omega_0 t / L} \quad (15)$$

式中 ω_1 为 $t = 0$ 瞬间叶轮旋转的角速度。

其实 (15) 式相当于叶轮减速的情况 ($\omega_1 > \omega_0$ 、 $V_1 > V_0$)。加速时 ($\omega_0' > \omega_1$ 、 $V_1 < V_0'$) 有

$$\omega_0' - \omega = (\omega_0' - \omega_1) e^{-V\omega_0' t / L} \quad (16)$$

(15)、(16) 式的左面部分，是任意瞬间仪器的示值 ω 和叶轮旋转速度的稳定值 (ω_0 或 ω') 之间的差值，而 ω_0 和 ω' 分别对应于风速 V_0 和 V'_0 ；右面的 $(\omega_1 - \omega_0)$ 和 $(\omega'_0 - \omega_1)$ 是起始值 ω_1 与稳定值 ω_0 或 ω' 之间的差值，这一差值对应于风速的阶梯变化 $\Delta V = V_0 - V_1$ 或 $\Delta V = V'_0 - V_1$ 。

如果 $\omega_1 = 0$ ，则 (15)、(16) 式与 (3) 式相同。因此图 1 完全可以推广到 (15)、(16) 式。

在 (13) 式中用 $v = \sigma \omega r$ 代替 ω ，设 v 为风速计读数，则得到

$$(dv/dt) + (Vv/L) - (V^2/L) = 0 \quad (17)$$

在风速作阶梯变化的情况下，(17) 式的解为

$$V_0 - v = (V_0 - v_1) \cdot e^{-V_0 t / L} \quad (18)$$

式中 v_1 为 $t = 0$ 时的瞬间风速计的读数。

按 (18) 式对 $L_1 = 1$ 米、 $L_2 = 5$ 米的两个叶轮在风速跳变为 3 米/秒的情况下做了计算，曲线如图 3 所示。

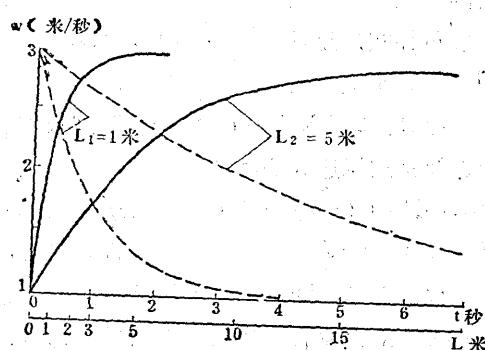


图 3 同步风程不同的叶轮在加速和减速时的过渡过程曲线

从图 3 可知：同步风程小，叶轮感应新的风速值所需的时间少；此外，叶轮感应风速的增大要比感应风速的减小来得快。

三、风杯式和螺旋桨式叶轮微分方程式的分析

1. 风杯式叶轮

从风杯的静特性可知，空气动力转矩的表达式为

$$M_a = Sr\rho/2 [V^2(C_1 - C_2) - 2V\omega r(\sin\alpha + \cos\alpha) \cdot (C_1 + C_2) + 2\omega^2 r^2 \cdot (C_1 - C_2)]$$

把上式代入 (7) 式得

$$I(d\omega/dt) = Sr\rho/2 [V^2(C_1 - C_2) - 2V\omega r(\sin\alpha + \cos\alpha) \cdot (C_1 + C_2) + 2\omega^2 r^2 \cdot (C_1 - C_2)] \quad (19)$$

(19) 式是具有可变系数的非线性微分方程式，解起来很繁复。如果瞬时风速的相对变化 $\Delta V/V$ 不太大，则可通过把气流速度和风杯旋转的角速度划分为平均值与增量的办法，即设 $V = V_0 + \Delta V$ ， $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ ，把该方程式线性化，并对空气动力转矩表达式进行全微分，经过变换，再用 ΔM_a 置换 (19) 式的右面部分，而左面部分则用 $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ 置换，就可以得到

$$(l/A_{v0}) \cdot [d(\Delta\omega)/dt] + \Delta\omega - (\Delta v/\sigma r) = 0 \quad (20)$$

式中

$$A = r^2 \rho S \sqrt{(C_1 + C_2)^2 (1 + \sin 2\alpha) - 2(C_1 - C_2)^2}$$

(20) 式是与 (11) 式类似的一阶线性微分方程式。同步时间

$$T = l/r^2 \rho S V_0 \sqrt{(C_1 + C_2)^2 (1 + \sin 2\alpha) - 2(C_1 - C_2)^2} \quad (21)$$

