

大气谐波分析及其在中期天气预报中的应用

湖南宁远县气象站 方慈安

天气过程具有一定的阶段性，在同一阶段内往往重复出现相似的天气过程。天气过程的阶段性是与整个北半球对流层中上层大型环流的稳定维持相联系。而大型环流的特征可以认为是由长波和超长波的波长、振幅和位相所决定的。当长波和超长波发生变化，大型环流特征也随之改变，相应的短波系统活动的特点也发生改变，从而形成另一种中期天气特色。为了定量的表征大型环流演变过程中长波和超长波的变化，最常用的方法是对高度场作谐波分析。因此，谐波分析可以作为中期预报的基本方法之一。

一、基本思路

谐波分析的基本思想就是根据富利哀级数理论，以简化的方法将 500mb (或 100mb) 北半球逐日天气图上的位势高度按纬圈分解为许多波长不同的简谐波 (正弦波或余弦波)。习惯上常用一个纬圈上简谐波的波数表示谐波的波长。例如整个纬圈有 4 个波则波长为 90 个经度，整个纬圈有 3 个波则波长为 120 个经度。波长越长，波数越少。一般把波数为 1、2、3 的波称为超长波，波数为 4、5、6 的波称为长波。而波数为 6 以上的波可以认为是短波，它们与大型环流特征关系不大，因此常常把它们去掉，仅留下波数为 1—6 的波。某一纬圈的平均高度也可称为 0 波。如果把这些保留下来的长波和超长波重新叠加起来，再加上纬圈平均高度，就可以很好地表现出大型环流的主要特

征。如果将 0、1、2、3 波和 0、4、5、6 波分别相加，则可以分别得到超长波和长波的空间分布图或时间演变图*。若把每一种波的振幅和位相点成时间变化曲线，也可以清楚地看出每一种长波和超长波消长和移动的规律，为大型环流调整的预报提供线索。

二、计算方法

在实际工作中，由于相邻纬圈之间的长波和超长波比较接近，一般可仅选 25°、40°、50°、60°N 四个纬圈表示副热带和中高纬度的长波和超长波形势。或只选 40° 和 60°N 两个纬圈。

在选取的各纬圈 φ 上，从西向东每隔经度 10° 选一点，以 m ($m=1, 2, \dots, 36$) 表示各点的序号。则位势高度可展成富利哀级数。

$$H(m, \varphi) = \frac{1}{2} a_0(\varphi) + \sum_{k=1}^n [a_k(\varphi) \cos k \cdot m \cdot 10 + b_k(\varphi) \sin k \cdot m \cdot 10] \quad (1)$$

$$\text{或 } H(m, \varphi) = \frac{1}{2} a_0(\varphi) + \sum_{k=1}^n [A_k(\varphi) \cos k \cdot m \cdot 10 + \theta_k(\varphi)] \quad (2)$$

式中 $\frac{1}{2} a_0(\varphi)$ 为常数项，是沿纬圈 φ 的平均位势高度； k 为波数， $m \cdot 10$ 为经度， $a_k(\varphi), b_k(\varphi)$ 为富氏

*见中央气象局天气气候研究所的工作：超长波、长波演变形势及时问演变特征在中期预报上的试验。

系数, $|A_k(\varphi)|$ 和 $\theta_k(\varphi)$ 是波数为 k 的波动振幅与位相, 分别为:

$$a_k(\varphi) = \frac{1}{18} \sum_{k=1}^{36} H(m, \varphi) \cos k \cdot m \cdot 10 \quad (3)$$

$$b_k(\varphi) = \frac{1}{18} \sum_{k=1}^{36} H(m, \varphi) \sin k \cdot m \cdot 10 \quad (4)$$

$$|A_k(\varphi)| = [a_k^2(\varphi) + b_k^2(\varphi)]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

$$\theta(\varphi) = \frac{1}{k} \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{b_k}{a_k} \right) \quad (6)$$

