长期天气预报物理量的计算和应用

中央气象台数值预报科*

编者按： 自1980年1月起，中央气象台通过北京气象传真广播北半球500毫巴月平均场物理量的部分图表，受到广大气象台、站同志的欢迎和关注，并纷纷来函、来电询问计算的方法和应用的例子。现特约中央气象台数值预报科的同志撰写此文。考虑到本刊读者的需要不同和篇幅所限，在数值计算和应用举例中，尽量减少公式的推导，仅列出必要的方程，供有关读者参考。

大气环流的持久异常是形成大范围旱涝或温度异常的直接背景，因此分析研究月平均环流是长期预报中的一个重要课题。通过分析环流的异常状态及其演变，有助于认识长期天气过程，并可探讨大气与下垫面之间的相互作用，寻找影响环流及长期天气变化的物理因子，从而使长期预报具有较好的物理基础，逐步提高预报水平。

用数值方法来研究全球或半球预报问题时，经常利用球函数来求有关方程的闭合解，这就是谱方法。其优点是计算空间导数严格，比差分方法的计算精确度高，易于求解泊桑方程，在计算中截断误差小，而且可以滤掉一些小波动，在长期预报中挑选几个尺度较大的扰动进行分析、求解。因此，谱方法在数值预报中得到越来越广泛的应用。

应用球函数展开北半球500毫巴月平均场，得到了最近29年（1951—1979年）各月平均高度（和距平）场的球谐系数和位相、振幅数值。同时，在球谐系数的基础上，计算了500毫巴涡度距平场及相应的球谐系数。利用平衡方程的关系可得到流函数ψ场的球谐系数和北半球500毫巴月平均动能和动能谱等物理量，以此作为物理因子来补充目前长期预报中传统因子的不足。

通过对上述物理量和长期天气要素间的分析，建立了若干预报方程，经过验证，效果较好。

一、平均场的球函数展开

将北半球500毫巴月平均场$H(\lambda,\ \theta)$〔或距平场$\Delta H(\lambda,\theta)$〕用球函数展开：

$$H(\lambda,\ \theta)=\sum_{m=0}^{\infty}\left\{a_m(\theta)\cos m\lambda+b_m(\theta)\sin m\lambda\right\}$$
$$=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=m}^{\infty}\left\{A_n^m\cos m\lambda+B_n^m\sin m\lambda\right\}\bar{P}_n^m(\cos\theta) \tag{1}$$

而

$$A_n^m=\int_0^\pi a_m(\theta)\,\bar{P}_n^m(\cos\theta)\sin\theta d\theta$$
$$B_n^m=\int_0^\pi b_m(\theta)\,\bar{P}_n^m(\cos\theta)\sin\theta d\theta \tag{2}$$

其中：λ为经度，θ为余纬；

$a_m(\theta)$、$b_m(\theta)$是福里叶展开系数；

$\bar{P}_n^m$为标准化的缔合勒让德函数；

A_n^m、B_n^m是球谐系数，m、n均为正整数。

对高度场取偶数展开，即假定高度场对于赤道是对称的。因此，$n-m=2k$或$n=m+2k$，而$k=0,1\cdots\cdots$。在具体计算时m、n的上界取定值，于是（1）、

* 参加本项工作的先后还有丑纪范、郭秉荣、郑庆林等同志。本文由史久恩、周琴芳、马怀存执笔。

（2）式分别为：

$$H(\lambda,\theta)\simeq\sum_{m=0}^{M}\sum_{k=0}^{K}\left\{A_{m+2k}^{m}\cos m\lambda+B_{m+2k}^{m}\sin m\lambda\right\}\bar{P}_{m+2k}^{m}(\cos\theta) \qquad (3)$$

$$A_n^m=\begin{cases}2\int_0^{\frac{\pi}{2}}a_m(\theta)\bar{P}_n^m(\cos\theta)\sin\theta d\theta & \text{当} n=m+2k\\ 0 & \text{当} n=m+2k+1\end{cases}$$

$$B_n^m=\begin{cases}2\int_0^{\frac{\pi}{2}}b_m(\theta)\bar{P}_n^m(\cos\theta)\sin\theta d\theta & \text{当} n=m+2k\\ 0 & \text{当} n=m+2k+1\end{cases} \qquad (4)$$

当 $m=3$、$k=2$ 时，即得北半球超长波的波谱分布。

由于长期天气预报关心的是距平的变化，因此对500毫巴高度距平场进行了球函数展开。

高度距平场的振幅 C_n^m 的计算是根据：

$$C_n^m=\sqrt{(A_n^m)^2+(B_n^m)^2} \qquad (5)$$

位相的计算是根据：

$$\phi=\begin{cases}\tan^{-1}\dfrac{|B_n^m|}{|A_n^m|} & |A_n^m|>|B_n^m|\\ 90^\circ-\tan^{-1}\dfrac{|A_n^m|}{|B_n^m|} & |A_n^m|\leqslant|B_n^m|\end{cases} \qquad (6)$$