把 $\alpha = 45^\circ$, $C_1 = 1.52$, $C_2 = 0.31$ 代入上式，并将两边乘以 V_0 ，得同步风程

$$L = l/1.3r^2 \rho S \quad (22)$$

从 (13)、(14) 式可知，同步风程 L 是一个基本动力学系数。从 (22) 式可知 $l/r^2 S$ 相等的同一式样的风杯式风速计，具有相同的惯性。

我们把风杯式叶轮的惯性矩分成两部分：杯子的惯性矩是有益的部分，而杯臂和轮轴的惯性矩则是有害的部分。于是我们用 $I = I_y + I_H$ 式中的 I_y 表示有益的惯性矩， I_H 表示有害的惯性矩。为了简单化，假定

$$I_y = \gamma Z F h r^2 / g \quad (23)$$

式中 γ 为风杯材料的比重， $g = 9.81$ 米/秒²， $F = 2S$ 为风杯的表面积， h 为风杯材料的厚度， Z 为风杯数。

并令 $I_H/I_y = a$ ，则 $I = I_y(1+a)$ 。于是可得出

$$I = 2\gamma h S Z r^2 (1+a) / g \quad (24)$$

从 (22)、(24) 式得到

$$L = h \gamma Z (1+a) / 0.65 g \rho \quad (25)$$

由 (25) 式可知同步风程仅仅与比重、厚度、风杯数以及有害惯性矩有关。如 h 、 γ 和 a 一定，叶轮的尺寸 (S 和 r) 对其惯性没有影响。

2. 螺旋桨式叶轮

用与风杯式风敏元件相同的方法，可求得螺旋桨式风敏元件的微分方程式

$$(I/A_1 V_0) \cdot [d(\Delta\omega)/dt] + \Delta\omega - K_a \cdot \Delta V / r = 0 \quad (26)$$

同步时间为 $T = 2I/Z\rho r^2 S V_0 C_y \cos\alpha$

同步风程为 $L = 2I/Z\rho r^2 S C_y \cos\alpha$

也用把惯性矩划分为有益和有害部分的办法，求得

$$I = Z S h r^2 (1+a) \gamma / g \quad (27)$$

$$L = 2\gamma h (1+a) / g \rho C_y \cos\alpha \quad (28)$$

分析 (28) 式可知，螺旋桨叶轮的同步风程和桨叶数以及它们的面积无关。如厚度和比重不变，则实际上螺旋桨的尺寸对惯性没有影响。和风杯比较， L 与 Z 无关是螺旋桨叶轮的重要优点。

随着 α 角的减小，螺旋桨的惯性会减小，低速螺旋桨有着较小的惯性。但 α 角的减小，会引起叶轮初始灵敏度的降低，一般选 $\alpha = 40-45^\circ$ 为适宜。

螺旋桨风速计的惯性随空气密度 ρ 的减小而增大，这是测风资料使用者应该注意的。

四、旋转式风敏元件测量脉动

气流存在的速度偏高问题

旋转式风速计的刻度方程式，是在风洞中得到的检定特性——静特性。风洞里面的气流是稳定的层流，在实际大气中的气流经常是脉动的。人们在整理实验数据时发现，用旋转式风速计测量脉动气流的平均值比实际风速值偏高。

为了说明这个问题，举例见图 4。

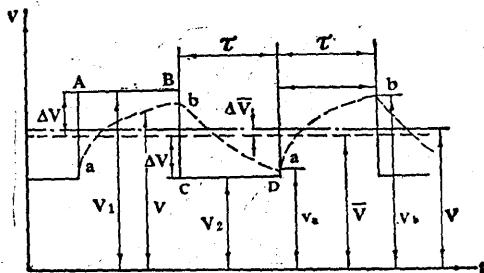


图 4 在“矩形”脉动气流中叶轮的工作

对于加速 (AB 段) 和减速 (CD 段)，利用公式 (18) 就可以得到风速计示值变化的表达式。

$$\text{AB 段} \quad v = V_1 - (V_1 - V_a) \cdot e^{-V_a t / L} \quad (29)$$

$$\text{CD 段} \quad v = V_2 - (V_2 - V_b) \cdot e^{-V_b t / L} \quad (30)$$

式中 V_a 、 V_b 为 $t=0$ 时仪器的初始值， $V_1 = \bar{V} + \Delta V$ ， $V_2 = \bar{V} - \Delta V$ (ΔV 为气流脉动的振幅)。

把 (29)、(30) 两式相加并在 $0-2\tau$ 的周期 AD 里进行积分运算，就可以得到仪器示值的平均值

$$v = \bar{V} + 2 (\Delta V / V)^2 \cdot (L / \tau) \cdot (1 - e^{-\bar{V} t / L}) / (1 + e^{-\bar{V} t / L}) \quad (31)$$