为了便于尚未有电子计算机的台站应用, 利用三角函数的性质进行简化, 我们在附录中给出纬圈 φ 上, $a_k(\varphi)$ 、 $b_k(\varphi)$ 的手算公式。

三、超长波、长波与中期天气

影响中期天气过程的天气系统, 一般来讲, 其时间和空间尺度都比较大。中期天气过程与超长波、长波的活动有密切关系。考察冬季北半球天气图也看到超长波很显著, 若对扰动振幅作谱分析可以知道, 超长波的合成振幅决定了天气形势的大局。有人曾计算了扰动的南北运动动能、各种能量转换及扰动造成的一系列物理量输送通量的谱分布, 也发现中高纬度大气的能量集中于超长波区域, 而且在各种能量转换和物理量输送中超长波、长波也起着主要作用。由于这些能量转换和物理量输送正是引起天气过程以及大气环流变化的物理因子, 由此可见, 超长波、长波在中期天气过程以及大气环流的演变中起着重要的作用。

1. 超长波、长波与中期天气过程

超长波、长波形势的演变不象短波系统那样多变, 而是能稳定、持续一段时间, 如 7—10 天。有些工作指出: 它称为具有“中期时段性特征”, 一定的中期时段对应着一定的中期天气过程。这在国内几个中期预报的试验、研究中均已发现, 如陕西省气象台的工作指出: 少雨时段和多雨时段 100mb 超长波槽脊位置是显著不同的。少雨时段超长波脊在阿拉斯加一带; 而多雨时段超长波脊位于北大西洋东部。从少雨时段转到多雨时段, 超长波的调整主要表现为阿拉斯加超长波脊衰退和北大西洋东部超长波脊建立的过程。

例如, 1970 年 3 月 15 日—4 月 3 日为少雨时段。在合成波时间剖面图(图 1)上, 这期间由相继出现的 4 个高压组成一个准静止超长波脊, 维持在 140°W 附近。而 3 月底 4 月初超长波脊有一次明显的调整。图 2 是这期间 100mb 1592 线的综合动态图。如图所示, 阿拉斯加高脊从 3 月 30 日起减弱, 4 月 2 日该地区已变为平直气流, 而 4 月 5—8 日已经演变为低槽区了。当阿拉斯加高脊衰退时, 北美超长波槽减弱东移到北大西洋西部, 在这同时北大西洋中部有高

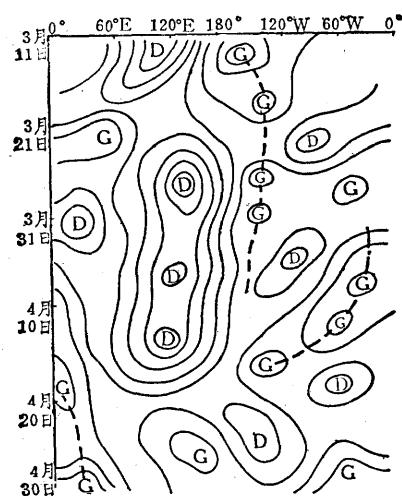


图 1 1970 年 3 月 11 日—4 月 30 日 100mb 60°N
0—3 波合成波时间剖面图

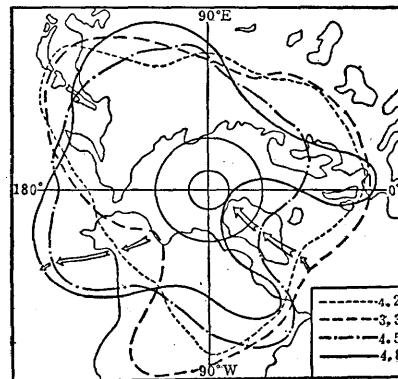


图 2 1970 年 3 月 30 日—4 月 8 日 100mb
1592 线综合动态图

脊发展。3 月 30 日 1592 线在 55°N 附近, 逐日向北挺进, 4 月 5 日到达格陵兰极区, 4 月 8 日便伸展到 85°N 附近。这时相应的合成波时间剖面图上, 超长波主脊由 140°W 附近突然移到 20°W , 少雨时段也就结束了。