式中 ϕ 是位相角，在计算前要将 ϕ 化为锐角，然后根据 A_n^m、B_n^m 的符号，决定位相 $Q_{m,n}$ 所在的位置，见下表。

$Q_{m,n}$ 所在位置

	$A_n^m>0$	$A_n^m\leqslant0$
$B_n^m>0$	$\frac{\phi}{m}$，在0—90°E	$\frac{1}{m}(180^\circ-\phi)$，在90—180°E
$B_n^m\leqslant0$	$\frac{1}{m}(360^\circ-\phi)$，在90－0°W	$\frac{1}{m}(180^\circ+\phi)$，在180—90°W

以上是将经纬度网格点上的数值展开成球谐系数的表示方法。通过相反的变换，将球谐系数 A_n^m、B_n^m 代入（3）式，即可返回到网格点上的数值，得到若干个大尺度波动的叠加场。

二、涡度距平场的计算

根据球函数的性质知

$$Y_n^m(\lambda,\theta)=e^{im\lambda}\bar{P}_n^m(\cos\theta) \qquad (7)$$

为

$$\nabla^2Y_n^m(\lambda,\theta)=-\frac{n(n+1)}{a_0^2}Y_n^m(\lambda,\theta) \qquad (8)$$

的特解。

其中 a_0 为地球半径。于是涡度距平场的球函数展开式可写成

$$\Delta\xi(\lambda,\theta)=\frac{g}{f}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=m}^{\infty}-\frac{n(n+1)}{a_0^2}\left\{A_n^m\cos m\lambda+B_n^m\sin m\lambda\right\}\bar{P}_n^m(\cos\theta) \qquad (9)$$

或

$$\Delta\xi(\lambda,\theta)=\frac{g}{fa_0^2}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=m}^{\infty}\left\{\tilde{A}_n^m\cos m\lambda+\tilde{B}_n^m\sin m\lambda\right\}\bar{P}_n^m(\cos\theta) \qquad (10)$$

其中 f 为柯氏参数，$\tilde{A}_n^m$、$\tilde{B}_n^m$ 为涡度距平场的球谐系数，它们与 A_n^m、B_n^m 间的关系满足：

$$\begin{aligned}\tilde{A}_n^m&=-n(n+1)A_n^m\\ \tilde{B}_n^m&=-n(n+1)B_n^m\end{aligned}\quad(n=m+2k) \qquad (11)$$

因此，根据 A_n^m、B_n^m 即可算出 $\tilde{A}_n^m$、$\tilde{B}_n^m$，代入公式取有限项，就可得出涡度距平场，作为大范围天气的诊断分析场。

三、平均动能的计算

各个大尺度波动的动能谱和平均动能的变化，对长期天气预报无疑是很重要的。计算平均动能要用到流场 ψ 的球谐系数，而 ψ 的球谐系数可由高度场的球谐系数得出。

ψ 场用球函数展开：

$$\psi(\lambda,\theta)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=m}^{\infty}\left\{\alpha_n^m\cos m\lambda+\beta_n^m\sin m\lambda\right\}\bar{P}_n^m(\cos\theta) \qquad (12)$$

而高度场的展开式是（3）式，在（3）式与(12)式中引进地转平衡方程，即可得到ψ场与H场的关系式。

地转平衡方程是：

$$f\nabla^2\psi+\nabla f\cdot\nabla\psi=10^4\frac{g}{\Omega a_0^2}\nabla^2 H \qquad (13)$$

式中Ω为地球自转角速度，f为柯氏参数，g为重力加速度。

对ψ场用奇数展开（即n－m为奇数），这就是假定南、北半球的流场是反对称的。

将H和ψ的展开式代入地转平衡方程可得α_n^m和A_n^m的关系式(略)。同样可得β_n^m和B_n^m之间的关系式。

根据流函数球谐系数α_n^m、β_n^m和勒让德函数的正交性，可得到平均动能的表达式为

$$K.E.=10^{-8}\Omega^2a_0^2\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=m}^{\infty}K_{m,n} \qquad (14)$$

其中平均动能的谱分布$K_{m,n}$为：

$$K_{m,n}=\begin{cases}\frac{1}{2}n(n+1)\alpha_n^0 & 对\ m=0\\ \frac{1}{4}n(n+1)[(\alpha_n^m)^2+(\beta_n^m)^2] & 对\ m\neq0\end{cases} \qquad (15)$$