从 (31) 式可知，用旋转式风速计测得的风速平均值，比实际风速的算术平均值偏大式中第二项的值。因为 $e^{-\bar{V} t / L} < 1$ ，故上式右面第二项恒为正。

偏高的相对误差可按下式确定：

$$\delta = (\bar{V} - \bar{V}) / \bar{V} = 2(\Delta V / \bar{V})^2 \cdot (L / \bar{V} \tau) \cdot (1 - e^{-\bar{V} \tau / L}) / (1 + e^{-\bar{V} \tau / L}) \quad (32)$$

从(32)式可知，随着L的增加和 $\bar{V}\tau$ 的减小，相对误差 δ 要增大。在不同的 $\Delta V / \bar{V}$ 值的情况下， $\delta = \delta(\bar{V}\tau / L)$ 曲线如图5所示。 $(\bar{V}\tau / L) = K_c$ 是一个把叶轮的动特性和脉动气流的特性联系起来的综合系数。

如果气流呈谐波起伏的话，问题就变得更为复杂。

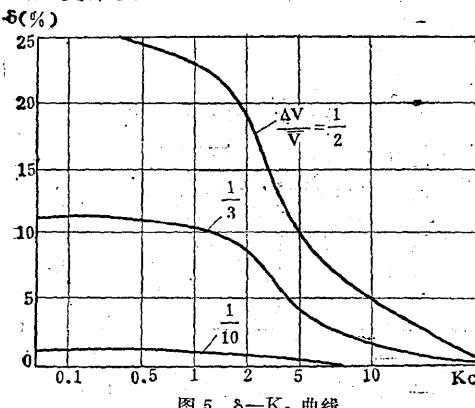


图5 δ - K_c 曲线

设谐波起伏的形式为

$$V = V_0(1 + S \sin Pt) \quad (33)$$

式中 $S = \Delta V / \bar{V}$ 。为脉动的相对振幅， V_0 为气流速度的平均值， $P = 2\pi/T'$ 为脉动的角频率(T' 为周期)。

在这种情况下得到微分方程式的一般解是很难的。可以用等斜率法来解，但也非常繁复，这里只给出平均速度偏高的相对误差公式：

$$\delta_1 = (1 + C_a)S^2 / 2[1 + (V_0 T' / 2\pi L)^2] \quad (34)$$

式中 δ_1 为脉动呈正弦规律时平均值偏高的相对误差， $(V_0 T' / 2\pi L) = K$ 为Schrenk系数， C_a 为与叶轮结构有关的系数。

用不同的K接按(34)式计算的 δ_1 值画出的曲线如图6所示。实线为风杯式叶轮，虚线为螺旋桨式叶轮。

从图5、图6可知，在给定S值的情况下，

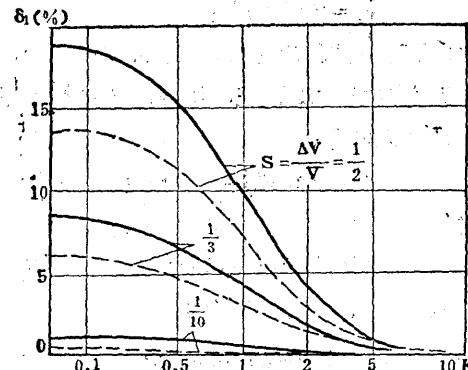


图6 δ_1 - K 曲线

随着K或 K_c 的减小，偏高的量起初很快地增长，之后就停止增长，几乎等于常数。在 $K \leq 0.5$ 或 $K_c \leq 1$ 时， δ 随着频率的增高而增加，频率继续升高， δ 则不再明显增大。可见旋转式风速计的叶轮是一种独特的滤波器。

五、风杯式叶轮与螺旋桨式叶轮动特性的比较

1.螺旋桨式叶轮的同步风程与桨叶数Z无关，风杯则不然；

2.在同样条件下，螺旋桨叶轮所造成的气流平均速度偏高量比风杯式的小约1.4倍；

3.工作在脉动气流中的风杯，在风的阵性为正时，占优势的压力产生在凹面；风的阵性为负时，在凸面。凹、凸两面的前阻力系数不同($C_1 > C_2$)，所以风杯以较高的效率感应递增的风速，但对递减的风速感应效率较低。而螺旋桨式叶轮在风为正和负的阵性时，前阻力系数几乎相同，所以效率也差不多。

使用螺旋桨叶轮时，由于其风向标的摆动不能精确地对准风向，因而产生侧面分量，会部分地降低平均风速，这可以认为是有益的因素。

参考文献

- [1] Н.Г. Протопопов, Проектирование ветроизмерительных приборов, 1976.
- [2] В. Ю. Торочков и Д. Я. Суражский, Ветроизмерительные приборы, 1974.
- [3] 佐貫亦男, 地面气象器械, 1957.