又如中央气象局天气研究所在寒潮中期预报试验的工作中指出: 1976 年 2 月 14—16 日及 1975 年 11 月 21—24 日两次强冷空气爆发前, 在超长波与长波槽脊的演变上, 均有一段槽、脊相当稳定的中期时段(分别为 10 天及半个月); 而到寒潮将爆发前两、三天, 超长波与长波演变却发生了重大的调整变化: 超长波脊显著西退, 超长波与长波槽突变性的向东移动, 超长波与长波槽、脊中心逐日位置的连线由南—北向突转为西北—东南走向。这在未滤掉短波的一般天气图上, 看来远不如此明显。相应地, 在这些不同的中期时段里, 均分别联系着不同的中期天气演变过程。

此外，从超长波、长波的槽脊强度、槽脊地理位置的分布及槽脊水平移动的情况看，也具有各种不同的中期时段性特征。如中央气象局天气研究所在江南降水中期预报的试验中指出，一般当东亚出现广阔而深厚的超长波槽，而欧洲的超长波脊较弱时，我国大范围受强大的西南气流控制，出现湿热不稳定天气，江南为雨季。当欧洲的超长波脊加强东移时，我国除西南地区受西南气流控制外，大部分地区受大陆变性气团控制，出现稳定的天气，只有当冷锋逼近时，才出现较大的降水天气。

2. 超长波、长波与中期天气预报

虽然不同中期时段对应的中期天气过程不同，但超长波、长波的中期时段变化是相当复杂的，要做好它的预报，也需要进行一定的工作，或者象短期天气预报初建时那样，有了初步基础之后，通过边干边深入的办法，日渐充实完善。比如，在实际预报中，有的采用经验性的考虑方法。其基本思路是认为超长波的各个成分的波分别是位置大致固定的强迫波，依条件可考虑其振幅的变化。

这种方法有两个关键，一是要掌握各成分波易于停滞的定常位置。这可以根据各波出现的规律，例如波数3的增幅位置，脊多位于 90°E ，而槽多位于 150°E 等。此外也可以根据对地形、冷热源的谐波分析做估计。另一关键是要掌握各成分波振幅增减的规律，这一般也可根据经验。通常，各成分波振幅的增减多呈准周期性，而且一种成分波增幅时，别的成分波往往就衰减。

有时也考虑超长波、长波间的相互影响。在环流形势发生调整转换时期，时常可以看到超长波形势先发生了较大的变化，1—2天后长波形势随之发生类似的变化。有时则反过来，长波形势提前1—2天发生了较大的变化，然后超长波形势随之演变。在历史资料中象这种长波、超长波相互影响的例子是相当多的。但是对于它们相互影响的机制目前尚未弄清。但从这常见的先后变化来看是有预报意义的。

附录 纬圈 φ 上 $a_k(\varphi)$ 、 $b_k(\varphi)$ 的手算公式

$$a_1 = \frac{1}{18} [(H_1 + H_{35} - H_{17} - H_{19}) \cos 10^{\circ} + (H_2 + H_{34} - H_{18} - H_{20}) \cos 20^{\circ} + (H_3 + H_{33} - H_{16} - H_{21}) \cos 30^{\circ} + (H_4 + H_{32} - H_{14} - H_{22}) \cos 40^{\circ} + (H_5 + H_{31} - H_{13} - H_{23}) \cos 50^{\circ} + (H_6 + H_{30} - H_{12} - H_{24}) \cos 60^{\circ} + (H_7 + H_{29} - H_{11} - H_{25}) \cos 70^{\circ} + (H_8 + H_{28} - H_{10} - H_{26}) \cos 80^{\circ} + H_{36} - H_{18}]$$