实际计算时取有限项，只考虑500毫巴上大尺度波动的平均动能。

四、应用举例

例1：华北五站（北京、天津、营口、保定、石家庄）7－8月降水总量的年度预报。预报因子取上年6－10月北半球500毫巴高度距平场球谐系数的振幅C_n^m，通过初步回归分析，得到预报方程为：

$$\begin{aligned}\Sigma R_{7+8}\text{（华北五站）}=&355-0.685C_9^3\text{(6月)}\\&-1.864C_4^2\text{(8月)}+1.389C_6^2\text{(9月)}\\&+0.097C_0^0\text{(10月)}-0.374C_4^2\text{(10月)}\end{aligned}$$

其中C_9^3（6月）为上年6月份m＝3、n＝9的超长波振幅数值，余类推。

上述方程的复相关系数R＝0.94；

例2：华北五站ΣR_{7+8}的汛期预报方程为：

$$\begin{aligned}\Sigma R_{7+8}\text{（华北五站）}=&-330+2.403k_3^0\text{(2月)}\\&+2.207k_7^0\text{(1月)}+2.347\sum_{n=5}^{15}k_n^4\text{(1月)}\\&-3.173\sum_{n=5}^{15}k_n^4\text{(2月)}-3.382\sum_{n=6}^{16}k_n^5\end{aligned}$$

上式的复相关系数R＝0.90。其中预报因子是取当年1—2月北半球平均动能及动能谱k_n^m，例如k_3^0(2月)为当年2月m＝0、n＝3的动能值(无量纲)，余类推。

例3：8月份我国大范围温度距平场与1—5月北半球500毫巴高度距平场球谐系数的分析、预报。

第一步选海拉尔、哈尔滨、沈阳、北京、青岛、太原、包头、郑洲、西安、兰州、酒泉、哈密、乌鲁木齐、库车和上海、福州、汉口、赣州、广州、芷江、南宁、成都、昆明、昌都、拉萨等25个台站27年的温度距平资料进行主成分分析，得到8个空间的主要分量——经验正交函数和对应的时间系数阵命，其中m＝27，l＝8。

第二步将$\hat{T}$作为预报量，分别与自变量——1—5月北半球500毫巴距平场球谐系数的振幅C_n^m进行逐步回归分析。以第一经验正交函数对应的时间系数$\hat{T}^{(1)}$为例

$$\begin{aligned}\hat{T}^{(1)}\text{(8月)}=&-0.363-0.002C_0^0\text{(2月)}+0.053C_9^3\text{(3月)}\\&+0.016C_7^1\text{(4月)}-0.051C_3^3\text{(4月)}\\&-0.016C_5^3\text{(4月)}\end{aligned}$$

上式的复相关系数R＝0.91。

与上述三个例子相类似还得到一些预报方程，根据独立样本检验了数十次，从长期预报趋势来看，效果较好的约占70%。

五、几点说明

1.用谱方法计算北半球平均场和距平场的展开，对全球或半球范围大尺度系统的描述比较合适，且只需取有限项的展开就能相当好的逼近原来的资料数据场。

2.从1980年1月起通过传真广播的北半球500毫巴月平均场物理量计算资料，其中：

（1）北半球500毫巴月平均高度超长波图是以高度场球函数展开取0—3波的合成图；

（2）涡度距平图中涡度距平值是扩大10^6倍后标在图上的。单位是秒$^{-1}$；

（3）月平均高度距平、涡度距平的球函数展开系数、振幅、位相及平均动能、动能谱数据图表中：A_n^m、B_n^m表示月平均高度距平及涡度距平的球谐系数。C_n^m、Q_n^m表示与高度距平球展相应的各个波的振幅、位相。由于图中高度的数值扩大了100倍，所以，实际使用时应缩小100倍，其单位为位势米。同样，振幅的数值扩大了10倍，实际使用时应乘以10^{-1}，其单位为位势米。图表中动能谱K_n^m是乘以10^{-2}的无量纲值。500毫巴平均动能的单位为克·米^2/秒^2。

3.本文在应用方面重点介绍了球谐系数、平均动能等物理量在长期预报中的一些例子，关于超长波合成图和涡度距平图的应用例子将在以后陆续介绍。

4.天气-动力（热力）-统计相结合的长期预报途径值得进一步研究，希望既能考虑反映日地关系的天文因素、地球物理因子、下垫面因子（包括海洋因素）和能反映局地天气特点的经验影响因子，又能反映大范围环流和非绝热影响等因素的模式。从国外正在进行的一些工作来看，在这种思路下，预报效果有比较明显的提高，值得注意。

5.目前除上述500毫巴的加工的数据资料外，还计算了地面（从1956年至1976年）、100毫巴（从1956年至1975年）的物理量资料，今后在获得地面及100毫巴实况数据后，将可逐步增加为三个层次的物理量分析的传真广播。

6.正在加工计算其它一些物理量（如大气平均垂直速度、平均温度平流等等）。此外，对上述加工计算出500毫巴月平均场物理量的历史资料，正在积极准备出版、发行。