$$a_2 = \frac{1}{18} [(H_1 + H_{35} + H_{17} + H_{19} - H_8 - H_{28} - H_{10} - H_{26}) \cos 20^{\circ} + (H_2 + H_{34} + H_{16} + H_{20} - H_7 - H_{29} - H_{11} - H_{25}) \cos 40^{\circ} + (H_3 + H_{33} + H_{15} + H_{21} - H_6 - H_{30} - H_{12} - H_{24}) \cos 60^{\circ} + (H_4 + H_{32} + H_{14} + H_{22} - H_5 - H_{31} - H_{13} - H_{23}) \cos 80^{\circ} + H_{18} + H_{36} - H_9 - H_{27}]$$

$$a_3 = \frac{1}{18} [(H_1 + H_{35} + H_{11} + H_{25} + H_{13} + H_{23} - H_5 - H_{31} - H_7 - H_{17} - H_{21} - H_{33}) \cos 30^{\circ} + (H_2 + H_{34} + H_{19} + H_{28} + H_{15} + H_{22} - H_4 - H_{10} - H_{16} - H_{22} - H_{28} - H_{34} - H_6 - H_{11} - H_{17} - H_{23} - H_{35}) \cos 60^{\circ}]$$

$$\begin{aligned} & - H_{29} - H_{17} - H_{19}) \cos 30^{\circ} + (H_2 + H_{34} + H_{10} + H_{28} + H_{14} \\ & + H_{22} - H_4 - H_{32} - H_8 - H_{28} - H_{16} - H_{20}) \cos 60^{\circ} + H_{12} \\ & + H_{24} + H_{36} - H_9 - H_{30} - H_{18}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_4 = \frac{1}{18} [& (H_1 + H_{10} + H_{19} + H_{28} + H_{35} + H_{26} + H_{17} + H_8) \cos 40^{\circ} \\ & + (H_2 + H_{11} + H_{20} + H_{29} + H_{34} + H_{25} + H_{16} + H_7) \cos 80^{\circ} \\ & - (H_3 + H_{12} + H_{21} + H_{30} + H_{33} + H_{24} + H_{15} + H_8) \cos 60^{\circ} \\ & - (H_4 + H_{13} + H_{22} + H_{31} + H_{32} + H_{23} + H_{14} + H_9) \cos 20^{\circ} \\ & + H_9 + H_{18} + H_{27} + H_{36}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_5 = \frac{1}{18} [& (H_7 + H_{29} - H_{11} - H_{25}) \cos 10^{\circ} + (H_{14} + H_{22} - H_4 - H_{32}) \cos 20^{\circ} + (H_{15} + H_{21} - H_3 - H_{33}) \cos 30^{\circ} + (H_8 + H_{28} - H_{10} - H_{26}) \cos 40^{\circ} + (H_1 + H_{33} - H_{17} - H_{19}) \cos 50^{\circ} \\ & + (H_6 + H_{30} - H_{12} - H_{24}) \cos 60^{\circ} + (H_{13} + H_{23} - H_5 - H_{31}) \cos 70^{\circ} + (H_{16} + H_{20} - H_2 - H_{34}) \cos 80^{\circ} + H_{36} - H_{18}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_6 = \frac{1}{18} [& (H_1 + H_{35} + H_7 + H_{29} + H_{13} + H_{23} + H_{18} + H_{17} + H_{25} + H_{11} + H_{31} + H_6 - H_2 - H_8 - H_{14} - H_{20} - H_{26} - H_{32} - H_{34} - H_{28} - H_{22} - H_{16} - H_{10} - H_4) \cos 60^{\circ} + H_{36} + H_8 + H_{12} + H_{18} + H_{20} + H_{24} - H_3 - H_9 - H_{15} - H_{33} - H_{27} - H_{21}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_1 = \frac{1}{18} [& (H_1 + H_{17} - H_{19} - H_{35}) \sin 10^{\circ} + (H_2 + H_{16} - H_{20} - H_{34}) \sin 20^{\circ} + (H_3 + H_{15} - H_{21} - H_{33}) \sin 30^{\circ} + (H_4 + H_{14} - H_{22} - H_{32}) \sin 40^{\circ} + (H_5 + H_{13} - H_{23} - H_{31}) \sin 50^{\circ} + (H_6 + H_{12} - H_{24} - H_{30}) \sin 60^{\circ} + (H_7 + H_{11} - H_{25} - H_{29}) \sin 70^{\circ} + (H_8 + H_{10} - H_{26} - H_{28}) \sin 80^{\circ} + H_9 - H_{27}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_2 = \frac{1}{18} [& (H_1 + H_{26} + H_8 + H_{19} - H_{10} - H_{35} - H_{17} - H_{23}) \sin 20^{\circ} \\ & + (H_2 + H_{25} + H_7 + H_{20} - H_{11} - H_{34} - H_{18} - H_{29}) \sin 40^{\circ} \\ & + (H_3 + H_{24} + H_6 + H_{21} - H_{12} - H_{33} - H_{15} - H_{30}) \sin 60^{\circ} \\ & + (H_4 + H_{23} + H_5 + H_{22} - H_{13} - H_{32} - H_{14} - H_{31}) \sin 80^{\circ}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_3 = \frac{1}{18} [& (H_1 + H_{13} + H_{25} + H_5 + H_{17} + H_{29} - H_7 - H_{19} - H_{31} - H_{11} - H_{23} - H_{35}) \sin 30^{\circ} \\ & + (H_2 + H_{14} + H_{26} + H_4 + H_{16} + H_{28} - H_8 - H_{20} - H_{32} - H_{10} - H_{22} - H_{34}) \sin 60^{\circ} + H_3 + H_{15} + H_{27} - H_9 - H_{21} - H_{33}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_4 = \frac{1}{18} [& (H_4 + H_{13} + H_{22} + H_{31} - H_5 - H_{14} - H_{23} - H_{32}) \sin 20^{\circ} \\ & + (H_1 + H_{10} + H_{19} + H_{28} - H_8 - H_{17} - H_{26} - H_{35}) \sin 40^{\circ} \\ & + (H_3 + H_{12} + H_{21} + H_{30} - H_6 - H_{15} - H_{24} - H_{33}) \sin 60^{\circ} \\ & + (H_2 + H_{11} + H_{20} + H_{29} - H_7 - H_{16} - H_{25} - H_{34}) \sin 80^{\circ}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_5 = \frac{1}{18} [& (H_{25} + H_{29} - H_7 - H_{11}) \sin 10^{\circ} + (H_{22} + H_{32} - H_4 - H_{14}) \sin 20^{\circ} + (H_3 + H_{15} - H_{21} - H_{33}) \sin 30^{\circ} + (H_8 + H_{10} - H_{26} - H_{28}) \sin 40^{\circ} + (H_1 + H_{17} - H_{19} - H_{33}) \sin 50^{\circ} + (H_9 + H_{30} - H_6 - H_{12}) \sin 60^{\circ} + (H_{23} + H_{31} - H_5 - H_{13}) \sin 70^{\circ} \\ & + (H_2 + H_{15} - H_{20} - H_{34}) \sin 80^{\circ} + H_9 - H_{27}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_6 = \frac{1}{18} [& (H_1 + H_7 + H_{13} + H_{19} + H_{25} + H_{31} + H_2 + H_8 + H_{14} + H_{20} + H_{28} + H_4 - H_{10} - H_{16} - H_{22} - H_{28} - H_{34} - H_6 - H_{11} - H_{17} - H_{23} - H_{35}) \sin 60^{\circ}] \end{aligned}$$